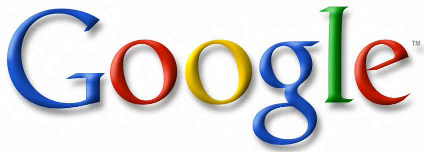
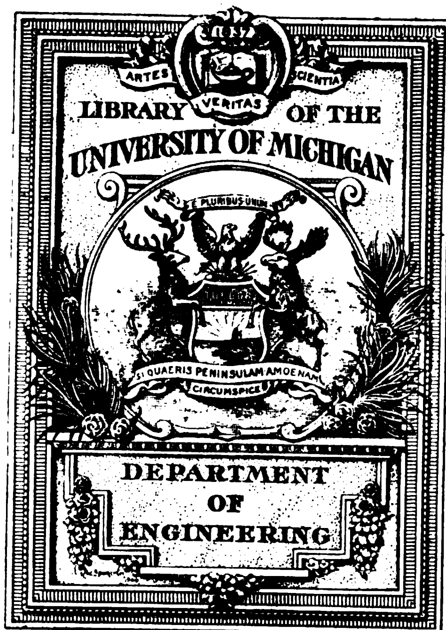
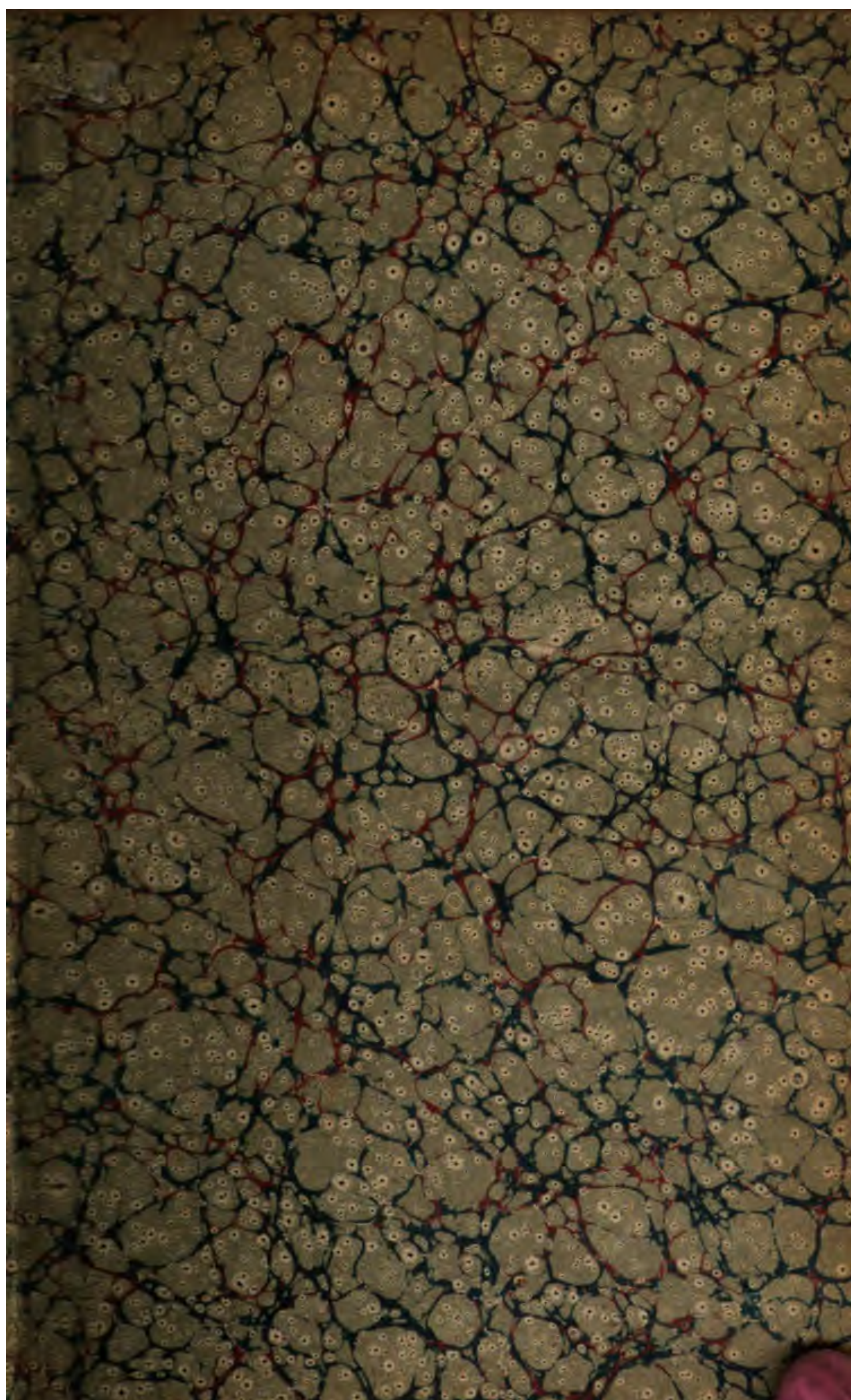



ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
DEPARTMENT
OF
ENGINEERING



Harlow P. Davock

April 18th 1870

HYDRAULIQUE

IMPRIMERIE GÉNÉRALE DE CH. LAHURE
Rue de Fleurus, 9, à Paris

MÉCANIQUE PRATIQUE

HYDRAULIQUE

PAR

ARTHUR MORIN

Général de division d'artillerie
membre de l'Institut, ancien élève de l'École polytechnique
directeur du Conservatoire des Arts et Métiers
membre de la Société centrale d'agriculture
membre honoraire de la Société des Ingénieurs civils de France
membre correspondant de l'Académie royale des Sciences de Berlin
de l'Académie royale des Sciences de Madrid, de l'Académie des Sciences de Turin
de l'Académie royale des Géorgophiles de Florence
de l'Académie de Metz, de la Société industriell ede Mulhouse
de la Société littéraire et philosophique de Manchester
de la Société impériale d'Arts et Manufactures de Toscane

TROISIÈME ÉDITION

PARIS
LIBRAIRIE DE L. HACHETTE ET C[ie]
BOULEVARD SAINT-GERMAIN, N° 77

1865

HYDRAULIQUE.

ÉCOULEMENT DE L'EAU PAR LES ORIFICES.

Notions théoriques sur le mouvement des fluides.

1. *Du mouvement permanent des fluides.* — Dans le mouvement des fluides on distingue le *mouvement permanent* et le *mouvement varié*. Le caractère particulier du premier c'est que les hauteurs des niveaux, les aires des sections transversales des masses fluides, les vitesses en chacune de leurs parties, sont toujours les mêmes. Dans le mouvement varié, au contraire, les niveaux changent de hauteurs respectives, les aires des sections croissent ou diminuent; les vitesses ne sont pas constantes en chaque point.

Le mouvement permanent est celui dont nous nous occuperons principalement, parce qu'il est le plus important et le plus convenable pour les usines.

2. *Continuité des fluides.* — Une condition fondamentale du mouvement des fluides, qui doit être satisfaite pour qu'il soit possible d'en calculer les circonstances, c'est la *continuité du fluide*. Par cette expression l'on entend que les molécules qui composent la masse fluide sont contiguës les unes aux autres sans lacune, sans intervalle. De là résulte pour les liquides, dont le volume ne varie pas sensiblement sous les pressions auxquelles ils sont ordinairement soumis, que, ce volume écoulé restant partout le même quand le mouvement est permanent, il passe dans chaque section, dans chaque tranche, le même volume de fluide à chaque instant.

HYDRAULIQUE.

ÉCOULEMENT DE L'EAU PAR LES ORIFICES.

Notions théoriques sur le mouvement des fluides.

1. *Du mouvement permanent des fluides.* — Dans le mouvement des fluides on distingue le *mouvement permanent* et le *mouvement varié.* Le caractère particulier du premier c'est que les hauteurs des niveaux, les aires des sections transversales des masses fluides, les vitesses en chacune de leurs parties, sont toujours les mêmes. Dans le mouvement varié, au contraire, les niveaux changent de hauteurs respectives, les aires des sections croissent ou diminuent; les vitesses ne sont pas constantes en chaque point.

Le mouvement permanent est celui dont nous nous occuperons principalement, parce qu'il est le plus important et le plus convenable pour les usines.

2. *Continuité des fluides.* — Une condition fondamentale du mouvement des fluides, qui doit être satisfaite pour qu'il soit possible d'en calculer les circonstances, c'est la *continuité du fluide*. Par cette expression l'on entend que les molécules qui composent la masse fluide sont contiguës les unes aux autres sans lacune, sans intervalle. De là résulte pour les liquides, dont le volume ne varie pas sensiblement sous les pressions auxquelles ils sont ordinairement soumis, que, ce volume écoulé restant partout le même quand le mouvement est permanent, il passe dans chaque section, dans chaque tranche, le même volume de fluide à chaque instant.

Relativement aux gaz, la permanence du mouvement exigeant que les densités et les pressions restent les mêmes en chaque lieu, il s'ensuit que dans chaque tranche il passe dans le même temps le même poids de fluide.

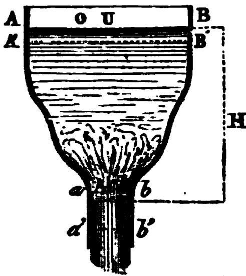
3. *Hypothèse du parallélisme des tranches.* — Pour pouvoir soumettre au calcul les phénomènes du mouvement des fluides, les géomètres et les physiciens ont été obligés de recourir à des hypothèses qui sont rarement assez complétement d'accord avec les faits pour que les conséquences en soient parfaitement exactes. Cependant, dans certains cas, ces phénomènes suivent à peu près ces lois hypothétiques qui consistent à supposer que, dans les couches voisines de la surface du niveau du réservoir et dans les diverses tranches normales à l'axe de la veine fluide qui s'écoule par un orifice, les filets fluides qui traversent ces sections sont perpendiculaires à leur plan et animés de vitesses égales, et que les pressions sont les mêmes dans toute l'étendue de ces sections.

Ces hypothèses, renfermées dans les limites que nous venons d'indiquer, ont reçu récemment, des belles expériences faites par M. Tresca, sur l'*écoulement des corps solides ou mous* sous de fortes pressions, une vérification à peu près complète. Elles sont donc assez voisines de la vérité pour être admises, au moins comme moyen d'approcher par le calcul des résultats de l'expérience, dans le cas où le fluide se meut dans des vases, des bassins, des canaux, des tuyaux de conduite, dont la forme, continue et régulière, ne varie que par degrés insensibles. Mais dans les parties du réservoir plus voisines de l'orifice, et dans tous les endroits où il y a des changements brusques de direction, de section ou de vitesse, les filets ne sont plus parallèles, et l'hypothèse ne peut s'appliquer. L'examen des circonstances mêmes de l'écoulement fera reconnaître comment les choses se passent alors.

4. *Théorie de l'écoulement de l'eau d'un vase constamment plein.* — Considérons un vase ou réservoir constamment plein, à contours continus, arrondis, laissant couler l'eau par un orifice *ab*, tellement raccordé avec les parois, qu'on puisse regarder les vitesses comme égales et parallèles entre elles, à cet orifice, ainsi que dans toutes les autres sections du vase.

Soient $AB = O$ la surface de la tranche supérieure;

U la vitesse des filets qui traversent cette tranche;



A l'aire de l'orifice *ab;*

V la vitesse des filets qui y passent.

Le mouvement étant arrivé à l'état de permanence, les volumes OU et AV écoulés dans l'unité de temps, ou les volumes OUt et AVt correspondant à l'élément du temps, seront égaux; on aura donc

$$OU = AV.$$

Le poids de ce volume d'eau écoulé dans l'élément de temps sera

$$1000\,OUt = 1000\,AVt.$$

H étant à la hauteur de la section AB au-dessus de *ab*, le travail développé par la pesanteur sur cette quantité de fluide sera $1000\,AVtH$. En effet, dans le déplacement du volume $ABab$ parvenu en $A'B'a'b'$, il y a une masse intermédiaire $A'B'ab$ qui a remplacé celle qui occupait le même espace, et qui est du même poids; le travail total de la pesanteur se réduit donc à celui qui correspond à la descente de la tranche $ABA'B'$ en $aba'b'$.

Si les surfaces AB et ab sont soumises à des pressions P et p par unité de surface, les pressions totales sur ces sections sont PO et pA, et les chemins parcourus dans le sens de ces pressions étant Ut et Vt, le travail de ces pressions qui agissent en sens contraire l'une de l'autre, sera

$$POUt - pAVt = (P - p)AVt, \text{ à cause de } OU = AV.$$

La masse de la tranche $ABA'B'$ est

$$\frac{1000 \, . \, OUt}{g},$$

et sa force vive

$$\frac{1000\,OUt}{g} U^2;$$

Celle de la tranche *aba'b'* est

$$\frac{1000\,\mathrm{AV}t}{g}\,\mathrm{V}^2,$$

et comme, dans le mouvement de la masse AB*ab* en A'B'*a'b'*, il y a une partie qui, pour les deux positions, a la même force vive, il s'ensuit que la variation de force vive est

$$\frac{1000\,\mathrm{AV}t}{g}\,\mathrm{V}^2-\frac{1000\,\mathrm{OU}t}{g}\,\mathrm{U}^2=\frac{1000\,\mathrm{AV}t}{g}(\mathrm{V}^2-\mathrm{U}^2).$$

Appliquant donc à ce mouvement le principe des forces vives nous aurons la relation

$$\frac{1000\,\mathrm{AV}t}{2g}(\mathrm{V}^2-\mathrm{U}^2)=1000\,\mathrm{AV}t\mathrm{H}+(\mathrm{P}-p)\,\mathrm{AV}t.$$

S'il s'agissait d'un autre fluide dont le mètre cube eût un poids *d*, on aurait de même

$$\frac{d\mathrm{AV}t}{2g}(\mathrm{V}^2-\mathrm{U}^2)=d\mathrm{AV}t\mathrm{H}+(\mathrm{P}-p)\,\mathrm{AV}t.$$

En divisant tout par $d\mathrm{AV}t$, et multipliant par $2g$, il vient

$$\mathrm{V}^2-\mathrm{U}^2=2g\mathrm{H}+\frac{2g(\mathrm{P}-p)}{d},$$

Or on a

$$\mathrm{AV}=\mathrm{OU};$$

d'où

$$\mathrm{U}=\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{O}}\mathrm{V} \quad \text{et} \quad \mathrm{V}^2-\mathrm{U}^2=\left(1-\frac{\mathrm{A}^2}{\mathrm{O}^2}\right)\mathrm{V}^2,$$

ce qui donne

$$\mathrm{V}=\sqrt{\frac{2g\mathrm{H}+\frac{2g(\mathrm{P}-p)}{d}}{1-\frac{\mathrm{A}^2}{\mathrm{O}^2}}}$$

Dans la plupart des applications l'aire A de l'orifice est assez

petite par rapport à celle de la section du réservoir pour que le rapport $\frac{A^2}{O^2}$ puisse être négligé vis-à-vis de l'unité. En effet, si

$$A=\frac{1}{10}O\,,\quad \frac{A^2}{O^2}=\frac{1}{100},$$

la formule qui donne la vitesse devient alors

$$V=\sqrt{2gH+\frac{2g(P-p)}{d}}.$$

Lorsqu'il s'agit de l'écoulement de l'eau, les pressions P et p sont habituellement celles de l'atmosphère, et sensiblement les mêmes; alors la formule qui donne la vitesse se réduit à

$$V=\sqrt{2gH},$$

ce qui exprime que la vitesse d'écoulement est celle qui est due à la hauteur H, ou à la charge sur le centre de l'orifice.

Cette formule, due au physicien Torricelli, disciple de Galilée, est à peu près vérifiée dans la pratique par l'observation des jets d'eau verticaux ou horizontaux pour les petits orifices et les grandes charges, par rapport aux dimensions de l'orifice, ainsi que nous le montrerons plus loin.

5. *Fluides élastiques.* — Pour les fluides élastiques l'écoulement est dû à la différence des pressions P et p, et la hauteur H du réservoir au-dessus de l'orifice est toujours assez faible pour pouvoir être négligée par rapport aux termes $\frac{P}{d}$ et $\frac{p}{d}$, dont la différence représente une hauteur de fluide bien plus considérable; la formule sera donc alors

$$V=\sqrt{\frac{2g(P-p)}{d}},$$

dans laquelle d est le poids du mètre cube de fluide à la pression P.

On sait que les pressions des gaz ou vapeurs se mesurent par le poids d'une colonne de liquide qui leur fait équilibre; si, par exemple, l'on emploie un manomètre à mercure, et que H' soit

la hauteur de la colonne qui fait équilibre à la pression P, on a

$$P = 13598\,H',$$

De même, si la pression P du gaz que l'on considère était mesurée par une colonne du même gaz, en nommant H_1 la hauteur de cette colonne, on aurait

$$P = dH_1,$$

d'où

$$H_1 = \frac{P}{d}.$$

Ainsi, dans la formule ci-dessus, on voit que les fractions $\frac{P}{d}$ et $\frac{p}{d}$ sont les hauteurs de colonnes de gaz, à la densité d, capables de produire les pressions P et p.

On voit donc que la formule qui donne la vitesse d'écoulement des gaz est de la même forme que celle qui est relative aux liquides. Il faut remarquer qu'elle suppose la densité d constante ou le fluide incompressible.

Or M. Poncelet a montré par la discussion des expériences exécutées par M. Pecqueur * :

1° Que les gaz suivent, dans leur écoulement au travers des orifices et des tubes, entre des limites étendues de pressions et de longueurs de ces tubes, les mêmes lois que les liquides, ou que s'ils étaient parfaitement incompressibles;

2° Qu'ils éprouvent aussi les mêmes contractions et pertes de forces vives.

D'après cela, tout ce que l'on dira de l'écoulement de l'eau s'appliquera au mouvement des gaz, sauf certaines différences que l'on signalera.

La vitesse théorique d'écoulement par l'orifice étant

$$V = \sqrt{2gH},$$

* Voir les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (21 juillet 1845).

et l'aire de l'orifice étant A, la dépense théorique en 1″ a pour expression

$$AV = A\sqrt{2gH}.$$

6. *Cas où l'orifice est noyé.* — Si le liquide s'écoule d'un vase où la hauteur du niveau au-dessus de l'orifice soit H dans un autre vase ou réservoir où la hauteur du niveau au-dessus de l'orifice soit H′, la pression exercée du côté d'amont par unité de surface sera 1000 H, et celle exercée du côté d'aval sera 1000 H′; par conséquent la différence des pressions sera 1000 (H — H′); ou, en d'autres termes, la hauteur dont le volume écoulé sera descendu sera H — H′; par conséquent la vitesse théorique d'écoulement sera

$$V = \sqrt{2g(H - H')}.$$

Ainsi, dans le cas actuel, où l'on dit que l'orifice est *noyé*, la dépense théorique sera

$$A\sqrt{2g(H - H')}.$$

7. *Table des hauteurs et des vitesses correspondantes pour la latitude de Paris.* La table suivante donne les hauteurs et les vitesses correspondantes depuis la hauteur de 0m.01 jusqu'à celle de 5m.00.

[illegible] = density of [illegible]

V = vel of steam per second in ft [illegible]

V = C √((1+.00204 t) log [illegible])

V = 1042 √((1+0.00204 t) log [illegible])

TABLE DES VITESSES CORRESPONDANTES A DIFFÉRENTES HAUTEURS, VARIANT DE CENTIMÈTRE EN CENTIMÈTRE.

Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.
m	m	m	m	m	m	m	m
0.01	0.443	0.41	2.836	0.81	3.986	1.21	4.872
0.02	0.626	0.42	2.870	0.82	4.011	1.22	4.892
0.03	0.767	0.43	2.904	0.83	4.035	1.23	4.913
0.04	0.886	0.44	2.938	0.84	4.059	1.24	4.933
0.05	0.990	0.45	2.971	0.85	4.083	1.25	4.953
0.06	1.085	0.46	3.004	0.86	4.107	1.26	4.972
0.07	1.172	0.47	3.037	0.87	4.131	1.27	4.991
0.08	1.253	0.48	3.069	0.88	4.155	1.28	5.011
0.09	1.329	0.49	3.100	0.89	4.178	1.29	5.031
0.10	1.401	0.50	3.132	0.90	4.202	1.30	5.050
0.11	1.468	0.51	3.163	0.91	4.225	1.31	5.069
0.12	1.534	0.52	3.194	0.92	4.248	1.32	5.089
0.13	1.597	0.53	3.224	0.93	4.271	1.33	5.108
0.14	1.657	0.54	3.253	0.94	4.294	1.34	5.127
0.15	1.715	0.55	3.285	0.95	4.317	1.35	5.146
0.16	1.772	0.56	3.314	0.96	4.340	1.36	5.165
0.17	1.826	0.57	3.344	0.97	4.362	1.37	5.184
0.18	1.879	0.58	3.373	0.98	4.384	1.38	5.203
0.19	1.931	0.59	3.402	0.99	4.407	1.39	5.222
0.20	1.981	0.60	3.431	1.00	4.429	1.40	5.241
0.21	2.030	0.61	3.459	1.01	4.451	1.41	5.259
0.22	2.078	0.62	3.488	1.02	4.473	1.42	5.278
0.23	2.124	0.63	3.516	1.03	4.495	1.43	5.297
0.24	2.170	0.64	3.543	1.04	4.517	1.44	5.315
0.25	2.215	0.65	3.571	1.05	4.539	1.45	5.333
0.26	2.259	0.66	3.598	1.06	4.560	1.46	5.351
0.27	2.301	0.67	3.625	1.07	4.582	1.47	5.370
0.28	2.344	0.68	3.652	1.08	4.603	1.48	5.388
0.29	2.385	0.69	3.679	1.09	4.624	1.49	5.406
0.30	2.426	0.70	3.706	1.10	4.645	1.50	5.425
0.31	2.466	0.71	3.732	1.11	4.666	1.51	5.443
0.32	2.506	0.72	3.758	1.12	4.687	1.52	5.461
0.33	2.544	0.73	3.784	1.13	4.708	1.53	5.479
0.34	2.582	0 74	3.810	1.14	4.729	1.54	5.496
0.35	2.620	0.75	3.836	1.15	4.750	1.55	5.514
0.36	2.658	0.76	3.861	1.16	4.770	1.56	5.532
0.37	2.694	0.77	3.886	1.17	4.790	1.57	5.550
0.38	2.730	0.78	3.911	1.18	4.811	1.58	5.567
0.39	2.766	0.79	3.936	1.19	4.831	1.59	5.585
0.40	2.801	0.80	3.961	1.20	4.852	1.60	5.603

TABLE DES VITESSES CORRESPONDANTES A DIFFÉRENTES HAUTEURS, VARIANT DE CENTIMÈTRE EN CENTIMÈTRE.

(*Suite.*)

Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.
m	m	m	m	m	m	m	m
1.61	5.620	2.01	6.279	2.41	6.876	2.81	7.425
1.62	5.637	2.02	6.295	2.42	6.890	2.82	7.437
1.63	5.655	2.03	6.311	2.43	6.904	2.83	7.451
1.64	5.672	2.04	6.326	2.44	6.919	2.84	7.464
1.65	5.690	2.05	6.341	2.45	6.933	2.85	7.477
1.66	5.707	2.06	6.357	2.46	6.947	2.86	7.490
1.67	5.724	2.07	6.372	2.47	6.961	2.87	7.503
1.68	5.741	2.08	6.388	2.48	6.975	2.88	7.517
1.69	5.758	2.09	6.403	2.49	6.989	2.89	7.530
1.70	5.775	2.10	6.418	2.50	7.003	2.90	7.543
1.71	5.792	2.11	6.434	2.51	7.017	2.91	7.556
1.72	5.809	2.12	6.449	2.52	7.031	2.92	7.569
1.73	5.826	2.13	6.464	2.53	7.045	2.93	7.582
1.74	5.842	2.14	6.479	2.54	7.059	2.94	7.594
1.75	5.859	2.15	6.494	2.55	7.073	2.95	7.607
1.76	5.876	2.16	6.510	2.56	7.087	2.96	7.620
1.77	5.893	2.17	6.525	2.57	7.101	2.97	7.633
1.78	5.909	2.18	6.540	2.58	7.114	2.98	7.646
1.79	5.926	2.19	6.555	2.59	7.128	2.99	7.659
1.80	5.942	2.20	6.570	2.60	7.142	3.00	7.672
1.81	5.959	2.21	6.584	2.61	7.156	3.01	7.684
1.82	5.975	2.22	6.599	2.62	7.169	3.02	7.697
1.83	5.992	2.23	6.614	2.63	7.183	3.03	7.710
1.84	6.008	2.24	6.629	2.64	7.197	3.04	7.722
1.85	6.024	2.25	6.644	2.65	7.210	3.05	7.735
1.86	6.041	2.26	6.658	2.66	7.224	3.06	7.748
1.87	6.057	2.27	6.673	2.67	7.237	3.07	7.760
1.88	6.073	2.28	6.688	2.68	7.251	3.08	7.773
1.89	6.089	2.29	6.703	2.69	7.265	3.09	7.786
1.90	6.105	2.30	6.717	2.70	7.278	3.10	7.798
1.91	6.122	2.31	6.732	2.71	7.291	3.11	7.811
1.92	6.138	2.32	6.746	2.72	7.305	3.12	7.823
1.93	6.154	2.33	6.761	2.73	7.318	3.13	7.836
1.94	6.170	2.34	6.775	2.74	7.332	3.14	7.849
1.95	6.186	2.35	6.790	2.75	7.345	3.15	7.861
1.96	6.202	2.36	6.804	2.76	7.358	3.16	7.873
1.97	6.217	2.37	6.819	2.77	7.372	3.17	7.886
1.98	6.232	2.38	6.833	2.78	7.385	3.18	7.898
1.99	6.248	2.39	6.847	2.79	7.398	3.19	7.911
2.00	6.264	2.40	6.862	2.80	7.411	3.20	7.923

TABLE DES VITESSES CORRESPONDANTES A DIFFÉRENTES HAUTEURS, VARIANT DE CENTIMÈTRE EN CENTIMÈTRE.

(*Suite.*)

Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.
m	m	m	m	m	m	m	m
3.21	7.936	3.61	8.415	4.01	8.869	4.41	9.301
3.22	7.948	3.62	8.427	4.02	8.880	4.42	9.312
3.23	7.960	3.63	8.439	4.03	8.892	4.43	9.322
3.24	7.973	3.64	8.450	4.04	8.903	4.44	9.333
3.25	7.985	3.65	8.462	4.05	8.914	4.45	9.343
3.26	7.997	3.66	8.474	4.06	8.925	4.46	9.354
3.27	8.009	3.67	8.485	4.07	8.936	4.47	9.364
3.28	8.022	3.68	8.497	4.08	8.946	4.48	9.375
3.29	8.034	3.69	8.508	4.09	8.957	4.49	9.385
3.30	8.046	3.70	8.520	4.10	8.968	4.50	9.396
3.31	8.058	3.71	8.531	4.11	8.979	4.51	9.406
3.32	8.070	3.72	8.543	4.12	8.990	4.52	9.417
3.33	8.082	3.73	8.554	4.13	9.001	4.53	9.427
3.34	8.095	3.74	8.566	4.14	9.012	4.54	9.437
3.35	8.107	3.75	8.577	4.15	9.023	4.55	9.448
3.36	8.119	3.76	8.588	4.16	9.034	4.56	9.458
3.37	8.131	3.77	8.600	4.17	9.045	4.57	9.468
3.38	8.143	3.78	8.611	4.18	9.055	4.58	9.479
3.39	8.155	3.79	8.623	4.19	9.066	4.59	9.489
3.40	8.167	3.80	8.634	4.20	9.077	4.60	9.500
3.41	8.179	3.81	8.645	4.21	9.088	4.61	9.510
3.42	8.191	3.82	8.657	4.22	9.099	4.62	9.520
3.43	8.203	3.83	8.668	4.23	9.109	4.63	9.530
3.44	8.215	3.84	8.679	4.24	9.120	4.64	9.541
3.45	8.227	3.85	8.691	4.25	9.131	4.65	9.551
3.46	8.239	3.86	8.702	4.26	9.142	4.66	9.561
3.47	8.251	3.87	8.713	4.27	9.152	4.67	9.572
3.48	8.263	3.88	8.725	4.28	9.163	4.68	9.582
3.49	8.274	3.89	8.736	4.29	9.174	4.69	9.592
3.50	8.286	3.90	8.747	4.30	9.185	4.70	9.602
3.51	8.298	3.91	8.758	4.31	9.195	4.71	9.612
3.52	8.310	3.92	8.769	4.32	9.206	4.72	9.623
3.53	8.322	3.93	8.780	4.33	9.217	4.73	9.633
3.54	8.333	3.94	8.792	4.34	9.227	4.74	9.643
3.55	8.345	3.95	8.803	4.35	9.238	4.75	9.653
3.56	8.357	3.96	8.814	4.36	9.248	4.76	9.663
3.57	8.369	3.97	8.825	4.37	9.259	4.77	9.673
3.58	8.380	3.98	8.836	4.38	9.270	4.78	9.684
3.59	8.392	3.99	8.847	4.39	9.280	4.79	9.694
3.60	8.404	4.00	8.858	4.40	9.291	4.80	9.704

TABLE DES VITESSES CORRESPONDANTES A DIFFÉRENTES HAUTEURS, VARIANT DE CENTIMÈTRE EN CENTIMÈTRE.

(*Suite.*)

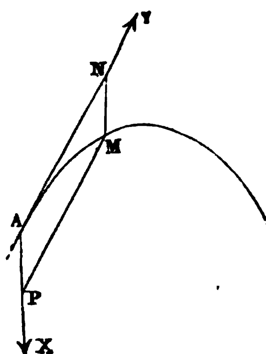
Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.	Hauteurs de chute.	Vitesses correspond.
m	m	m	m	m	m	m	m
4.81	9.714	4.86	9.764	4.91	9.814	4.96	9.864
4.82	9.724	4.87	9.774	4.92	9.824	4.97	9.874
4.83	9.734	4.88	9.784	4.93	9.834	4.98	9.884
4.84	9.744	4.89	9.794	4.94	9.844	4.99	9.894
4.85	9.754	4.90	9.804	4.95	9.854	5.00	9.904

8. *Vérification de la formule de Torricelli.*

Nous avons dit que la formule

$$V=\sqrt{2gH},$$

à l'aide de laquelle on calcule ordinairement la vitesse moyenne d'écoulement de l'eau à travers les orifices, était due à Torricelli, disciple de Galilée. Pour reconnaître si elle est suffisamment approchée de la vérité, examinons les circonstances du mouvement d'une veine fluide lancée dans l'air avec cette vitesse, et comparons les résultats de la théorie à ceux de l'expérience.



Lorsqu'un corps lancé dans une direction quelconque AY avec une vitesse V est soumis en même temps à l'action de la pesanteur, il est à chaque instant animé de deux vitesses simultanées: l'une, provenant de sa vitesse initiale, plus ou moins diminuée par la résistance de l'air; l'autre, verticale, qui lui est communiquée par la pesanteur. Dans tous les cas où les vitesses ne sont que de quelques mètres, de 20 ou 30 mètres en 1″, on peut négliger l'influence de la résistance de l'air, et alors il est clair qu'au bout d'un temps T le corps aurait parcouru, dans la direction de sa vitesse initiale, le chemin $AN = y = VT$

d'un mouvement uniforme, et dans la direction de la pesanteur, d'un mouvement uniformément accéléré, le chemin

$$AP = \frac{1}{2} g T^2 = x.$$

Il est d'ailleurs évident, d'après ce que l'on a dit aux n°s 115 et suivants des *Notions fondamentales*, que le corps, en vertu de ces deux mouvements simultanés, sera parvenu au bout du temps T au sommet M du parallélogramme ANMP. On a donc entre les coordonnées x et y de la courbe et le temps T les relations

$$y = VT \quad \text{et} \quad x = \frac{1}{2} g T^2;$$

d'où

$$T = \frac{y}{V},$$

et par suite

$$x = \frac{1}{2} \frac{g y^2}{V^2}$$

ou

$$y^2 = \frac{2V^2}{g} . x.$$

Si l'on appelle H' la hauteur due à la vitesse initiale V, on a

$$V^2 = 2 g H',$$

et la relation ci-dessus devient

$$y^2 = 4 H' . x.$$

Ainsi réciproquement la hauteur due à la vitesse V' sera

$$H' = \frac{y^2}{4 . x.}$$

ou la vitesse sera

$$V = \sqrt{2 g H'} = 2{,}215 . \frac{y}{\sqrt{x}} .$$

Dans le cas où le jet d'eau sort d'une paroi verticale, sa vitesse initiale est horizontale; les ordonnées AN sont aussi hori-

zontales et s'appellent les *portées du jet*, les abscisses étant toujours verticales.

Bossut, dans son *Hydrodynamique*, rapporte deux expériences dans lesquelles il a mesuré les portées y correspondantes à des abscisses x, et dont il a déduit la vitesse initiale de sortie. En comparant cette vitesse à celle qui correspondait à la charge sur le centre de l'orifice, il a trouvé qu'elles étaient dans les rapports de 0,974 et 0,980. La différence peut être attribuée à la résistance de l'air et à celle des bords de l'orifice.

Michelotti a fait des expériences analogues à l'établissement de la Parella, à Turin, et a obtenu les résultats suivants rapportés par M. d'Aubuisson dans son *Traité d'hydraulique*, 2e édition, page 43.

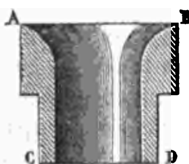
EXPÉRIENCES DE MICHELOTTI SUR LA VITESSE DE SORTIE DES JETS D'EAU.
ORIFICE DE $0^m,0271$ DE DIAMÈTRE.

CHARGE.	JET.		VITESSE		RAPPORT des vitesses.
	Abscisse x.	Portée y.	réelle.	théorique.	
m	m	m	m	m	
2.29	6.28	7.53	6.65	6.70	0.973
3.93	4.66	8.45	8.67	8.78	0.998
7.17	1.41	6.25	11.67	11.88	0.983

Ces résultats montrent que, même pour des charges considérables, la vitesse de sortie est sensiblement égale, comme la théorie l'indique, à celle qui est due à la charge sur le centre de l'orifice. La légère différence que l'on observe peut être, selon toute apparence, attribuée à la résistance de l'air, qui croît avec la vitesse.

9. *Expériences de M. Weisbach.* — Ce savant ingénieur allemand a vérifié par des expériences directes, qu'un orifice disposé de manière à atténuer, ou à rendre presque nuls les effets de con-

vergence des filets fluides vers l'orifice, diminue et réduit la contraction à peu près à zéro; ce qui montre que, si les résultats de l'expérience diffèrent des conséquences auxquelles conduit la théorie, cela ne tient qu'à ce que cette théorie fait abstraction des effets de la contraction.

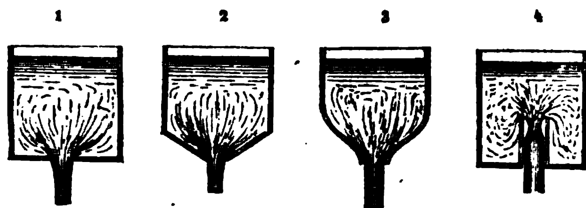


En comparant, en effet, les dépenses faites par un orifice comme celui que représente la figure ci-contre, dont les parois avaient une surface polie, ce savant ingénieur a trouvé que, sous une charge de 3m,00, le rapport de la dépense effective à la dépense théorique était égal à 0,975, que pour une charge de 1m,50 il était de 0,969, et qu'enfin pour une charge de 0,305 il était égal à 0,958.

Dans l'écoulement par un orifice ainsi disposé, la veine fluide ayant d'ailleurs la même section que cet orifice, il s'ensuit que la réduction éprouvée par la dépense doit être attribuée à une diminution de la vitesse, occasionnée en partie par la résistance des parois.

10. *Observations sur l'influence de la disposition des parois.* — Nous avons supposé, dans ce qui précède, que la forme du vase et des parties voisines de l'orifice était telle, que les filets fluides éprouvaient des déviations insensibles et graduelles; de sorte qu'ils arrivaient à peu près parallèlement entre eux vers l'orifice et perpendiculairement à son plan. Mais dans la réalité il en est rarement ainsi, et les parois forment avec la direction des filets fluides des angles plus ou moins grands, et alors, le nombre et la direction des filets qui affluent vers l'orifice dépendant de la disposition de ces parois, la dépense doit en être influencée. On conçoit en effet à la simple vue que, dans le cas de la figure 2, les filets affluant vers l'orifice ayant des directions moins inclinées sur son axe que dans celui de la figure 1, les filets latéraux convergeront moins vers l'axe et gêneront moins l'écoulement; que dès lors la veine fluide sera moins étranglée, *moins contractée*, que sa section sera plus grande pour la figure 2 que pour la figure 1; et, comme la vitesse moyenne est due à la charge sur l'orifice, on voit que, cette charge étant la même, la dépense de l'orifice 2 sera plus grande que celle de l'orifice 1. De même, l'orifice 3 étant disposé de manière que

les filets y arrivent plus parallèlement à l'axe que dans la figure 2, la dépense faite par cet orifice sera plus grande que



celle de l'orifice 2. A l'inverse on voit que dans la figure 4, qui offre un orifice vers lequel des filets fluides peuvent affluer dans tous les sens et venir gêner l'écoulement, la contraction sera plus grande que dans tous les cas précédents. Tous ces aperçus sont vérifiés par l'expérience.

Il suit de là que, quoique la vitesse moyenne d'écoulement soit à peu près la vitesse théorique, la section de la veine n'étant pas égale à celle de l'orifice, la dépense effective sera moindre que la dépense théorique, et que la réduction dépendra essentiellement de la disposition des parois du réservoir par rapport au plan de l'orifice.

Résultats d'observation.

11. *Des moyens à employer pour tenir compte des effets de la contraction.* — La mesure directe assez délicate de l'aire de la section où la veine fluide est le plus fortement contractée a été faite dans plusieurs cas, et en particulier pour des orifices circulaires de $0^m,03$ à $0^m,08$ de diamètre où le liquide affluait de toutes parts, et pour lesquels on a trouvé que l'aire de cette section contractée n'était que 0,64 de celle de l'orifice.

Ce rapport n'est pas constant, et dépend de la forme des orifices, de leurs proportions, de leur disposition, de la charge d'eau, etc.; et comme d'ailleurs la vitesse éprouve aussi quelque diminution, il s'ensuit que les effets de la contraction sur la dépense ne peuvent être appréciés par la seule mesure de la section contractée.

Le moyen le plus sûr et le plus simple de tenir compte de

ces effets si variés, c'est de comparer la dépense effective à la dépense théorique pour tous les cas de la pratique, et de déterminer le rapport de ces deux dépenses.

Ce rapport, que l'on nomme le *multiplicateur* ou le *coefficient de la dépense théorique*, a été déterminé par plusieurs physiciens; mais les expériences les plus étendues et les plus complètes sont dues à MM. Poncelet et Lesbros, officiers supérieurs du génie militaire, qui les ont exécutées à Metz avec des moyens d'une précision jusqu'alors inusitée.

Ces expériences, commencées en 1827 et 1828 en commun par MM. Poncelet et Lesbros, et continuées en 1828, 1829, 1831 et 1834, par le second de ces officiers, ont été publiées en deux parties: la première en 1829, et la seconde en 1851, par ordre de l'Académie des sciences.

Les premières expériences avaient eu principalement pour objet la détermination des coefficients numériques qu'il est nécessaire d'appliquer aux formules de la *dépense théorique*, pour obtenir la *dépense* effective des orifices à parois minces et à contraction complète. Les suivantes sont plus spécialement relatives aux pertuis des usines et des écluses.

Nous résumerons d'abord les résultats de la première série d'expériences relatives à des orifices supposés petits et avec charge sur le sommet de l'orifice, placés au fond ou sur les côtés du réservoir; ils sont réunis dans les deux tableaux suivants. Le premier donne le multiplicateur de la dépense pour le cas où la charge est mesurée en un lieu du réservoir où le liquide est stagnant, ce qui a ordinairement lieu à peu de distance en amont, ou au moins dans quelque angle rentrant du réservoir. Le second est relatif au cas où l'on aurait été obligé de mesurer la charge immédiatement au-dessus de l'orifice.

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE DES ORIFICES RECTANGULAIRES VERTICAUX EN MINCE PAROI, AVEC CONTRACTION COMPLÈTE ET VERSANT LIBREMENT DANS L'AIR *(les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide soit parfaitement stagnant).*

Charges sur le sommet des *orifices.*	Coefficients de la dépense théorique pour les hauteurs d'orifice de					
	0m.20	0m.10	0m.05	0m.03	0m.02	0m.01
m						
0.000	»	»	»	»	»	»
0.005	»	»	»	»	»	0.705
0.010	»	»	0.607	0.630	0.660	0.701
0.015	»	0.593	0.612	0.632	0.660	0.697
0.020	0.572	0.596	0.615	0.634	0.659	0.694
0.030	0.578	0.600	0.620	0.638	0.659	0.688
0.040	0.582	0.603	0.623	0.640	0.658	0.683
0.050	0.585	0.605	0.625	0.640	0.658	0.679
0.060	0.587	0.607	0.627	0.640	0.657	0.676
0.070	0.588	0.609	0.628	0.639	0.656	0.673
0.080	0.589	0.610	0.629	0.638	0.656	0.670
0.090	0.591	0.610	0.629	0.637	0.655	0.668
0.100	0.592	0.611	0.630	0.637	0.654	0.666
0.120	0.593	0.612	0.630	0.636	0.653	0.663
0.140	0.595	0.613	0.630	0.635	0.651	0.660
0.160	0.596	0.614	0.631	0.634	0.650	0.658
0.180	0.597	0.615	0.630	0.634	0.649	0.657
0.200	0.598	0.615	0.630	0.633	0.648	0.655
0.250	0.599	0.616	0.630	0.632	0.646	0.653
0.300	0.600	0.616	0.629	0.632	0.644	0.650
0.400	0.602	0.617	0.628	0.631	0.642	0.647
0.500	0.603	0.617	0.628	0.630	0.640	0.644
0.600	0.604	0.617	0.627	0.630	0.638	0.642
0.700	0.604	0.616	0.627	0.629	0.637	0.640
0.800	0.605	0.616	0.627	0.629	0.636	0.637
0.900	0.605	0.615	0.626	0.628	0.634	0.635
1.000	0.605	0.615	0.626	0.628	0.633	0.632
1.100	0.604	0.614	0.625	0.627	0.631	0.629
1.200	0.604	0.614	0.624	0.626	0.628	0.626
1.300	0.603	0.613	0.622	0.624	0.625	0.622
1.400	0.603	0.612	0.621	0.622	0.622	0.618
1.500	0.602	0.611	0.620	0.620	0.619	0.615
1.600	0.602	0.611	0.618	0.618	0.617	0.613
1.700	0.602	0.610	0.617	0.616	0.615	0.612
1.800	0.601	0.609	0.615	0.615	0.614	0.612
1.900	0.601	0.608	0.614	0.613	0.612	0.611
2.000	0.601	0.607	0.613	0.612	0.612	0.611
3.000	0.601	0.603	0.606	0.608	0.610	0.609

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE DES ORIFICES RECTANGULAIRES VERTICAUX EN MINCE PAROI, AVEC CONTRACTION COMPLÈTE ET VERSANT LIBREMENT DANS L'AIR *(les charges étant relevées immédiatement au-dessus de l'orifice).*

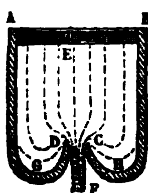
Charges sur le sommet des orifices.	Coefficients de la dépense théorique pour des hauteurs d'orifice de					
	0m.20	0m.10	0m.05	0m.03	0m.02	0m.01
m 0.000	0.619	0.667	0.713	0.766	0.783	0.795
0.005	0.597	0.630	0.668	0.725	0.750	0.778
0.010	0.595	0.618	0.642	0.687	0.720	0.762
0.015	0.594	0.615	0.639	0.674	0.707	0.745
0.020	0.594	0.614	0.638	0.668	0.697	0.729
0.030	0.593	0.613	0.637	0.659	0.685	0.708
0.040	0.593	0.612	0.636	0.654	0.678	0.695
0.050	0.593	0.612	0.636	0.651	0.672	0.686
0.060	0.594	0.613	0.635	0.647	0.668	0.681
0.070	0.594	0.613	0.635	0.645	0.665	0.677
0.080	0.594	0.613	0.635	0.643	0.662	0.675
0.090	0.595	0.614	0.634	0.641	0.659	0.672
0.100	0.593	0.614	0.634	0.640	0.657	0.669
0.120	0.596	0.614	0.633	0.637	0.655	0.665
0.140	0.597	0.614	0.632	0.636	0.653	0.661
0.160	0.597	0.615	0.631	0.635	0.651	0.659
0.180	0.598	0.615	0.631	0.634	0.650	0.657
0.200	0.599	0.615	0.630	0.633	0.649	0.656
0.250	0.600	0.616	0.630	0.632	0.646	0.653
0.300	0.601	0.616	0.629	0.632	0.644	0.651
0.400	0.602	0.617	0.629	0.631	0.642	0.647
0.500	0.603	0.617	0.628	0.630	0.640	0.645
0.600	0.604	0.617	0.627	0.630	0.638	0.643
0.700	0.604	0.616	0.627	0.629	0.637	0.640
0.800	0.605	0.616	0.627	0.629	0.636	0.637
0.900	0.605	0.615	0.626	0.628	0.634	0.635
1.000	0.605	0.615	0.626	0.628	0.633	0.632
1.100	0.604	0·614	0.625	0.627	0.631	0.629
1.200	0.604	0.614	0.624	0.626	0.628	0.626
1.300	0.603	0.613	0.622	0.624	0.625	0.622
1.400	0.603	0.612	0.621	0.622	0.622	0.618
1.500	0.602	0.611	0.620	0.620	0.619	0.615
1.600	0.602	0.911	0.618	0.618	0.617	0.613
1.700	0.602	0.610	0.617	0.616	0.615	0.612
1.800	0.601	0.609	0.615	0.615	0.614	0.612
1.900	0.601	0.608	0.614	0.613	0.613	0.611
2.000	0.601	0.607	0.614	0.612	0.612	0.611
3.000	0.601	0.603	0.606	0.608	0.610	0.609

12. *Cas où un tube additionnel pénètre dans l'intérieur du réservoir.* — L'illustre Borda, dans son Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases *, rapporte l'expérience qu'il a faite pour mesurer la contraction qui se produisait lorsque l'eau s'écoulait par un tuyau cylindrique débouchant dans l'intérieur du vase (voir figure 4, n° 10), de manière que les filets fluides pussent se diriger de tous les côtés vers l'orifice, même en remontant de bas en haut.

Il a trouvé ainsi que le rapport entre le volume d'eau réellement dépensé et celui qu'indiquerait la formule théorique était, dans ce cas, celui de 100 à 194,2, ou 0,515. Telle est donc la valeur qu'il faut attribuer au coefficient de la dépense pour ce cas particulier, qui se présente quelquefois dans les prises d'eau, et en particulier dans les appareils de jeux d'eau, où l'on a intérêt à diminuer la portée de certains jets.

13. *Expériences comparatives de M. Weisbach.* — M. Weisbach, en comparant les volumes d'eau écoulés, sous des pressions égales, par les deux orifices *a* et *b*, dans le second desquels la contraction est presque annulée par suite de la forme des parois, tandis que dans le premier, elle est considérablement augmentée, a reconnu, comme Borda et Bidone l'avaient indiqué, que dans ce dernier cas, le coefficient de la dépense s'abaisse à 0,53.

a



b



Des pertuis des usines.

14. *Formule relative aux pertuis ordinaires des usines.* — Dans l'emploi de la formule théorique la charge H est celle qui a lieu sur le centre de figure de l'orifice. La plupart des orifices de jaugeage étant des pertuis d'usine verticaux, leur forme est rectangulaire, et leur centre de figure est à moitié de leur hau-

* *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, année 1766, p. 79 et suiv.

teur. La vitesse théorique due à cette charge étant donnée par la formule

$$V = \sqrt{2gH},$$

dont on trouve le calcul tout fait dans la table du n° 7, ou à l'aide de la règle à calcul, on aura d'abord la dépense théorique des orifices avec charge sur le sommet débouchant à l'air libre par la formule

$$A\sqrt{2gH} = LE\sqrt{2gH},$$

et pour les orifices noyés, par la formule

$$A\sqrt{2g(H-H')} = LE\sqrt{2g(H-H')},$$

formules dans lesquelles L exprime la largeur de l'orifice, et E sa hauteur.

Puis, en recherchant dans les tableaux la valeur du multiplicateur de la dépense qui correspond à la fois à la hauteur de l'orifice et à la charge sur son sommet, on aura la dépense effective en multipliant la dépense théorique par ce nombre.

1° *Exemples.* Charge sur le centre $H = 1^m,30$;

$$V = \sqrt{19,62 \times 1,3} = 5^m,05.$$

$$L = 1^m,20, \quad E = 0^m,10; \quad LE = 1^m,20 \times 0^m,10 = 0^{mq},12.$$

La dépense théorique $= 0^{mq},12 \times 5^m,05 = 0^{mc},606$.

Si la charge est mesurée en un endroit où le liquide soit stagnant, on a pour les proportions données de l'orifice et de la charge ci-dessus $m = 0,614$.

La dépense effective est donc

$$Q = 0,614 \times 0,606 = 0^{mc},372.$$

2° *Orifice noyé.*

$$H - H' = 1^m,40, \quad L = 0^m,90, \quad E = 0^m,10,$$

$$V = \sqrt{19,62 \times 1,40} = 5^m,24, \quad LE = 0^m,90 \times 0^m,10 = 0^{mq},09.$$

La dépense théorique est donc

$$0^{mq},09 \times 5^m,24 = 0^{mc},4716.$$

Si la différence de niveau est mesurée au-dessus de l'orifice, le tableau donne pour les proportions actuelles $m = 0.612$, et la dépense effective est

$$Q = 0,612 \times 0^{mc},4716 = 0^{mc},2886.$$

15. *Observation sur l'usage du tableau et des règles précédentes.* — Lorsque la hauteur de l'orifice ou la charge sur son sommet seront comprises entre des valeurs indiquées au tableau, on prendra pour le multiplicateur de la dépense une moyenne proportionnelle entre celles qui correspondent aux données du tableau.

Exemple.

$$H = 1^m,50, \quad L = 0^m,80, \quad E = 0^m,18;$$

on a

$$V = \sqrt{19,62 \times 1,50} = 5^m,423, \quad LE = 0^m,80 \times 0^m,18 = 0^{mq},144.$$

La dépense théorique $= 0^{mq},144 \times 5^m,423 = 0^{mc},781.$

La hauteur de l'orifice étant comprise entre $0^m,10$ et $0^m,20$, le coefficient ou multiplicateur de la dépense sera la moyenne proportionnelle entre 0,602 et 0,611, et l'on aura, pour déterminer la quantité à retrancher du coefficient 0.611 correspondant à l'orifice de $0^m,20$ la proportion,

$$0^m,20 - 0^m,10 : 0,611 - 0,602 :: 0,18 - 0,10 : x.$$

ou $$0,10 : 0,009 :: 0,08 : x = \frac{0,009 \times 0,08}{0,10} = 0,0072.$$

d'où

$$m = 0,611 - 0,0072 = 0,6038.$$

La dépense effective est

$$0^{mc},781 \times 0,6038 = 0^{mc},4715678.$$

En général on obtiendra une approximation suffisante en adoptant celui des deux multiplicateurs qui se rapporte aux données les plus voisines du cas proposé.

16. *La largeur des orifices n'a pas d'influence notable sur la dépense.* — M. Lesbros formule ainsi cette conclusion de ses expériences.

« Les coefficients par lesquels il faut multiplier les formules de la dépense théorique pour avoir la dépense effective, dépendent du plus petit des intervalles qui séparent les bords opposés de l'orifice, et restent les mêmes, toutes choses égales d'ailleurs, quelle que soit l'autre dimension de l'orifice. »

Si, par exemple, nous comparons les résultats obtenus pour trois orifices en mince paroi débouchant à l'air libre, ayant le premier $0^m,60$, le deuxième $0^m,20$, et le troisième $0^m,02$ de largeur, avec une hauteur commune de $0^m,02$, nous voyons que M. Lesbros a trouvé pour le coefficient de la formule de la dépense les valeurs correspondantes contenues dans le tableau suivant:

COEFFICIENTS DE LA DÉPENSE POUR LES ORIFICES EN MINCE PAROI VERSANT LIBREMENT DANS L'AIR.

(Les charges étant mesurées en un endroit du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	ORIFICES DE $0^m.02$ DE HAUTEUR ET D'UNE LARGEUR DE		
	$0^m.60$	$0^m.20$	$0^m.02$
$0^m.01$	0.644	0.660	0.660
0.05	0.641	0.658	0.656
0.10	0.630	0.655	0.653
0.20	0.635	0.649	0.648
0.30	0.633	0.645	0.644
0.40	0.631	0.642	0.640
0.50	0.630	0.640	0.639
1.00	0.626	0.632	0.632
1.20	0.625	0.627	0.628
1.40	0.624	0.622	0.623
1.60	0.623	0.618	0.619
1.80	0.621	0.615	0.616
2.00	0.620	0.613	0.613
3.00	0.615	0.608	0.608
0.60	0.629	0.638	0.637
0.70	0.628	0.637	0.635
0.80	0.628	0.635	0.634
0.90	0.627	0.634	0.633

Les résultats consignés dans ce tableau montrent que les coefficients de la dépense sont restés presque identiquement les mêmes, quand la largeur a varié de 2 à 20 centimètres ou de 1 à 10, et qu'ils n'ont diminué que de $\frac{1}{30}$ au plus, et généralement beaucoup moins, quand la largeur a varié de 2 à 60 centimètres ou de 1 à 30.

On peut donc, dans la pratique, admettre que, pour les orifices avec charge sur le sommet, les coefficients de la dépense sont à très-peu près indépendants de la largeur de l'orifice.

17. *Observation sur l'influence du rapport des dimensions des orifices et des charges.* — Mais on remarquera dans les tableaux précédents, que, pour une charge donnée, les valeurs du multiplicateur de la dépense sont d'autant plus grandes que les hauteurs des orifices sont plus petites, abstraction faite de l'épaisseur de la vanne, qui, comme on le verra, exerce aussi une certaine influence dans le cas des petites levées. Il y a donc augmentation de la dépense avec des orifices allongés et de peu de hauteur sous une charge donnée. Ainsi, par exemple, la charge sur le seuil étant fixée à $0^m,30$, et l'aire de l'orifice de prise d'eau à $0^{mq},04$, si l'on fait d'abord

$$L=0^m,20,\quad E=0^m,20,$$

on aura

$$LE=0^{mq},04,\quad H=0^m,20,\quad V=1^m,985.$$

La dépense théorique sera

$$0^{mq},04\times 1,985=0^{mc},0794.$$

Le tableau donne alors $m=0,592$. La dépense effective est donc

$$Q=0,592\times 0^{mc},07924=0^{mc},0469.$$

Si l'on fait

$$L=4^m,00,\quad E=0^m,01,\quad LE=0^{mq},04,\quad H=0^m,295,\quad V=2^m,405,$$

la dépense théorique sera

$$0^{mq},04\times 2^m,405=0^{mc},09620.$$

Le multiplicateur pour la charge de $0^m,20$ sur le sommet est $m = 0,650$, et la dépense effective

$$Q = 0,650 \times 0^{mq},092 = 0^{mc},0625.$$

Ainsi, dans le second cas, la dépense est augmentée 1° par l'accroissement de la vitesse de sortie due à une plus grande charge sur le centre; 2° par l'augmentation du multiplicateur de la dépense. Le rapport des deux dépenses trouvées ci-dessus étant celui de

$$\frac{0,0625}{0,0470} = 1,33,$$

on voit que dans le second cas la dépense est de $\frac{1}{3}$ plus grande que celle du premier cas.

On reconnaîtra par cet exemple combien il est nécessaire de tenir compte de toutes les circonstances d'établissement et de disposition dans la détermination des orifices de prise d'eau. Nous en verrons d'autres exemples.

18. *Expériences de M. Lesbros sur un orifice de* $0^m,60$ *de largeur et de diverses hauteurs pratiqué dans une paroi de* $0^m,05$ *d'épaisseur, et débouchant à l'air libre.* — Cet habile observateur a fait sur ce cas important, en ce qu'il se rapproche beaucoup de ceux de la pratique pour lesquels l'orifice est isolé de toutes les parois, plusieurs séries d'expériences parmi lesquelles nous choisirons celle qui se rapporte le plus aux pertuis ordinaires.

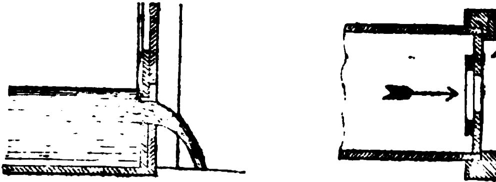
L'orifice percé dans une paroi en madriers de $0^m,05$ d'épaisseur avait son seuil d'épaisseur double, la vanne glissait entre deux joues de $0^m,05$ d'épaisseur, ainsi que cela se présente souvent; la contraction était d'ailleurs complète.

Ce cas est celui qu'il est facile de réaliser d'une manière simple dans les jaugeages d'expériences sur les moteurs hydrauliques, et sous ce rapport il importe de connaître les résultats de ces expériences faites avec beaucoup de précision.

L'on conçoit en effet que des différences absolues de 0,07 à 0,08 sur la valeur du coefficient, équivalentes à $\frac{1}{9}$ de sa valeur, comme les expériences en signalent, peuvent avoir dans certains cas une grande importance.

Le tableau suivant en donne le résumé.

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE RECTANGULAIRE VERTICAL DE $0^m,60$ DE LARGEUR PERCÉ DANS UNE PAROI DE $0^m,05$ D'ÉPAISSEUR ET $0^m,10$ DE LARGEUR AU SEUIL (FIGURE CI-CONTRE).



(Les charges étant mesurées à un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGE sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS DE LA DÉPENSE pour des hauteurs d'orifice de			
	$0^m.40$	$0^m.20$	$0^m.05$	$0^m.03$
m				
0.005	»	»	»	»
0.010	»	»	0.627	0.657
0.015	»	»	0.630	0.661
0.020	»	»	0.634	0.664
0.030	»	0.636	0.640	0.670
0.040	»	0.641	0.646	0.675
0.050	0.624	0.645	0.651	0.680
0.060	0.627	0.648	0.656	0.684
0.070	0.629	0.652	0.661	0.687
0.080	0.631	0.654	0.665	0.690
0.090	0.633	0.656	0.669	0.693
0.100	0.635	0.658	0.672	0.695
0.120	0.639	0.662	0.679	0.699
0.140	0.642	0.664	0.684	0.702
0.160	0.644	0.667	0.687	0.704
0.180	0.646	0.669	0.689	0.706
0.200	0.648	0.671	0.691	0.707
0.300	0.654	0.677	0.695	0.710
0.400	0.654	0.679	0.696	0.711
0.500	0.653	0.678	0.696	0.711
0.600	0.650	0.677	0.696	0.710
0.700	0.646	0.677	0.696	0.709
0.800	0.643	0.676	0.695	0.708
0.900	0.639	0.676	0.695	0.707
1.000	0.636	0.676	0.695	0.706
1.100	0.633	0.676	0.695	0.704
1.200	0.630	0.675	0.695	0.703
1.300	0.628	0.675	0.695	0.702
1.400	0.626	0.675	0.694	0.701
1.500	0.624	0.675	0.694	0.700
1.600	0.622	0.675	0.694	0.699
1.700	0.621	0.675	0.694	0.699
1.800	0.620	0.674	0.694	0.698
1.900	0.618	0.674	0.694	0.697
2.000	0.617	0.674	0.694	0.697
3.000	0.607	0.673	0.692	0.693

19. *Conséquences des résultats précédents.* — Si l'on compare les valeurs des coefficients de la dépense consignées dans ce tableau avec celles qui sont relatives à des orifices de même hauteur, percés en minces parois, fonctionnant sur les mêmes charges et qui sont données au n° **11**, l'on reconnaît de suite que l'épaisseur de la paroi occasionne un accroissement très-notable de la dépense, qui pour la hauteur de l'orifice de $0^m,20$ ne s'élève pas à moins de $\frac{1}{10}$ de la dépense faite par l'orifice en mince paroi et qui monte plus haut encore pour les orifices de moindre hauteur, dès que la charge sur le sommet des orifices atteint $0^m,50$.

C'est ce qui est très-bien mis en évidence par le tableau suivant, dans lequel nous avons rapproché quelques-unes des valeurs des coefficients trouvés par M. Lesbros.

Mais l'on remarquera aussi que le coefficient de la dépense diminue notablement à mesure que la hauteur de l'orifice augmente. Ainsi, par exemple, sous la charge de $1^m,50$ au-dessus du sommet de l'orifice, il est égal à 0,700 pour l'orifice de $0^m,03$ de hauteur, tandis qu'il n'est plus que de 0,624 pour celui de $0^m,40$ de hauteur.

COMPARAISON DES VALEURS DES COEFFICIENTS DE LA DÉPENSE POUR DES ORIFICES PRATIQUÉS DANS DES PAROIS DE $0^m.05$ D'ÉPAISSEUR AVEC SEUIL DE $0^m.10$ DE LARGEUR ET DES ORIFICES EN MINCE PAROI.

(Les charges sur les sommets et les hauteurs des orifices étant les mêmes.)

CHARGES sur le sommet.	ORIFICES DES HAUTEURS DE					
	$0^m.20$		$0^m.05$		$0^m.03$	
	en paroi de $0^m.05$ d'épaisseur.	en mince paroi.	en paroi de $0^m.05$ d'épaisseur.	en mince paroi.	en paroi de $0^m.05$ d'épaisseur.	en mince paroi.
m 0.05	0.645	0.585	0.651	0.625	0.680	0.640
0.10	0.658	0.592	0.672	0.630	0.695	0.637
0.50	0.676	0.603	0.696	0.628	0.711	0.631
1.00	0.676	0.605	0.695	0.625	0.706	0.627
1.50	0.675	0.602	0.694	0.619	0.700	0.621
2.00	0.674	0.601	0.694	0.613	0.697	0.613
3.00	3.670	0.601	0.692	0.606	0.693	0.607

L'on voit donc de quelle importance il est pour opérer des jaugeages exacts, surtout quand il s'agira d'apprécier l'effet utile des moteurs, de tenir compte de toutes les circonstances que présentera l'orifice, et toutes les fois qu'on pourra établir un pertuis spécial aussi identique que possible à celui de $0^m,60$ de largeur avec vannage de $0^m,05$ et seuil de $0^m,10$ de largeur, qui a été expérimenté par M. Lesbros, c'est ce qu'il y aura de mieux à faire.

20. *Influence de la disposition des parois sur la dépense des orifices.* — Les premières expériences exécutées sur l'influence que la disposition des parois exerce sur la dépense sont dues à M. Bidone, qui les a faites à l'établissement hydraulique de Turin, et les a publiées en 1836. J'en ai rapporté les résultats et les conséquences dans la première édition de ces leçons; mais depuis M. Lesbros a publié en 1855 la suite de ses belles recherches expérimentales, dans lesquelles il a donné plusieurs séries nombreuses d'expériences entreprises sur des orifices en mince paroi, dont les côtés n'étaient en saillie sur le fond ou sur les côtés verticaux de l'orifice que de $0^m,02$, ainsi que cela arrive quelquefois par suite de la disposition des feuillures dans lesquelles glissent les vannes.

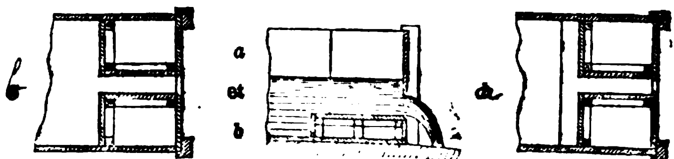
Ces expériences, exécutées sur des orifices dont la largeur a été constamment de $0^m,20$, tandis que les hauteurs ont été successivement de $0^m,20$, $0^m,10$, $0^m,05$, $0^m,03$, $0^m,02$ et $0^m,01$, et que les charges ont varié depuis quelques millimètres jusqu'à près de $2^m,00$, ont démontré et permis d'apprécier l'influence considérable que la disposition des parois exerce sur la dépense, et elles prouvent qu'il est indispensable d'en tenir compte, sous peine de s'exposer à des erreurs de $\frac{1}{10}$ et plus dans les appréciations.

Mais il faut remarquer que, pour une grande partie des orifices étudiés par cet observateur, les côtés de l'orifice se trouvant, comme nous l'avons dit, en saillie de $0^m,02$ sur les parois latérales, il est résulté de cette disposition une contraction partielle même sur les côtés placés ainsi à très-peu près dans le prolongement des parois, et les coefficients obtenus ont été trouvés plus faibles de $\frac{1}{80}$ à $\frac{1}{10}$ que ceux qui auraient été obtenus si les côtés avaient été exactement dans le prolongement des parois, toutes choses égales d'ailleurs.

C'est ce que montre le tableau comparatif suivant, dans le-

quel nous avons mis en regard les résultats des expériences de M. Lesbros, relatifs aux deux dispositifs fig. *a* et *b*, identiques sous tous les rapports à l'exception de la saillie de 0^{m},02 des bords à vive arête du dispositif *a* sur les parois du réservoir, tandis que pour le dispositif *b* ces bords étaient exactement dans le prolongement des côtés de ce réservoir.

COMPARAISON DES COEFFICIENTS DES FORMULES THÉORIQUES DE LA DÉPENSE POUR LES ORIFICES DES DISPOSITIFS *a* ET *b*, DE 0^{m},20 DE LARGEUR ET DE 0^{m},20 DE HAUTEUR.



CHARGE sur le sommet de l'orifice.	DISPOSITIF *a*. COEFFICIENTS POUR LES CHARGES MESURÉES.		DISPOSITIF *b*.	
	En un lieu du réservoir où le liquide est stagnant.	Au-dessus de l'orifice.	En un lieu du réservoir où le liquide est stagnant.	Au-dessus de l'orifice.
m	m	m	m	m
0.160	0.679	0.695	»	0.721
0.170	0.678	0.693	»	0.717
0.180	0.677	0.692	»	0.714
0.190	0.676	0.691	0.715	0.712
0.200	0.676	0.690	0.708	0.710
0.300	0.672	0.683	0.687	0.697
0.400	0.670	0.678	0.682	0.590
0.500	0.668	0.675	0.680	0.687
0.600	0.667	0.673	0.679	0.685
0.700	0.666	0.671	0.678	0.683
0.800	0.665	0.670	0.677	0.681
0.900	0.665	0.669	0.677	0.631
1.000	0.664	0.663	0.676	0.680
1.100	0.664	0.666	0.676	0.679
1.200	0.663	0.666	0.975	0.678
1.300	0.663	0.665	0.674	0.676
1.400	0.662	0.664	0.673	0.674
1.500	0.661	0.663	0.672	0.672
1.600	0.661	0.662	0.671	0.671
1.700	0.660	0.662	0.670	0.670
Moyennes :	0.668	8.675	0.680	0.690

21. *Conséquence du tableau précédent.* — L'examen de ce tableau comparatif montre que pour un orifice, comme pour l'autre, les coefficients à employer sont un peu plus grands quand la charge est mesurée immédiatement au-dessus du sommet que quand elle l'est en un point où le liquide est stagnant; mais la différence ne s'élève qu'à $\frac{1}{42}$ au plus dans toute l'étendue du tableau, et reste habituellement inférieure à $\frac{1}{80}$; de sorte que, pour la pratique, on voit qu'il est à peu près indifférent de mesurer la charge en un point ou à l'autre. Le plus essentiel, c'est de la prendre dans un endroit où le niveau éprouve le moins d'oscillations possible, car les erreurs matérielles de mesure peuvent avoir bien plus d'influence sur le résultat que la légère différence que nous venons de signaler dans la valeur du coefficient des formules.

On remarquera en outre que l'orifice du dispositif *a*, dont les côtés verticaux à vive arête étaient en saillie de $0^m,02$ sur les parois du réservoir, a donné des valeurs du coefficient ou des dépenses moindres que l'orifice du dispositif *b*, mais que la différence ne s'élève qu'à $\frac{1}{20}$ environ pour les petites charges, et qu'elle va en diminuant et se réduit à moins de $\frac{1}{50}$ à mesure que les charges augmentent et dès qu'elles atteignent $1^m,00$ sur le sommet de l'orifice.

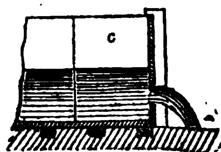
Nous ne rapporterons pas les autres résultats des expériences de M. Lesbros sur des orifices analogues à celui du dispositif (fig. *a*), parce qu'il s'en trouve peu dans la pratique qui offrent les mêmes circonstances, et nous nous bornerons à ceux qui offrent plus de ressemblance et d'analogie avec les pertuis en usage.

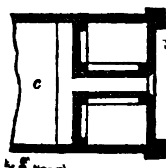
L'on observera aussi que les valeurs moyennes du coefficient de la dépense fournies par ces expériences diffèrent beaucoup moins de leurs valeurs extrêmes pour l'orifice *a* dans la première série que pour les trois autres cas.

La valeur moyenne relative à cet orifice dans ces circonstances est $m = 0,668$, et comme elle ne s'écarte au plus que de $\frac{1}{80}$ à $\frac{1}{83}$ des valeurs extrêmes, l'on pourra l'adopter comme suffisamment exacte pour la pratique dans des cas semblables, car, quelque soin que l'on apporte dans les mesures, l'on ne peut, sans des précautions extraordinaires, se flatter d'obtenir pour la mesure même des éléments du calcul une précision plus grande.

22. *Cas où la contraction est supprimée sur les côtés verticaux de l'orifice.*

COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE DE 0m.20 DE LARGEUR DU DISPOSITIF C.





(Les charges étant mesurées en un endroit où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS POUR DES HAUTEURS D'ORIFICE DE		
	0m.20	0m.05	0m.01
m			
0.010	»	0.659	0.730
0.015	»	0.657	0.721
0.020	»	0.655	0.715
0.030	»	0.653	0.706
0.040	0.649	0.651	0.699
0.050	0.648	0.649	0.695
0.060	0.647	0.648	0.691
0.070	0.647	0.647	0.689
0.080	0.646	0.646	0.686
0.090	0.645	0.646	0.684
0.100	0.645	0.645	0.683
0.120	0.644	0.644	0.681
0.140	0.643	0.644	0.679
0.160	0.642	0.643	0.678
0.180	0.641	0.643	0.676
0.200	0.641	0.642	0.675
0.300	0.639	0.642	0.671
0.400	0.639	0.641	0.668
0.500	0.639	0.640	0.666
0.600	0.638	0.639	0.665
0.700	0.638	0.638	0.663
0.800	0.638	0.637	0.662
0.900	0.638	0.635	0.660
1.000	0.638	0.634	0.658
1.100	0.638	0.633	0.656
1.200	0.638	0.631	0.655
1.300	0.638	0.630	0.653
1.400	0.637	0.628	0.652
1.500	0.637	0.627	0.651
1.600	0.637	0.626	0.650
1.700	0.637	0.625	0.649
1.800	0.637	0.623	0.648
1.900	0.636	0.622	0.647
2.000	0.636	0.621	0.647
3.000	0.634	0.614	0.644

23. *Observations sur les résultats contenus dans ce tableau.* — L'on remarquera que pour les hauteurs d'orifice de 0,^{m}20 et de 0^m,05, qui comprennent les cas les plus ordinaires de la pratique, les valeurs du coefficient sont sensiblement les mêmes, et qu'en adoptant la valeur moyenne 0,64, on ne commettrait guère qu'une erreur de $\frac{1}{64}$, tantôt en moins, tantôt en plus, pour toutes les hauteurs d'orifice voisines de 0^m,20 et pour celle de 0^m,05 jusqu'à des charges de 1^m,30. Ce n'est qu'au-dessus de ces charges que l'erreur pourrait s'élever à $\frac{1}{31}$ pour les petites hauteurs d'orifice voisines de 0^m,05.

24. *Conséquence pratique.* — On pourra donc, pour tous les cas ordinaires de la pratique, adopter pour les orifices verticaux, dont les côtés sont dans le prolongement des parois du réservoir et pour lesquels il n'y a de contraction que sur le sommet et sur le seuil, la valeur moyenne

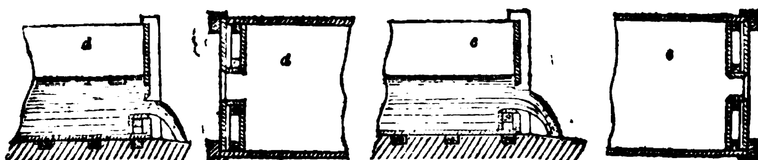
$$m = 0,64.$$

Les observations de M. Lesbros montrent aussi que la valeur du coefficient est à très-peu près la même pour les charges sur le sommet de 0^m,200 et au-dessus, en quelque endroit que cette charge soit mesurée, ce qui rend la détermination de cette donnée plus facile.

25. *Orifices verticaux ordinaires.* — La plupart du temps les pertuis des usines ou des vannes de décharge sont ouvertes dans une charpente formée de deux montants verticaux de 0^m,25 à 0^m,30 d'équarrissage, réunis à la partie inférieure par une pièce horizontale formant le seuil de l'orifice. La vanne glisse entre les montants et a 0^m,04 à 0^m,05 d'épaisseur. Telle est la disposition la plus générale. Dans quelques cas fort rares les contours de l'orifice sont arrondis par l'enlèvement des arêtes intérieures des montants et du seuil pour diminuer les effets de la contraction. Ces deux dispositifs ont été étudiés par M. Lesbros et sont reproduits dans les figures *d* et *e* qui représentent des orifices dont les montants verticaux et le seuil avaient 0^m,267 d'épaisseur.

Les résultats des expériences sont rapportés dans le tableau suivant:

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE DES ORIFICES RECTANGULAIRES VERTICAUX DE $0^m,20$ DE LARGEUR CONFORMES AUX DISPOSITIFS *d* ET *e*.



(Les charges étant mesurées en un endroit où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	DISPOSITIF *d*. COEFFICIENTS pour des hauteurs d'orifice de			DISPOSITIF *e*. COEFFICIENTS pour des hauteurs d'orifice de		
	$0^m.20$	$0^m.05$	$0^m.01$	$0^m.20$	$0^m.05$	$0^m.01$
m						
0.050	»	0.719	0.711	»	0.717	0.729
0.060	»	0.716	0.708	»	0.715	0.726
0.070	»	0.714	0.706	»	0.713	0.723
0.080	»	0.712	0.704	»	0.711	0.721
0.090	»	0.710	0.703	»	0.710	0.719
0.100	»	0.709	0.701	»	0.709	0.717
0.120	»	0.700	0.699	»	0.706	0.714
0.140	»	0.703	0.697	»	0.704	0.711
0.160	0.760	0.700	0.695	0.738	0.703	0.709
0.180	0.732	0.698	0.693	0.722	0.701	0.706
0.200	0.713	0.696	0.692	0.713	0.700	0.704
0.300	0.688	0.689	0.687	0.705	0.697	0.697
0.400	0.684	0.685	0.683	0.703	0.695	0.694
0.500	0.682	0.682	0.681	0.702	0.695	0.693
0.600	0.682	0.681	0.680	0.701	0.694	0.693
0.700	0.681	0.680	0.680	0.701	0.694	0.693
0.800	0.681	0.680	0.680	0.700	0.693	0.694
0.900	0.681	0.679	0.680	0.700	0.693	0.695
1.000	0.680	0.679	0.680	0.700	0.692	0.695
1.100	0.680	0.678	0.679	0.699	0.691	0.695
1.200	0.680	0.678	0.679	0.699	0.690	0.694
1.300	0.680	0.678	0.678	0.699	0.690	0.693
1.400	0.679	0.677	0.677	0.699	0.689	0.693
1.500	0.679	0.677	0.677	0.699	0.688	0.692
1.600	0.679	0.677	0.676	0.698	0.687	0.690
1.700	0.679	0.676	0.675	0.698	0.686	0.690
1.800	0.679	0.676	0.674	0.698	0.685	0.689
1.900	0.678	0.675	0.674	0.698	0.685	0.688
2.000	0.678	0.675	0.673	0.698	0.684	0.688
3.000	0.676	0.672	0.670	0.696	0.680	0.684

26. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* — En examinant les chiffres contenus dans ce tableau, l'on voit qu'à partir des charges de $0^m,20$ environ sur le sommet, l'orifice, dont les contours intérieurs sont arrondis pour diminuer la contraction, fournit pour le coefficient des valeurs légèrement plus fortes que celui dont les arêtes sont vives, mais la différence n'est en général que de $\frac{1}{38}$, et par conséquent de peu d'importance dans la pratique. L'on voit aussi que la valeur moyenne du coefficient de la dépense peut être, sans erreur notable pour la pratique, prise égale à $m=0,68$ pour l'orifice du dispositif *d* le plus généralement en usage, et à 0,69 ou 0,70 pour celui *e* dont les contours sont arrondis.

27. *Cas où l'orifice est prolongé intérieurement par un tuyau.* — Si l'orifice est prolongé intérieurement par un tuyau assez court pour que l'écoulement n'ait pas lieu à *gueule bée*, ce qu'il est toujours facile de reconnaître à simple vue, les expériences de Borda (*Mémoires de l'Académie des sciences*, 1766) prouvent que le multiplicateur de la dépense s'abaisse à 0,515, et même à 0,500, parce qu'alors, comme on l'a indiqué au n° **12**, le nombre des filets qui peuvent affluer vers l'orifice est plus grand que quand cet orifice est percé dans une paroi plane et mince.

Quand le tube a une épaisseur sensible, mais cependant assez faible par rapport à son diamètre intérieur, les filets qui contournent sa circonférence extérieure ne rencontrant pas sa circonférence intérieure, les choses se passent comme si cette dernière n'existait pas, et alors l'aire de l'orifice doit être prise égale à celle du cercle extérieur. En comparant les dépenses effectives avec les dépenses théoriques ainsi calculées, M. Bidone a trouvé comme Borda que le multiplicateur de la dépense s'abaissait à 0,50. Mais il est assez difficile de saisir la limite où l'épaisseur de la paroi est sans influence, et de la distinguer du cas contraire.

Ce qui résulte bien évidemment de ces expériences, c'est que le prolongement des tuyaux dans l'intérieur des réservoirs peut dans certains cas, et surtout quand ils sont courts, diminuer de beaucoup la dépense.

28. *Vannes des écluses.* — Ces vannes démasquent des orifices dont le seuil est ordinairement placé assez près des radiers, de

3

sorte que la contraction sur le côté inférieur n'y est pas tout à fait aussi grande que si le radier avait été plus éloigné.

Des expériences exécutées sur le canal du Midi par M. Lespinasse en 1782 et par M. Pin en 1792, sur le vieux bassin du Havre par M. Lapeyre; et sur le canal de Bromberg par M. Kypke (EYTELWEIN, *Manuel de mécanique et d'hydraulique*, 1828), ont montré qu'alors le multiplicateur de la dépense était $m = 0,625$, soit que l'écoulement eût lieu à l'air libre, soit que l'orifice fût noyé. Les orifices ont eu dans ces expériences des surfaces qui se sont élevées à $1^{mq},00$, et les charges sur le centre ont varié de $1^{m},895$ à $4^{m},436$.

Cette valeur du multiplicateur de la dépense théorique s'accorde avec celle que M. Lesbros a trouvée pour un orifice de $0^{m},60$ de largeur et $0^{m},40$ de hauteur pour des charges sur le sommet comprises entre $1^{m},40$ et $1^{m},80$ (n° 18).

29. *Vannes d'écluses accolées.* — Dans les expériences sur le canal du Midi on a remarqué que, les orifices des deux portes d'écluses étant ouverts ensemble, le multiplicateur de la dépense s'abaissait de 0,625 à 0,550 environ. Ce fait, observé par MM. Lespinasse et Pin, paraît néanmoins particulier aux portes d'écluses sur lesquelles il a été remarqué, et il n'est pas généralement vrai, ainsi que cela résulte des expériences très-variées exécutées à Toulouse par M. Castel, contrôleur des eaux de la ville.

Un canal de $0^{m},74$ de largeur a été barré par une platine mince en cuivre, percée de trois orifices sur la même bande horizontale, ayant chacun $0^{m},10$ de large, $0^{m},06$ de haut, et séparés l'un de l'autre de $0^{m},08$. L'écoulement a eu lieu sous une charge constante de $0^{m},107$. En comparant les dépenses effectives aux dépenses théoriques on a obtenu les résultats suivants :

MULTIPLICATEUR DE LA DÉPENSE OBTENUE AVEC DIFFÉRENTS NOMBRES D'ORIFICES SIMULTANÉMENT OUVERTS.

Charge sur le centre.	Dimensions des orifices.			Un seul orifice ouvert			Deux orifices ouverts			Trois orifices ouverts.
	Largeur.	Hauteur.	Intervalle.	au milieu	à droite.	à gauche.	les deux extrêmes.	au milieu et à droite.	au milieu et à gauche.	
m. 0.107	m. 0.10	m. 0.16	m. 0.08	m. 0.6198	m. 0.6192	m. 0.6194	m. 0.6205	m. 0.6205	m. 0.6207	m. 0.6230

Des expériences analogues ont été exécutées sur des orifices percés dans des platines formant un angle de 120°, ayant chacune deux orifices, l'un à 0m,12, l'autre à 0m,28 de l'arête de jonction. Les orifices avaient tous 0m,10 sur 0m,06. La charge sur le centre était de 0m,140.

M. Castel a obtenu les résultats suivants:

Nombre d'orifices ouverts.........	1	2	3	4
Multiplicateur de la dépense.......	0.618	0.619	0.620	0.622

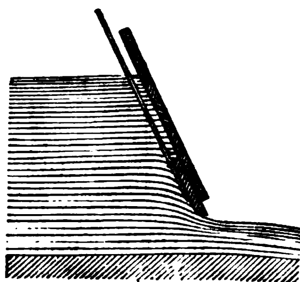
Enfin sous des charges considérables avec des orifices de 0m,05 sur 0m,03, il a obtenu les valeurs suivantes:

CHARGES sur le centre.	NOMBRE d'orifices.	MULTIPLICATEUR de la dépense théorique.
m. 1.03	1	0.621
	2	0.622
2.04	1	0.619
	2	0.621

Ces expériences montrent que le multiplicateur de la dépense théorique n'est pas influencé par l'ouverture simultanée de plusieurs orifices. La très-légère augmentation que l'on a obser-

vée dans les cas où il y avait plusieurs orifices ouverts peut être attribuée à la faible section du canal par rapport à l'aire des orifices.

30. *Vannes inclinées.* — D'après ce que l'on a dit au n° **10**, on conçoit facilement que l'inclinaison des vannes disposées, comme l'indique la figure ci-contre, doit augmenter la dépense en diminuant la contraction.



Lors de l'établissement de la première roue à aubes courbes de son invention, M. Poncelet a fait quelques expériences pour déterminer le coefficient de la dépense de l'orifice du vannage de cette roue incliné à peu près à 1 de base sur 2 de hauteur*. Dans ces expériences, où l'on ne pouvait recueillir les volumes d'eau débités par l'orifice pour les comparer aux volumes fournis par la formule théorique, M. Poncelet a considéré que la vitesse moyenne et effective de l'eau ne pouvait être inférieure que de très-peu à la vitesse théorique, et que la contraction se réduisant sensiblement à celle qui avait lieu sur le sommet de l'orifice, il était permis de conclure le coefficient de la dépense, de la mesure directe de la section contractée, c'est-à-dire de la contraction apparente par la méthode des profils. Les résultats des opérations faites avec beaucoup de soin par M. Poncelet lui-même, ont montré une telle concordance qu'il s'est cru en droit d'y ajouter une entière confiance.

Le tableau suivant contient les résultats de ces expériences.

* *Mémoires sur des expériences relatives aux roues à aubes courbes*, par M. Poncelet. Metz, 1827; p. 78 et suiv.

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES EN GRAND FAITES A METZ PAR M. PONCELET, SUR UN VANNAGE INCLINÉ A 1^m DE BASE SUR $1^m,77$ DE HAUTEUR.

Ouverture de la vanne prise perpendiculairement au fond du pertuis.	Hauteur de l'eau au-dessus du seuil de la vanne.	Aire totale de l'édifice en centim. carrés.	Aire de la section contractée en centim. carrés.	Coefficient de la dépense apparente.
m.	m.			
0 304	1.415	2128	1569	0.737
0.304	1.600	2128	1580	0.742
0.220	1.540	1540	1157	0.751
			Moyenne.....	0.743

C'est d'après ces résultats que M. Poncelet a adopté pour le cas des vannages inclinés à 1 de base sur 2 de hauteur, où la contraction était d'ailleurs supprimée sur le fond et sur les côtés, la valeur $m = 0,74$ pour le coefficient de la dépense.

L'illustre ingénieur n'a pas fait d'autres expériences directes en grand sur l'écoulement de l'eau par les vannages inclinés, mais il en a exécuté sur un modèle de vannage construit pour une roue de $0^m,50$ de diamètre. Dans ces expériences les charges sur le seuil de l'orifice ont été comprises entre $0^m,072$ et $0^m,277$ seulement, et les hauteurs d'orifices ont été successivement de $0^m,01$, $0^m,02$ et $0^m,03$. De l'ensemble de ces expériences il a conclu que pour les vannages inclinés à 1 de base sur 1 de hauteur, sans contraction sur le seuil et sur les côtés, le coefficient de la dépense devait être pris égal à 0,80.

Depuis la publication des expériences de M. Poncelet en 1827, il n'en a pas été fait d'autres qui, pour la précision, puissent être comparées à celles de MM. Lesbros et Poncelet, et dont les résultats soient assez incontestés pour que des jaugeages auxquels elles serviraient de base soient à l'abri de toute incertitude.

Quelques expériences comparatives faites entre les volumes d'eau débités par des orifices rectangulaires verticaux à parois minces, et ceux qui s'écoulaient par un vannage incliné à 45 degrés, m'ont conduit à reconnaître que la hauteur d'un

orifice de ce genre qui fournit l'eau à une roue à aubes courbes, exerce, d'après les proportions de la roue et son tracé, une influence très-sensible sur la dépense d'eau de cet orifice, selon que le liquide entre plus ou moins facilement sur les aubes de la roue. La vitesse de la roue elle-même, quand elle n'est pas convenablement réglée, n'est pas sans influence sur le volume d'eau débité.

Il y a donc encore une certaine incertitude sur la valeur précise du coefficient de la dépense des orifices à vannages inclinés, particulièrement appliqués aux roues à aubes courbes. Ils varient entre 0,80 et 70, mais il me paraît peu probable qu'à moins de circonstances particulières, formant obstacle à l'écoulement, ils s'abaissent à ce dernier chiffre, qui est celui que les expériences de M. Lesbros, n° 25, fournissent pour des vannages verticaux, disposés d'une manière moins favorable à l'écoulement que les vannages inclinés dont il est question.

31. *Conséquences de ces observations.* — Il résulte de ces observations que les coefficients 0,74 et 0,80, indiqués plus haut pour les vannages inclinés respectivement à 1 de base sur 2 de hauteur, ou 1 à de base sur 1 de hauteur, ne devront être employés que pour les calculs relatifs à l'établissement des roues, mais que, pour les jaugeages plus précis à faire en cas de constatation de l'effet utile de ces roues, l'on devra recourir à l'observation d'autres orifices disposés d'une manière analogue à des cas bien expérimentés.

32. *Influence d'un coursier horizontal qui prolonge l'orifice à l'extérieur du réservoir.* — La présence d'un coursier horizontal de même largeur que l'orifice, et qui se prolonge à l'extérieur du réservoir, diminue la dépense d'une manière d'autant plus sensible, que la charge sur le sommet de l'orifice ou la vitesse de sortie de l'eau est moindre. En examinant attentivement les tableaux suivants qui se rapportent à des cas ordinaires de la pratique, et en prenant les valeurs moyennes du coefficient de la dépense pour les charges de $1^m,00$ et au-dessus sur le sommet de l'orifice, on reconnaît en effet que la disposition des côtés de l'orifice par rapport au réservoir, et celle du coursier qui le prolonge, exercent surtout une influence très-sensible

pour les petites charges et les faibles hauteurs d'orifice. Mais en même temps l'on voit que pour les trois premiers orifices figures *f*, *g*, *h*, et quand la charge atteint ou dépasse $1^m,00$ pour les levées de $0^m,20$ de hauteur, le coefficient de la dépense est compris entre 0,600 et 0,604, et est à très-peu près le même que celui qui a été trouvé dans le cas des orifices en minces parois avec contraction complète (n° 11), et qui pour les mêmes charges et ouvertures varie de 0,605 à 0,601.

L'examen de la disposition de l'orifice à jauger permettra de reconnaître quel est celui des dispositifs expérimentés par M. Lesbros dont il se rapproche le plus, et il sera facile de voir dans quel tableau il conviendra de rechercher la valeur du coefficient à appliquer à la formule théorique pour avoir la dépense effective.

Nous ne saurions trop appeler l'attention des observateurs sur la nécessité de tenir compte de cette influence de la disposition des orifices, toutes les fois qu'il s'agira de jaugeages exacts, faits pour constater l'effet des moteurs hydrauliques ; car les tableaux suivants montrent que, d'un orifice à l'autre, pour des circonstances de charges et de hauteur d'orifice identiques, le coefficient de la dépense peut varier de plus de $\frac{1}{20}$ ou de 0,05 de sa valeur, ce qui suffit pour établir dans le rendement d'un récepteur hydraulique une différence très-notable.

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE RECTANGULAIRE DE $0^m,20$ DE LARGEUR, PROLONGÉ AU DEHORS DU RÉSERVOIR PAR UN CANAL RECTANGULAIRE DÉCOUVERT DE MÊME LARGEUR QUE L'ORIFICE.

Dispositif *f*.

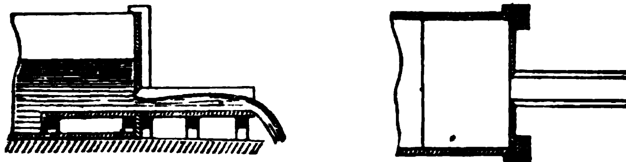


(Les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS POUR DES HAUTEURS D'ORIFICE DE				
	$0^m.20$	$0^m.10$	$0^m.05$	$0^m.03$	$0^m.01$
m 0.010	»	0.458	0.447	0.424	0.566
0.015	0.471	0.472	0.468	0.467	0.583
0.020	0.480	0.484	0.488	0.501	0.599
0.030	0.493	0.507	0.525	0.551	0.626
0.040	0.503	0.527	0.555	0.598	0.645
0.050	0.511	0.544	0.577	0.629	0.658
0.060	0.518	0.557	0.594	0.632	0.667
0.070	0.525	0.568	0.606	0.632	0.671
0.080	0.531	0.576	0.614	0.633	0.672
0.090	0.537	0.582	0.620	0.633	0.672
0.100	0.542	0.586	0.624	0.633	0.671
0.200	0.574	0.606	0.631	0.632	0.664
0.300	0.591	0.612	0.629	0.631	0.658
0.400	0.597	0.615	0.626	0.630	0.652
0.500	0.599	0.615	0.625	0.629	0.648
1.000	0.601	0.615	0.624	0.625	0.631
2.000	0.601	0.607	0.613	0.613	0.613
3.000	0.601	0.603	0.606	0.607	0.609

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE RECTANGULAIRE DE $0^m,20$ DE LARGEUR, PROLONGÉ AU DEHORS DU RÉSERVOIR PAR UN CANAL RECTANGULAIRE DÉCOUVERT DE MÊME LARGEUR QUE L'ORIFICE.

Dispositif *g*.

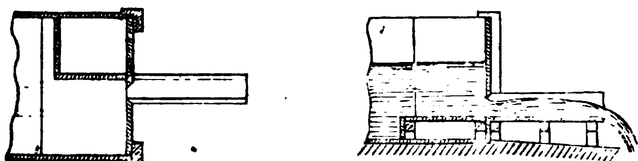


(Les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS POUR DES HAUTEURS D'ORIFICE DE			
	$0^m.20$	$0^m.10$	$0^m.05$	$0^m.01$
m 0.010	»	»	0.435	0.571
0.015	»	»	0.463	0.596
0.020	0.480	»	0.487	0.616
0.030	0.493	»	0.526	0.642
0.040	0.502	»	0.552	0.660
0.050	0.510	»	0.571	0.670
0.060	0.517	»	0.583	0.676
0.070	0.523	»	0.592	0.680
0.080	0.528	»	0.598	0.682
0.090	0.533	»	0.602	0.683
0.100	0.538	»	0.605	0.682
0.200	0.566	»	0.617	0.679
0.300	0.580	»	0.622	0.676
0.400	0.587	»	0.625	0.673
0.500	0.592	»	0.626	0.671
1.000	0.600	»	0.628	0.665
2.000	0.602	»	0.623	0.654
3.000	0.601	»	0.618	0.652

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE RECTANGULAIRE DE $0^m,20$ DE LARGEUR, PROLONGÉ AU DEHORS DU RÉSERVOIR PAR UN CANAL RECTANGULAIRE DÉCOUVERT DE MÊME LARGEUR QUE L'ORIFICE.

Dispositif A.

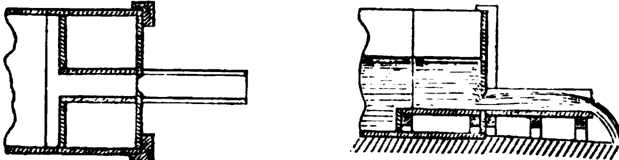


(Les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS POUR DES HAUTEURS D'ORIFICE DE				
	$0^m.20$	$0^m.10$	$0^m.05$	$0^m.03$	$0^m.01$
m 0.010	»	»	0.472	»	0.584
0.015	»	»	0.493	»	0.607
0.020	»	»	0.512	»	0.625
0.030	»	»	0.543	»	0.651
0.040	0.518	»	0.566	»	0.667
0.050	0.528	»	0.582	»	0.679
0.060	0.530	»	0.595	»	0.686
0.070	0.543	»	0.604	»	0.692
0.080	0.549	»	0.611	»	0.692
0.090	0.555	»	0.616	»	0.696
0.100	0.560	»	0.621	»	0.697
0.200	0.589	»	0.637	»	0.698
0.300	0.603	»	0.643	»	0.696
0.400	0.613	»	0.646	»	0.694
0.500	0.619	»	0.647	»	0.691
1.000	0.630	»	0.649	»	0.685
2.000	0.632	»	0.644	»	0.674
3.000	0.630	»	0.639	»	0.670

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE EN MINCE PAROI DE 0m,20 DE LARGEUR, PROLONGÉ AU DEHORS PAR UN CANAL RECTANGULAIRE DÉCOUVERT DE MÊME LARGEUR QUE L'ORIFICE.

Dispositif 1.

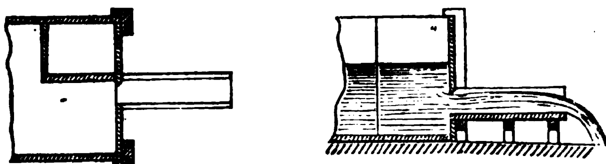


(Les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS POUR DES HAUTEURS D'ORIFICE DE				
	0m.20	0m.10	0m.05	0m.03	0m.01
m 0.010	»	»	0.432	0.486	0.569
0.015	»	»	0.458	0.516	0.590
0.020	»	»	0.483	0.539	0.607
0.030	0.493	»	0.522	0.573	0.634
0.040	0.502	»	0.550	0.595	0.651
0.050	0.509	»	0.570	0.609	0.662
0.060	0.515	»	0.584	0.617	0.670
0.070	0.520	»	0.593	0.621	0.676
0.080	0.525	»	0.601	0.624	0.680
0.090	0.530	»	0.606	0.626	0.682
0.100	0.534	»	0.609	0.627	0.685
0.200	0.562	»	0.623	0.635	0.688
0.300	0.577	»	0.627	0.637	0.684
0.400	0.586	»	0.629	0.638	0.681
0.500	0.591	»	0.630	0.638	0.678
1.000	0.601	»	0.633	0.638	0.671
2.000	0.604	»	0.631	0.636	0.659
3.000	0.602	»	0.628	0.634	0.656

TABLE DES COEFFICIENTS DES FORMULES DE LA DÉPENSE THÉORIQUE D'UN ORIFICE EN MINCE PAROI DE 0m,20 DE LARGEUR, PROLONGÉ AU DEHORS PAR UN CANAL RECTANGULAIRE DÉCOUVERT DE MÊME LARGEUR QUE L'ORIFICE.

Dispositif *k*.

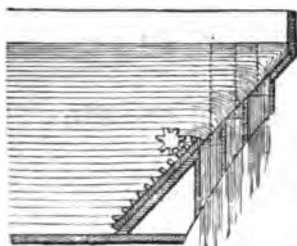


(Les charges étant mesurées en un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	COEFFICIENTS POUR DES HAUTEURS D'ORIFICE DE				
	0m.20	0m.10	0m.05	0m.03	0m.01
m 0.010	»	»	0.526	»	0.653
0.015	0.482	»	0.542	»	0.661
0.020	0.489	»	0.555	»	0.667
0.030	0.500	»	0.575	»	0.676
0.040	0.509	»	0.589	»	0.682
0.050	0.517	»	0.600	»	0.684
0.060	0.523	»	0.608	»	068 4
0.070	0.530	»	0.614	»	0.683
0.080	0.535	»	0.619	»	0.682
0.090	0.541	»	0.622	»	0.680
0.100	0.545	»	0.625	»	0.679
0.200	0.576	»	0.633	»	0.666
0.300	0.590	»	0.632	»	0.659
0.400	0.597	»	0.631	»	0.654
0.500	0.602	»	0.630	»	0.651
1.000	0.609	»	0.627	»	0.634
2.000	0.610	»	0.616	»	0.620
3.000	0.609	»	0.609	»	0.615

33. *Observation sur la disposition des orifices.* — Nous devons faire remarquer que les orifices *h*, *i* et *k* avaient leurs côtés les plus voisins du prolongement des parois du réservoir en saillie de 0m,02 sur ce prolongement, et qu'il en résultait sur ces côtés une légère contraction de la veine, et par suite une diminution de la dépense. Mais, ainsi qu'on l'a vu au n° 18 et au tableau qui en fait partie, par la comparaison des orifices *a* et *b*, l'on peut, dans la pratique, faire abstraction de cette légère différence.

34. *Orifices garnis d'ajutages pour les roues à augets prenant l'eau au-dessous du sommet.* — Il résulte de quelques expériences, qui auraient besoin d'être répétées et étendues, que, pour obtenir la dépense de ces orifices, on peut calculer la dépense théorique de chaque orifice comme s'il était seul, en prenant pour sa hauteur la plus courte distance des diaphragmes formant l'ajutage, et pour charge la hauteur du niveau au-dessus du milieu de cette plus courte distance. On ajoutera toutes ces dépenses théoriques, et l'on multipliera la somme par le rapport 0,75, déduit de ces expériences encore peu complètes et relatives à des vannages inclinés à 40 ou 45°.



Exemple :

Désignation des orifices.	Largeur.	Hauteur.	Charge sur le centre.	Dépense théorique.
	m.	m.	m.	mc.
1er orifice..	2.63	0.070	0.120	0.282
2e —	2.63	0.070	0.260	0.416
3e —	2.63	0.045	0.346	0.308
				1,005

La dépense effective est donc $Q = 0{,}75 \times 1^{mc},005 = 0^{mc},754$.

35. *Orifices accompagnés de buses pyramidales.* — On rencontre dans certaines usines des orifices accompagnés de buses pyramidales en bois appelées *cannelles*. Quand l'intérieur de ces

cannelles est garni de cadres en fer ou en bois formant saillie, ils occasionnent des étranglements, des pertes de force vive; et les expériences faites par MM. Tardy et Piobert, à Toulouse, ont prouvé qu'alors le multiplicateur de la dépense était 0,864. en prenant pour orifice le dernier cadre placé à l'extrémité de la buse, et pour charge la hauteur du réservoir au-dessus de son centre, ou la différence des niveaux d'amont et d'aval, si l'orifice est noyé. Quand, au contraire, il n'y a pas de cadres intérieurs, et que les parois sont continues et sans saillies, le multiplicateur est 0,964; ce qui montre l'inconvénient de toute saillie intérieure formant obstacle au mouvement de l'eau.

Exemple : Quel est le volume d'eau écoulé en 1″ par la cannelle de la meule n° 2 du moulin du canal à Toulouse, pour laquelle on a

$$L = 0^m,180, \quad E = 0^m,208, \quad H = 3^m,378.$$

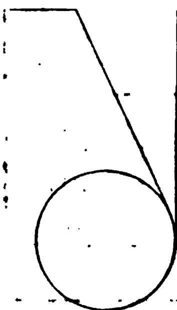
La dépense théorique est

$$0^m,180 \times 0^m,203 \sqrt{19,62 \times 3^m,378} = 0^{mc},2974.$$

Le multiplicateur de la dépense étant 0,964, la dépense effective

$$Q = 0,964 \times 0^{mc},2974 = 0^{mc},2867.$$

36. *Orifices accompagnés d'un coursier à parois verticales qui se rapprochent.* — Il existe à Toulouse, à Metz, etc., des roues à axe vertical sur lesquelles l'eau est amenée par un coursier à fond à peu près horizontal, dont une des joues est verticale et tangente à la roue et l'autre aussi verticale, se rapproche de la première, de manière à rétrécir le passage et à le réduire à $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de la largeur de l'orifice. Il résulte de cette disposition qu'il se forme en aval de l'orifice des remous qui gênent plus ou moins l'écoulement. Des expériences faites à Toulouse par M. Piobert ont montré qu'en calculant la dépense théorique de l'orifice ouvert à l'origine de ces coursiers, le multiplicateur de la dépense variait avec la levée de la



vanne, et prenait les valeurs suivantes selon le rapport de la hauteur de l'orifice à sa largeur.

Valeurs du rapport. $\frac{E}{L}$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
Valeurs du multiplicateur *m*.	0.740	0.700	0.660	0.630	0.590	0.550	0.520	0.480

Exemple : Moulin de l'hôpital

$$L=0^m,67,\ E=0^m,1675,\ H=2^m,09;$$

on a

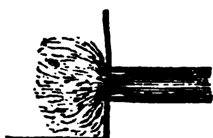
$$\frac{E}{L}=0,25,\ m=0,630.$$

La règle donne

$$Q=0,63\times 0^m,67\times 0^m,1675\sqrt{19,62\times 2^m,09}=0^{mc},453.$$

Influence des ajutages.

37. *Orifices accompagnés d'un ajutage cylindrique.* — Lorsqu'un orifice circulaire est prolongé extérieurement par un tuyau ou ajutage cylindrique de même diamètre, la veine fluide, après s'être contractée, se dilate et remplit le tuyau. La section transversale de la veine augmentant, sa vitesse diminue, et à chaque instant les tranches élémentaires de fluide qui traversent la section contractée rencontrant la masse fluide qui se meut dans le tuyau avec une vitesse plus petite que la leur, il y a là un choc entre corps mous, et par conséquent une perte de force vive.



En appelant V la vitesse dans la section contractée, U la vitesse dans le tuyau au delà de cette section, il est facile de voir que, le mouvement étant arrivé à l'état de permanence, la vitesse dans le tuyau ne change pas, et que ce sont seulement les tranches élémentaires qui passent par la section contractée qui perdent successivement une portion de leur vitesse égale à V—U. (Ire partie, n° 66). Par conséquent chacune de ces tranches de masse *m* perdra dans l'élément de temps *t* la force vive *m* (V—U)² qui sera transformée en chaleur; et comme elle con-

serve la force vive mU^2, il s'ensuit que la force vive totale qui est communiquée dans chaque élément de temps au fluide qui s'écoule dans cet intervalle est

$$mU^2 + m(V-U)^2.$$

Les mêmes effets se reproduisant dans les différents instants exactement de la même manière, puisque le mouvement est arrivé à l'état de permanence, la force vive communiquée dans chaque seconde à la masse M écoulée pendant ce temps est

$$MU^2 + M(V-U)^2,$$

quantité qui doit être égale au double de la quantité de travail développée par la gravité, qui est MgH, en supposant que l'écoulement ait lieu à l'air libre sous la charge H. On a donc

$$MU^2 + M(V-U)^2 = 2MgH,$$

ou

$$U^2 + (V-U)^2 = 2gH.$$

Mais de plus on a, en appelant A l'aire de l'orifice ou la section du tuyau, qui sont égales :

$$mAV = AU,$$

d'où

$$V = \frac{U}{m}.$$

La relation ci-dessus devient donc

$$U^2\left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2\right] = 2gH;$$

d'où

$$U = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}},$$

ou

$$U = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}}\sqrt{2gH}.$$

La dépense en 1″ est donc

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}} A\sqrt{2gH}.$$

Il résulte de là que le multiplicateur de la dépense pour ces tuyaux additionnels se déduit de la valeur m de celui de la contraction complète pour l'orifice donné.

La formule ci-dessus fait abstraction du frottement de l'eau dans le tuyau ; ce qui n'est permis que quand il est très-court, et égal à deux ou trois fois au plus le diamètre de l'orifice.

38. *Vérification de ces considérations par l'expérience.* — L'expérience a verifié les considérations précédentes, car pour des orifices qui, en mince paroi, donnent $m=0,61$ et auxquels on a ensuite adapté un tuyau additionnel, on a trouvé par l'expérience

$$Q=0,82, A\sqrt{2gH},$$

tandis que la formule ci-dessus donne

$$Q=0,84, A\sqrt{2gH},$$

La faible différence dans les deux résultats peut être attribuée à l'influence du frottement des parois.

D'autres expériences plus complètes, exécutées à Toulouse, vers 1832, par M. Poncelet, ont fourni une vérification bien plus étendue des considérations sur lesquelles est fondée cette formule, et montré l'influence des étranglements sur la vitesse des fluides en mouvement dans les tuyaux de conduite ; mais leur auteur ne les a pas encore publiées.

39. *Application générale de ce qui précède.* — On se rappellera donc que toutes les fois qu'un fluide sort d'un orifice avec une vitesse V, et pénètre dans une conduite ou une capacité où il ne conserve, après les tourbillonnements qui ont lieu près de l'orifice, qu'une vitesse U, la perte de force vive qui en résulte pour une masse M écoulée est

$$M(V-U)^2,$$

ce qui correspond à une consommation de travail exprimée par

$$\frac{1}{2}M(V-U)^2.$$

Cette conséquence est générale, et s'applique à tous les tuyaux de conduite.

40. *Observation sur l'avantage qu'il y a à diminuer la contraction à l'entrée des tuyaux.* — On remarquera que, dans le cas particulier des tuyaux ou conduites de même section que l'orifice, cette perte a pour expression

$$\frac{1}{2}M(V-U)^2=\frac{1}{2}MU^2\left[\frac{1}{m}-1\right]^2,$$

et qu'elle sera d'autant plus faible que le multiplicateur m de la dépense sera plus grand. Il importe donc beaucoup de diminuer, d'annuler le plus possible la contraction sur le contour de l'orifice.

41. *Cas où la section du tuyau s'élargit au delà de l'orifice.* — Si l'aire de la section du tuyau ou du réservoir partiel était plus grande que celle de l'orifice, en la représentant par O, on aurait

$$m,AV=OU;$$

d'où

$$V=\frac{O}{m.A}U,$$

et alors la perte de force vive produite par le passage du fluide de l'orifice dans cette section serait

$$MU^2\left[\frac{O}{m.A}-1\right]^2,$$

U représentant toujours la vitesse moyenne dans le tuyau ou réservoir qui suit l'orifice en un endroit où, les tourbillonnements ayant enfin cessé, les filets sont redevenus à peu près parallèles, ce qui a ordinairement lieu à une distance égale à deux ou trois fois le diamètre de l'orifice.

Ces considérations, sur lesquelles nous reviendrons plus tard, s'appliquent aux fluides élastiques comme aux liquides.

42. *Ajutages cylindriques d'une certaine longueur.* — Lorsque les ajutages ont une longueur plus petite qu'une fois le diamètre de l'orifice, la plus grande contraction de la veine ne s'opérant qu'au delà de cette distance, l'écoulement a lieu comme s'il n'y avait pas d'ajutage. Au contraire, à mesure que la longueur du tuyau augmente au delà de deux à trois fois ce diamètre, le multiplicateur, qui atteint sa valeur maxi-

mum vers cette dernière proportion, commence alors à diminuer. C'est ce que montrent les résultats suivants, dus à M. Eytelwein.

RAPPORT de la longueur de l'ajutage à son diamètre.	MULTIPLICATEUR de la dépense théorique.
1 et au-dessous.	0.62
2 à 3	0.82
12	0.77
24	0.73
36	0.68
48	0.63
60	0.60

Si l'on représente (pl. I, fig. 2) ces résultats graphiquement, en prenant pour abscisses le rapport n de la longueur du tuyau à son diamètre, et pour ordonnées le coefficient m' de la dépense, on voit que depuis $n=2$ ou $n=3$, où commence l'écoulement à plein tuyau, on peut déterminer très-approximativement le multiplicateur de la dépense par la formule très-simple

$$m'=0,82-0,0038\,(n-2).$$

On remarquera que, dans tous les cas où le liquide sort à plein tuyau, les filets marchant parallèlement aux parois, la section de la veine est égale à celle du tuyau, et que la différence entre la dépense théorique et la dépense effective provient, non d'une réduction de la section de la veine, mais d'une diminution de la vitesse; de sorte qu'en nommant m' le multiplica teur de la dépense donné par le tableau précédent, ou dans les autres cas par la formule

$$m'=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{O}{mA}-1\right)^2}},$$

la vitesse de sortie du tuyau sera

$$U=m'\sqrt{2gH}.$$

Cette conséquence a été vérifiée par Venturi et par M. Castel, dans des expériences où l'on a mesuré la portée des jets.

JET.		VITESSE.		MULTIPLICATEUR.	
Abscisse.	ordonnée.	réelle.	théorique $\sqrt{2gH}$	de la vitesse.	de la dépense.
m	m	m	m		
1.462	1.868	3.415	4.154	0.824	8.822
0.546	0.673	2.017	2.426	0.832	0.827
1.140	1.769	3.669	4.414	0.832	0.829

43. *Hauteur d'élévation des jets d'eau.* — Il suit de là que la hauteur H', à laquelle le jet pourrait s'élever en vertu de cette vitesse, sera

$$H'=\frac{U^2}{2g}=m'^2,H,$$

ce qui montre que l'emploi des ajutages cylindriques diminue d'autant plus la hauteur à laquelle les jets peuvent arriver, que le multiplicateur de la dépense est plus petit. Dans le cas du tuyau additionnel d'une longueur égale à deux ou trois fois le diamètre de l'orifice où l'on a $m'=0,82$, on obtiendrait

$$H'=(0,82)^2H=0,67,H,$$

c'est-à-dire que la hauteur du jet ne serait que les $\frac{2}{3}$ de la charge sur le centre de l'orifice.

Cette discussion montre pourquoi il ne convient pas d'employer des ajutages cylindriques pour les pompes à incendie, et quel parti l'on peut tirer de ces ajutages pour la variété des jeux d'eaux.

44. *Ajutages coniques convergents.* — Pour calculer la dépense de ces ajutages, on déterminera d'abord la dépense théorique en prenant pour aire de l'orifice celle de l'ouverture du petit bout, et pour charge celle qui a lieu sur le centre de cette ouverture; puis on prendra le multiplicateur de la dépense convenable à l'ajutage employé dans le tableau suivant, dû à M. Castel, et qui est relatif à un ajutage de $0^m,0155$ de diamètre au petit bout, et de $0^m,040$ de longueur.

Angles de convergence	0° 0′	1° 36′	3° 10′	4° 10′	5° 26′	7° 52′	8° 58′	10° 20′	12° 4′	13° 24′	14° 28′	16° 36′	19° 28′	21° 0′	23° 6′	29° 58′	40° 20′	48° 50
Multiplicateurs de la dépense	0.829	0.866	0.895	0.912	0.924	0.929	0.934	0.938	0.942	0.946	0.941	0.938	0.924	0.918	0.913	0.896	0.969	0.947
Multiplicateurs de la vitesse	0.830	0.866	0.894	0.910	0.920	0.931	0.942	0.950	0.955	0.962	0.966	0.971	9.970	0.971	0.974	0.975	0.980	0.984

Si l'on représente ces résultats par une construction graphique (pl. I, fig. 3 et 4) qui les soumette à la continuité, on reconnaît que la dépense maximum correspond à peu près à l'angle de convergence de 12°, et que la vitesse croît avec continuité avec l'angle de convergence. Les valeurs des multiplicateurs fournies par ces courbes peuvent être classées comme il suit :

Angles de convergence	0°		4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	26°	28°	30°	35°	40°	45°	50°
Multiplicateurs de la dépense	0.829	0.872	0.903	0.924	0.937	0.943	0.946	0.943	0.939	0.930	0.921	0.915	0.910	0.904	0.898	0.894	0.882	0.870	0.870	0.843
Multiplicateurs de la vitesse	0.830	0.870	0.902	0.924	0.940	0.950	0.958	0.964	0.969	0.972	0.973	0.974	0.975	0.976	0.977	0.978	0.980	0.981	0.983	0.986

Enfin, si l'on construit une courbe (pl. I, fig. 5) dont les angles de convergence soient les abscisses et les forces vives les ordonnées, on voit que le maximum de force vive correspond à peu près à l'angle de convergence de 16°, mais que pour l'angle de 12°, auquel correspond la plus grande dépense, la force vive est très-voisine du maximum.

45. *Application aux pompes à incendie.* — Il importe beaucoup, dans les pompes à incendie, de jeter le plus d'eau possible à la plus grande hauteur, et de rendre par conséquent un maximum le produit Q,H′, ou, ce qui revient au même, la force vive

$$\frac{1000Q}{g},U^2.$$

Par conséquent il convient d'adopter pour les ajutages dont on arme les tuyaux de ces pompes un angle voisin de 12 à 16°.

46. *Effet d'une embouchure qui annule ou atténue la contraction à l'entrée de l'ajutage.* — Si l'on adapte à l'orifice une embouchure convergente dont le diamètre extérieur AB soit 1,20 fois le diamètre extérieur CD, et la longueur EF=CD, les expériences de M. Eytelwein montrent que le multiplicateur de la dépense théorique, calculée sur l'aire du plus petit orifice, est 0,967. Cette disposition annule donc presque complétement l'influence de la contraction sur la dépense, et doit être imitée quand on voudra obtenir cet effet.

En prolongeant ensuite cette embouchure par des ajutages cylindriques de différentes longueurs, le même ingénieur a aussi reconnu l'influence de cette disposition sur l'accroissement de la dépense.

Enfin il a prolongé les tuyaux cylindriques par un ajutage conique divergent, dont la longueur était neuf fois le diamètre de sa petite base, et l'angle d'évasement ou des arêtes opposées de 5°6′. Cette disposition a encore produit une augmentation de dépense. En comparant les dépenses effectives obtenues d'abord avec l'embouchure et les tuyaux cylindriques, puis avec l'embouchure, les tuyaux cylindriques et l'ajutage divergent, à la dépense du tuyau cylindrique prise pour unité, et calculée

d'après le plus petit diamètre de l'embouchure, M. Eytelwein a conclu les rapports suivants :

RAPPORT de la longueur du tuyau à son plus petit diamètre.	MULTIPLICATEUR DE LA DÉPENSE, celui du tuyau cylindrique étant pris pour unité, avec	
	l'embouchure évasée.	l'embouchure et l'ajutage divergent.
1 et au-dessous.	1.56	»
2 à 3	1.15	1.35
12	1.13	1.27
24	1.10	1.24
36	1.09	1.23
48	1.09	1.21
60	1.08	1.17

Lors donc qu'on voudra obtenir la dépense de semblables ajutages, on calculera d'abord celle de l'orifice accompagné d'un tuyau cylindrique par les règles précédentes, et on la multipliera par les multiplicateurs indiqués au tableau ci-dessus.

Ces dispositions sont d'ailleurs rarement employées; mais on voit qu'elles donnent encore une augmentation considérable de dépense.

En effet, dans le cas de l'ajutage cylindrique ordinaire, le multiplicateur de la dépense théorique serait 0,82 pour une longueur comprise entre deux et trois fois le diamètre de l'orifice; et avec l'embouchure et l'ajutage divergent de même ouverture à la plus petite section et de même proportion il sera

$$0,82 \times 1,35 = 1,107,$$

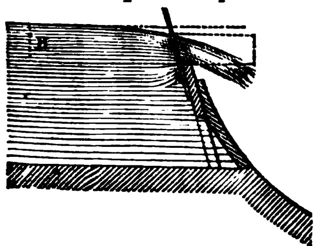
tandis que sans aucun ajutage on aurait eu seulement $m = 0,61$ à 0,62.

L'emploi de ces ajutages augmente donc la dépense dans le rapport de 1,107 à 0,62, ou de 1,78 à 1, et par conséquent, dans

les concessions ou distributions d'eau, il importe beaucoup de tenir compte de ces influences. Les Romains en avaient reconnu la nécessité pour prévenir les abus, et une loi réglait la forme des ajutages que l'on pouvait adapter aux prises d'eau particulières.

Des déversoirs.

47. *Écoulement de l'eau par des déversoirs.* — Lorsque l'eau s'écoule en passant par-dessus un barrage ou une vanne, de manière à se déverser par sa superficie sans que la surface supérieure rencontre aucun obstacle, on dit que l'écoulement a lieu en *déversoir*, et les circonstances ne sont plus les mêmes que quand il y a charge sur le sommet. Il se produit à la surface et au-dessus de l'arête intérieure et inférieure de l'orifice, qu'on appelle son seuil, une dénivellation, une courbure qui s'étend à quelques décimètres en amont. La charge d'eau qui produit l'écoulement doit alors être mesurée par la hauteur du niveau du réservoir au-dessus de l'arête inférieure ou du seuil. En désignant cette charge par H, la largeur du réservoir par L, on calculera la dépense par la formule



$$Q=m,LH\sqrt{2gH},$$

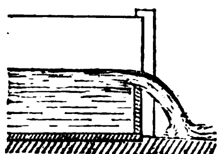
dans laquelle m est un coefficient ou multiplicateur donné par l'expérience.

48. *Expériences de M. le colonel du génie Lesbros.* — Les expériences les plus étendues que l'on possède sur l'écoulement de l'eau par les déversoirs sont celles que M. le colonel Lesbros a publiées en 1855, et qui comprennent un grand nombre d'orifices de dispositions variées.

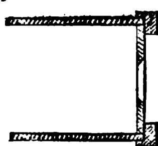
C'est surtout pour les déversoirs où la charge sur le seuil et par suite la vitesse d'écoulement sont ordinairement assez faibles que la disposition des parois du réservoir, et celle du seuil de l'orifice, l'épaisseur de ces parois, la présence d'un coursier au delà de l'orifice, peuvent exercer sur la dépense une influence

notable. Aussi M. Lesbros a-t-il examiné avec attention un très-grand nombre de cas, et nous allons passer en revue les plus importants pour la pratique, en extrayant de son ouvrage les résultats dont l'application se présentera le plus souvent.

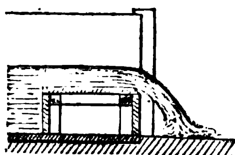
49. *Déversoirs versant à l'air libre.* — Parmi les dispositifs soumis à l'expérience, nous citerons les quatre suivants, dont les figures ci-dessous indiquent la disposition d'ensemble :



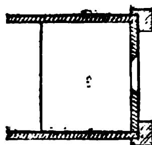
l



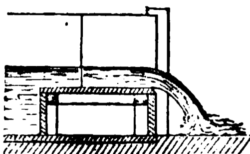
La figure *l* est celle d'un orifice en déversoir ouvert en parois minces, complétement isolé des parois et du fond du réservoir.



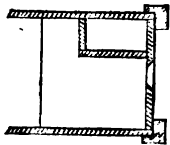
m



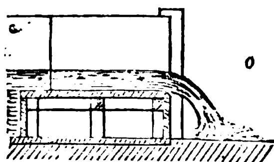
La figure *m* est celle d'un orifice isolé des parois latérales, ayant son seuil dans le prolongement du fond du réservoir.



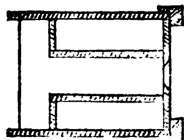
n



La figure *n* est celle d'un orifice dont l'un des côtés verticaux est à $0^m,02$ seulement en saillie sur la paroi correspondante du réservoir et dont le seuil est dans le prolongement du fond du réservoir.



o



La figure *o* est celle d'un orifice dont les deux côtés verticaux sont à $0^m,02$ seulement en saillie sur les parois correspondantes du réservoir et dont le seuil est dans le prolongement du fond du réservoir.

TABLE DES COEFFICIENTS DE LA FORMULE $Q = mLH\sqrt{2gH}$ POUR DES DÉVERSOIRS DE $0^{m}.20$ DE LARGEUR VERSANT A L'AIR LIBRE.

(La charge sur la base du déversoir étant mesurée en un endroit où le liquide est parfaitement stagnant.

CHARGE sur la base du déversoir.	VALEURS DES COEFFICIENTS *m* POUR LES ORIFICES ANALOGUES O AUX DISPOSITIFS.			
	l	*m*	*n*	*o*
m. 0.010	0.424	0.384	0.362	0.292
0.020	0.417	0.402	0.379	0.318
0.030	0.412	0.410	0.388	0.337
0.040	0.407	0.411	0.394	0.352
0.050	0.404	0.411	0.398	0.362
0.060	0.401	0.410	0.400	0.370
0.070	0.398	0.409	0.402	0.375
0.080	0.397	0.409	0.403	0.379
0.090	0.396	0.409	0.404	0.380
0.100	0.395	0.408	0.405	0.382
0.110	0.394	0.408	0.406	0.382
0.120	0.394	0.408	0.406	0.383
0.130	0.394	0.408	0.407	0.383
0.140	0.393	0.408	0.407	0.383
0.160	0.393	0.407	0.407	0.384
0.180	0.392	0.406	0.408	0.383
0.200	0.390	0.405	0.408	0.383
0.220	0.386	0.405	0.408	0.382
0.250	0.379	0.404	0.407	0.381
0.300	0.371	0.403	0.406	0.378

30. *Observations sur les résultats consignés dans le tableau précédent.* — L'examen des chiffres consignés dans le tableau qui précède montre combien il est nécessaire de tenir compte de la disposition des côtés de l'orifice, par rapport aux parois du réservoir, puisque la différence des valeurs du coefficient de la dépense s'élève à $\frac{1}{10}$ de la plus faible.

51. *Remarque relative aux orifices étudiés par M. Lesbros.* — Pour relier les résultats de ses expériences relatives à l'influence de la disposition des parois du réservoir, par rapport aux côtés de l'orifice, à ceux qui se rapportaient à l'orifice en minces parois, M. Lesbros a disposé l'orifice O, dont nous venons de rapporter les résultats, de façon que ses bords, à vive arête, fussent en saillie de $0^m,02$, sur le prolongement des parois correspondantes du réservoir. Il est résulté de cette disposition une contraction partielle sur ces côtés, et nous en ferons voir l'influence par l'examen de celle qu'exerce le rapprochement plus ou moins grand des parois du réservoir et des côtés de l'orifice.

52. *Influence de la distance des côtés verticaux de l'orifice d'un déversoir aux parois du réservoir.* — Parmi les orifices en déversoir versant à l'air libre étudiés par M. Lesbros, nous en trouvons quatre dont le seuil était à $0^m,54$ au-dessus du fond du réservoir et dont les côtés verticaux étaient respectivement aux distances suivantes des parois verticales de ce réservoir.

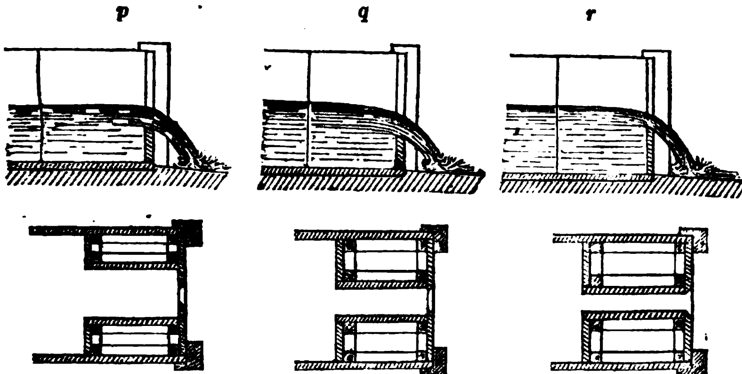
Désignation des dispositifs :	*l*,	*p*,	*q*,	*r*,
d.=	$1^m,74$	$0^m,54$	$0^m,02$	$0^m,00$

ce qui permet de reconnaître l'influence de la distance des côtés verticaux de l'orifice aux parois du réservoir.

Cette influence est, comme on va le voir, assez sensible pour que dans tous les jaugeages d'expériences sur les moteurs, il soit nécessaire d'en tenir compte, dès que l'on tient à une assez grande précision dans les résultats. Il conviendra donc, dans tous les cas pareils, de bien observer les circonstances et les dispositions spéciales du déversoir, dont on voudra jauger la dépense, et de voir quel est celui des dispositifs étudiés par M. Lesbros dont il se rapproche le plus. Mais quand on sera libre d'établir le déversoir de jaugeage comme on le voudra, il sera plus sûr de se rapprocher de celui qui a été étudié par M. Lesbros dans les expériences dont nous parlerons au n° **54**, ou du barrage type proposé par M. Boileau, n° **66**.

Le tableau suivant contient les éléments de cette comparaison :

TABLE DES COEFFICIENTS DE LA FORMULE $Q = mLH\sqrt{2gH}$ POUR DES DÉVERSOIRS DE 0m.20 DE LARGEUR DÉBOUCHANT LIBREMENT DANS L'AIR ET DONT LES CÔTÉS VERTICAUX SONT A DES DISTANCES d DIFFÉRENTES DES PAROIS DU RÉSERVOIR.



CHARGES sur la base du déversoir.	VALEURS DU COEFFICIENT m POUR LES ORIFICES DES DISPOSITIFS			
	l $d = 1^m.74$.	p $d = 0^m.54$.	q $d = 0^m.02$.	r $d = 0^m.00$.
m.				
0.010	0.424	0.436	0.457	0.492
0.020	0.417	0.428	0.444	0.473
0.030	0.412	0.422	0.435	0.459
0.040	0.407	0.416	0.429	0.449
0.050	0.404	0.411	0.426	0.442
0.060	0.401	0.407	0.424	0.437
0.070	0.398	0.405	0.422	0.435
0.080	0.397	0.402	0.421	0.434
0.090	0.396	0.400	0.421	0.434
0.100	0.395	0.399	0.420	0.434
0.110	0.394	0.397	0.420	0.434
0.120	0.394	0.396	0.420	0.434
0.130	0.394	0.396	0.421	0.434
0.140	0.393	0.395	0.422	0.434
0.160	0.393	0.394	0.424	0.433
0.180	0.392	0.393	0.424	0.432
0.200	0.390	0.391	0.424	0.432
0.220	0.386	0.389	0.424	0.430
0.250	0.370	0.383	0.422	0.428
0.300	0.371	0.375	0.418	0.424

53. *Conséquences des résultats consignés dans le tableau précédent.* — L'on voit par la comparaison des valeurs du coefficient *m* de la formule des déversoirs que le rapprochement des parois et des côtés verticaux des déversoirs, a une influence très-

notable sur la dépense, et qu'elle peut s'élever, même pour les fortes charges sur la base du déversoir, jusqu'à $\frac{1}{10}$ de la valeur relative au cas où les parois sont très-éloignées de l'orifice. Il est donc indispensable d'en tenir compte, surtout quand il s'agit de jaugeages relatifs à l'appréciation de l'effet utile des moteurs.

54. *Expériences sur la dépense d'un déversoir de* 0m,60 *de largeur ouvert dans une paroi de* 0m,05 *d'épaisseur.* — M. Lesbros a fait sur un déversoir de 0m,60 de largeur et 0m,05 d'épaisseur aux parois, dont les côtés verticaux étaient éloignés de 1m,54 des parois du réservoir, et dont le seuil était à 0m,54 du fond de ce réservoir, des expériences dont les résultats peuvent être d'autant plus utiles que de semblables déversoirs sont souvent établis pour des jaugeages. L'on remarquera que l'épaisseur de la paroi pouvait et devait diminuer la dépense sous les petites charges, parce qu'alors la paroi inférieure du déversoir étant mouillée par la veine fluide il en résultait une résistance au mouvement analogue à celle qu'offre un coursier qui prolonge l'orifice. Malgré cette circonstance, si l'on compare les valeurs du coefficient m de la formule

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

trouvées par M. Lesbros pour cet orifice avec celles que le même observateur a déduites de ses expériences sur le déversoir en mince paroi de 0m,20 de argeur, on trouve que les premiers égaux aux seconds pour la très-faible charge de 0m,010, pour laquelle la résistance de la paroi de 0m,05 se faisait le plus sentir, sont en général supérieurs à ceux que fournit l'orifice de 0m,20, de quantités qui vont en diminuant depuis la charge 0m,020 jusque vers celles de 0m,18 et 0m,20, puis en croissant au delà. Mais en somme jusqu'à des charges de 0m,30 les différences entre les coefficients paraissent comprises entre 0,0128 et 0,0344 de la valeur relative à l'orifice de 0m,20, de sorte que dans la pratique ordinaire elles semblent peu importantes.

Le tableau suivant n'en sera pas moins utile à consulter pour les jaugeages à l'aide de déversoirs pratiqués dans des parois en madriers, comme on en établit souvent pour les expériences sur les moteurs hydrauliques, surtout si, lors de l'installation de ces barrages, on a eu le soin de se rapprocher autant que possible des dispositions de l'orifice expérimenté par M. Lesbros, quant à la disposition des parois verticales et du seuil.

COEFFICIENTS DE LA FORMULE $Q = mLH\sqrt{2gH}$ POUR UN DÉVERSOIR DE $0^m.60$ DE LARGEUR, PERCÉ DANS UNE PAROI DE $0^m.05$ D'ÉPAISSEUR VERSANT A L'AIR LIBRE, ET DONT LES CÔTÉS VERTICAUX SONT ÉLOIGNÉS DE $1^m.54$ DES PAROIS DU RÉSERVOIR.

(Les charges étant mesurées en un endroit où le liquide est parfaitement stagnant.)

CHARGES TOTALES sur la base du déversoir.	VALEURS du coefficient *m*.	
m. 0.01	0.424	Les valeurs de *m* comprises entre les deux traits, ont été déterminées directement par l'expérience. Les autres sont déduites de la représentation graphique des premières.
0.02	0.421	
0.03	0.418	
0.04	0.416	
0.05	0.414	
0.06	0.412	
0.07	0.410	
0.08	0.409	
0.09	0.407	
0.10	0.406	
0.12	0.403	
0.14	0.401	
0.16	0.399	
0.18	0.397	
0.20	0.395	
0.25	0.392	
0.30	0.391	
0.35	0.391	
0.40	0.391	
0.45	0.391	
0.50	0.391	
0.60	0.390	
0.70	0.390	
0.80	0.390	
0.90	0.389	
1.00	0.389	

55. *Expériences de M. Castel.* — M. Castel, à Toulouse, a exécuté, en 1835 et 1836, d'autres expériences sur des déversoirs de largeurs variables par rapport à celle des canaux dans lesquels ils étaient placés, et qui avaient $0^m,74$ et $0^m,36$ de largeur.

Le seuil du déversoir était à 0^m,17 au-dessus du fond du canal, et les largeurs ont varié de 0^m,01 jusqu'à 0^m,74 pour le premier déversoir, et jusqu'à 0^m,36 pour le second.

Ces expériences ont montré, comme celles de M. Lesbros rapportées au numéro 52, que le multiplicateur de la dépense varie non-seulement avec la charge, mais encore avec la largeur relative, ou le rapport de la largeur du déversoir à celle du canal.

Quand la largeur du déversoir ne varie que depuis $\frac{1}{8}$ de celle du canal jusqu'à la valeur absolue de 0^m,05, on peut représenter les dépenses avec une exactitude suffisante pour la pratique par la formule

$$Q = 0,400 LH\sqrt{2gH},$$

qui s'appliquera au jaugeage des petits cours d'eau et des sources par de petits barrages à arêtes vives construits sur le lit.

56. *Cas où la largeur du déversoir est égale à celle du canal.* — Lorsque la largeur du déversoir est égale à celle du canal, ce qui s'applique à beaucoup de cas, tels que les vannes de roues hydrauliques, les barrages des rivières, et que le déversoir est vertical, mince et à vive arête, les résultats de l'expérience sont assez exactement représentés par la formule

$$Q = 0,443 LH\sqrt{2gH}.$$

Toutefois M. d'Aubuisson ajoute que cette formule ne doit être employée que quand la charge n'excède pas le tiers de la hauteur du barrage au-dessus du fond du réservoir, parce que, quand cette proportion est dépassée, la vitesse moyenne de l'eau dans le canal devient assez grande pour exercer une influence sensible et augmenter la dépense. Au surplus cette proportion n'est presque jamais ou ne doit pas être dépassée dans les usines pour les vannes des roues hydrauliques.

Dans les expériences de M. Castel, on remarque que pour une même largeur d'orifice le multiplicateur varie beaucoup moins avec la charge que dans celles de MM. Poncelet et Lesbros, ce qui provient sans doute de ce que la vitesse dans ce canal croissait avec la charge, et tendait à augmenter un peu la dépense. Cependant, cette influence étant faible, nous pourrons, pour les cas d'application où les charges seront comprises entre 0^m,03

et $0^m,22$, admettre avec M. d'Aubuisson une valeur moyenne du multiplicateur correspondante à chaque largeur, et alors ce multiplicateur ne variera plus qu'avec la largeur du déversoir ou avec son rapport à la largeur du canal, et l'on pourra lui assigner les valeurs suivantes :

Rapport de la largeur du déversoir à celle du canal.	1.00	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0. 25
Multiplicateurs de la dépense..................	0.443	0.438	0.431	0.423	0.416	0.410	0.405	0.399	0.398

On voit par ces valeurs qu'il est nécessaire de tenir compte de la largeur du déversoir quand on veut opérer avec exactitude.

57. *Expériences de M. Boileau.* — L'on doit à M. Boileau, capitaine d'artillerie, d'importantes expériences et des recherches théoriques sur l'écoulement et sur le mouvement des eaux. exécutées à Metz de 1845 à 1853, et qu'il a publiées, en 1854, dans un ouvrage intitulé : *Traité de la mesure des eaux courantes.*

En examinant attentivement les circonstances du mouvement de l'eau à l'amont du déversoir et celles de leur écoulement, l'auteur a cherché à en tenir compte par des considérations théoriques assez simples et spécialement applicables au cas où le canal d'arrivée a une forme régulière et où toutes ses parties sont assez facilement abordables pour que l'on puisse y prendre les mesures nécessaires. Nous allons chercher à donner une idée succincte des considérations qui ont guidé M. Boileau, et de la formule à laquelle il a été conduit.

58. *Formule théorique proposée par M. Boileau pour les déversoirs.* — L'hypothèse du parallélisme des tranches et des filets fluides exposée au numéro 3, et sur laquelle les géomètres ont jusqu'ici basé la théorie de l'écoulement de l'eau par les orifices, est particulièrement applicable au mouvement de l'eau dans les canaux de forme rectangulaire; et elle nous a conduit (n° 4), pour l'expression de la vitesse commune à tous les filets fluides de la veine, à la formule

$$V=\sqrt{\frac{2gH+\frac{2g(P-p)}{d}}{1-\frac{A}{O^2}}}$$

Dans laquelle on représente par :

H, la charge sur l'orifice ;

A, l'aire de l'orifice ;

O, la section transversale du réservoir au lieu où le liquide est soumis à la pression extérieure P ;

p, la pression extérieure exercée sur le liquide à l'orifice ;

d, la densité ou le poids du mètre cube de liquide.

Dans le cas où P et *p* représentent la pression atmosphérique supposée la même à l'amont et à l'aval de l'orifice, l'on a $P=p$, et la formule se réduit, comme on l'a vu, à

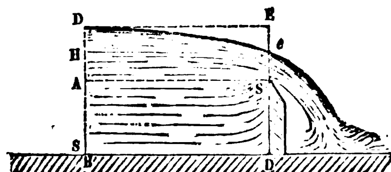
$$V=\sqrt{\frac{2gH}{1-\frac{A^2}{O^2}}}$$

L'aire de l'orifice étant A, il s'ensuit que la dépense théorique est représentée par la formule

$$Q=A\sqrt{\frac{2gH}{1-\frac{A^2}{O^2}}}$$

C'est cette même formule que M. Boileau a cherché à appliquer à l'écoulement de l'eau par les déversoirs en se guidant sur les considérations suivantes :

Si dans un canal à section rectangulaire on établit un barrage en déversoir à vive arête du côté d'amont, taillé en biseau du côté d'aval et de même largeur que ce canal, il se produit, comme on le sait, à la surface du liquide une dépression qui s'étend du barrage, où elle est à son maximum, jusqu'à une certaine distance en amont. Dans la partie inférieure du canal, les filets fluides, situés au-dessous de la crête du barrage, tendent à s'élever vers cette crête, où ils affluent avec une certaine vitesse, ce qui relève la veine et la détache la plupart du temps de cette crête. Enfin il



résulte aussi de l'écoulement de la nappe et de sa chute dans le canal de fuite, qu'à l'aval et tout près du barrage, entre sa paroi et la nappe, il se forme un remou qui s'élève à une certaine hauteur au-dessus du niveau dans le canal de fuite, ce qui indique qu'en cet endroit la pression exercée par l'air est un peu inférieure à la pression atmosphérique.

D'après cela, si l'on considère le déversoir comme un orifice rectangulaire dont la hauteur serait égale à la hauteur H du niveau général du réservoir au-dessus de la crête, et dont L serait la largeur, on aura $A=LH$. Cet orifice serait, dans cet ordre d'idées, représenté sur la figure par la ligne AD, et tous les filets fluides le traverseraient avec des vitesses égales, parallèles et horizontales.

Mais comme après leur passage dans cette section AD les filets fluides rencontrent le liquide qui est situé entre AD et le déversoir, l'orifice doit être considéré comme noyé, et tous ses filets fluides comme seulement soumis à une pression égale à la hauteur du niveau en D au-dessus de la nappe en E, c'est-à-dire à l'excès $H-e$ de la charge H sur l'épaisseur e de la lame qui passe sur la crête du barrage.

Si donc on fait abstraction du mouvement d'ascension des filets fluides qui sont au-dessous du plan horizontal AS passant par la crête du barrage et qui tendent à affluer vers cette crête, la formule précédente deviendra, dans ce cas, en observant qu'alors on a

$$A=LH,\quad O=L(S+H),\quad H_1=H-e,$$

$$Q=LH_1\sqrt{\frac{2g(H-e)}{1-\frac{H^2}{(S+H)^2}}};$$

ou en posant

$$K=\frac{e}{H},$$

d'où

$$e=KH,$$

et en réduisant,

$$Q=\frac{S+H}{\sqrt{(S+H)^2-H^2}}\sqrt{1-K}\,.LH\sqrt{2gH}.$$

Sous cette forme, l'on voit que, dans la formule nouvelle proposée par M. Boileau pour le calcul des dépenses d'eau faites par les déversoirs, la quantité

$$\frac{S+H}{\sqrt{(S+H)^2-H^2}}\sqrt{1-K}$$

représenterait précisément le facteur ou coefficient numérique m de la formule ordinaire du n° 47

$$Q=mLH\sqrt{2gH},$$

et qu'en mettant en évidence l'influence de la hauteur S du barrage par rapport à la profondeur totale S+H de l'eau dans le canal, ainsi que celle du rapport $K=\frac{e}{H}$ de l'épaisseur e de la nappe à la charge H, elle rend compte jusqu'à un certain point des variations que l'expérience indique dans la valeur de ce coefficient, et qu'elle pourrait être plus particulièrement utile dans les cas où la hauteur S du barrage, au-dessus du fond du canal, serait assez faible par rapport à la profondeur totale d'eau S+H, ou à la hauteur H, pour tenir compte de la vitesse que le liquide prend alors dans le canal.

Mais il faut observer, comme l'indique d'ailleurs M. Boileau, que les filets fluides qui remontent du fond du canal vers la crête du réservoir, tendent par ce mouvement à produire une sorte de contraction inférieure de la veine fluide et à gêner ainsi l'écoulement, tandis que d'une autre part, la diminution de la pression atmosphérique en dessous de la veine tend à augmenter la dépense.

Ces deux effets contraires, dont l'influence particulière peut prédominer dans certains cas, ne permettent pas de penser que la formule nouvelle proposée donne exactement la dépense réelle; mais il s'agit de reconnaître quel est le degré d'approximation auquel elle peut conduire. C'est ce que nous allons voir par l'examen de quelques-unes des séries d'expériences de M. Boileau, après avoir indiqué les moyens à employer pour mesurer les éléments qui entrent dans cette formule, et particulièrement la charge H et l'épaisseur e de la lame d'eau qui passe sur le déversoir.

Les expériences dont nous allons comparer les résultats à

ceux de la formule proposée, ont été faites en observant l'écoulement qui se produisait sur un barrage vertical de même largeur que le canal d'arrivée, et dont le bord supérieur était à vive arête du côté d'amont, et taillé en biseau à 45° du côté d'aval. C'est ce que l'auteur a nommé un barrage-type, et le dispositif qu'il a proposé d'employer pour le jaugeage des cours d'eau à l'aide des déversoirs.

59. *Mesure des charges d'eau sur les déversoirs.* — Pour déterminer la charge H à laquelle est dû l'écoulement par un déversoir, M. Bidone a proposé d'employer un tube recourbé en verre traversant l'épaisseur du barrage et débouchant dans le réservoir par sa branche horizontale. Mais M. Boileau a reconnu par des expériences directes et précises qu'il suffisait de se servir d'un tube vertical appliqué contre la paroi d'amont du déversoir. L'élévation du niveau de l'eau dans ce tube au-dessus de la crête du déversoir donne alors immédiatement la charge d'eau H sur cette crête. Ce procédé plus simple et plus expéditif que celui de l'installation d'une règle mise de niveau est aussi plus exact, ainsi que cela résulte des expériences de M. Boileau. On devra donc le préférer toutes les fois que l'on aura à sa disposition un tube de verre de 5 à 6 millimètres de diamètre.

60. *Mesure des épaisseurs de la veine fluide.* — Pour obtenir cette donnée, l'on posera au-dessus de la crête du barrage, sur les bords du canal, une traverse bien fixée; en un point de cette traverse, aussi rapproché que possible du milieu de la largeur du déversoir, on clouera une règle verticale; le long de cette règle on en fera glisser une autre portant une pointe à sa partie inférieure, jusqu'à ce qu'elle rencontre d'abord la crête du barrage, dont elle donnera la hauteur au-dessous de la règle, puis en relevant cette règle mobile et la faisant redescendre jusqu'à ce qu'elle affleure la surface de la lame fluide, à laquelle on aura donné le temps de se régler, on aura, par la nouvelle position de la pièce mobile, l'épaisseur cherchée de la lame fluide.

61. *Observation sur la difficulté que présentent ces mesures.* — Nous ferons remarquer que cette mesure sera toujours délicate, souvent difficile et parfois tout à fait impossible, par suite des

dispositions locales, ce qui limiterait nécessairement l'emploi de la nouvelle formule, et obligerait à se borner à l'ancienne, qui exige l'observation d'un nombre moindre de données plus faciles à mesurer.

62. *Comparaison des résultats des expériences avec ceux de la formule de M. Boileau.* — Le jaugeage des volumes d'eau débités dans les expériences a toujours été fait avec beaucoup de précision, soit par mesure directe à l'aide de bassins de jauge, soit par l'observation d'orifices rectangulaires en minces parois, les mêmes qui avaient servi aux expériences de MM. Poncelet et Lesbros.

Nous nous contenterons de rapporter quelques-unes des séries d'expériences exécutées par l'auteur, et nous renverrons pour plus de détails au texte même de son ouvrage.

Prenons d'abord pour exemple l'un des cas où la hauteur S du barrage au-dessus du fond du canal était la plus grande et était égale à $0^m,912$, nous aurons les résultats contenus dans la 2e série d'expériences rapportées page 92 de l'ouvrage.

NAPPES LIBRES. — HAUTEUR DU BARRAGE $S = 0^m,411$.

DÉPENSE expérimentale Q en l^s.	CHARGE sur le seuil du déversoir H.	ÉPAISSEUR de la nappe fluide e.	COEFFICIENT de la formule		DIFFÉRENCES proportionnelles	
			ordinaire.	de M. Boileau.	en plus.	en moins.
lit.	mill.	mill.				
8.577	63.0	52.5	0.4222	0.4092	»	$\frac{1}{32}$
10.790	73.5	61.5	0.4216	0.4052	»	$\frac{1}{26}$
12.456	81.0	68.0	0.4205	0.4019	»	$\frac{1}{23}$
13.377	85.0	71.5	0.4204	0.4000	»	$\frac{1}{21}$
22.766	121.0	102.0	0.4213	0.3989	»	$\frac{1}{19}$
26.383	133.0	112.0	0.4235	0.4006	»	$\frac{1}{19}$
36.167	163.0	138.0	0.4279	0.3962	»	$\frac{1}{14}$
41.372	178.0	151.0	0.4288	0.3962	»	$\frac{1}{13}$
45.115	189.0	160.5	0.4261	0.3941		$\frac{1}{13}$
55.326	218.0	182.5	0.4217	0.4112 0.3917	»	$\frac{1}{15}$ $\frac{1}{40}$
59.996	230.0	196.0	0.4220	0.3933	»	$\frac{1}{15}$
67.841	247.0	210.5	0.4271	0.3933	»	$\frac{1}{13}$
74.081	261.0	219.5	0.4311	0.4089	»	$\frac{1}{19}$
110.871	331.0	279.0	0.4507 0 4440	0.4110 0.4150	»	$\frac{1}{15}$ $\frac{1}{11}$
121.206	357.0	300.0	0.4409	0.4164	»	$\frac{1}{18}$
128.350	370.0	311.5	0.4425	0.4152	»	$\frac{1}{16}$
162.945	436.0	368.0	0.4392	0.4173 0.4130	»	$\frac{1}{17}$ $\frac{1}{20}$
		Moyennes......	0.4295		......	$\frac{1}{22}$

L'on remarquera que dans cette série d'expériences les résultats de la formule de M. Boileau s'écartent tous en moins de ceux de l'expérience de quantités qui varient de $\frac{1}{11}$ à $\frac{1}{40}$, et en moyenne de $\frac{1}{22}$, tandis que si l'on prend la valeur moyenne 0,4295 de toutes les valeurs du coefficient m de la formule ordinaire

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

on trouve qu'elle ne s'écarte en plus de ses valeurs les plus différentes que de $\frac{1}{20}$, de sorte qu'en se contentant même de cette

valeur moyenne tous les résultats de l'expérience seraient représentés à moins de $\frac{1}{20}$ près par la formule très-simple

$$Q = 0{,}4295\, LH\sqrt{2gH},$$

ou

$$Q = 0{,}43\, LH\sqrt{2gH},$$

Passons à une autre série d'expériences pour laquelle la hauteur du barrage au-dessus du fond du canal était moindre et égale à $0^{m},411$. Les résulats en sont consignés dans le tableau suivant :

NAPPES LIBRES $S = 0^{m},411$.

DÉPENSE expérimentale Q en 1″.	CHARGE sur le seuil du déversoir H.	ÉPAISSEUR de la nappe fluide. *e*.	COEFFICIENT de la formule		DIFFÉRENCES proportionnelles	
			ordinaire.	de M. Boileau.	en plus.	en moins.
lit.	m.	m.				
5.702	48.7	40.0	0.4176	0.4251	$\frac{1}{46}$	»
6.946	56.0	47.0	0.4124	0.4038*	»	$\frac{1}{48}$
				0.4230	$\frac{1}{39}$	»
8.011	61.7	49.4	0.4113	0.4211	$\frac{1}{42}$	»
12.563	83.5	69.0	0.4096	0.4230	$\frac{1}{31}$	»
				0.4180	$\frac{1}{49}$	»
13.945	89.2	74.0	0.4119	0.4196	$\frac{1}{53}$	»
24.115	125.0	103.0	0.4292	0.4314	$\frac{1}{195}$	»
36.018	156.0	124.0	0.4600	0.4673	»	»
	160 0	133.0	0.4226	0.4283	»	»
		Moyennes......	0.4153	0.4206		

Si l'on écarte la dernière expérience faite sous des charges qui ont varié de 156 à 160 millimètres et avec des épaisseurs de nappe au-dessus du barrage variables de 124 à 133, difficiles à mesurer avec précision à ce qu'il paraît, parce que, comme e fait remarquer M. Boileau, la nappe passait de l'état de nappe libre à celui de nappe noyée, l'on trouve, 1° que les valeurs du coefficient ou de la formule ordinaire ne s'écartent au plus de sa valeur moyenne

$$m = 0{,}4153,$$

que de $\frac{1}{39}$ en moins et de $\frac{1}{73}$ en plus; 2° que la valeur moyenne de ce coefficient $m = 0,4206$ de la formule proposée s'écarte au maximum des résultats de l'expérience de $\frac{1}{48}$ en moins et de $\frac{1}{24}$ en plus; d'où l'on peut conclure que, pour le cas des barrages peu élevés au-dessus du fond du canal et quand les nappes restent libres, la formule proposée par M. Boileau représente à peu près avec la même exactitude que la formule ordinaire les résultats de l'expérience, et qu'il n'y a guère de raison de préférer l'une à l'autre.

Si enfin nous examinons les résultats des expériences faites sur des nappes libres, dans le cas extrême où le barrage n'avait au-dessus du fond du canal qu'une hauteur $S = 0^m,206$, nous trouvons les résultats suivants dans le tableau de la page 101 de l'ouvrage cité.

NAPPES LIBRES $S = 0^m,206$.

DÉPENSE expérimentale Q en 1ᵗ.	CHARGE sur le seuil du déversoir H.	ÉPAISSEUR de la nappe fluide F.	COEFFICIENT de la formule		DIFFÉRENCES proportionnelles.	
			ordinaire.	de M. Boileau.	en plus.	en moins.
lit 51.716	m 45.0	m 36.5	0.4187	0.4419	$\frac{1}{18}$	»
74.787	57.7	47.6	0.4172	0.4286	$\frac{1}{36}$	»
194.902	72.7	59.9	0.4137	0.4346	$\frac{1}{20}$	»
	Moyennes........		0.4165	0.4263	$\frac{1}{23}$	

Les résultats de la formule excèdent tous en plus ceux de l'expérience, et la moyenne de cet excès proportionnel est $\frac{1}{23}$ du résultat, tandis que, si l'on prend la valeur moyenne $m = 0,4165$ du coefficient de la formule ordinaire, les dépenses effectives seront représentées par la formule

$$Q = 0,4165 \, LH \sqrt{2gH},$$

avec l'approximation de $\frac{1}{189}$ en moins et de $\frac{1}{148}$ en plus.

Les résultats de la formule ordinaire sont donc dans ce cas plus voisins de la vérité que ceux de la formule proposée.

63. *Expériences de M. Boileau sur les nappes noyées en dessous.* — L'un des cas les plus difficiles du jaugeage par les déversoirs est celui où les nappes liquides sont noyées au-dessous. Les expériences de M. Boileau ont rempli une lacune importante dans les données que nous possédions à ce sujet, et nous croyons utile de les rapporter avec détail, ainsi que la comparaison de leurs résultats avec ceux de la formule proposée par l'auteur.

64. *Application de la formule de M. Boileau aux nappes noyées en dessous.* — Les résultats de ces expériences dans lesquelles la hauteur du seuil du barrage au-dessus du fond du canal a varié dans le rapport de $0^m,608$ à $0^m,208$ ou de 3 à 1 sont fort importants pour la pratique et en particulier pour le jaugeage des petits cours d'eau, des canaux d'irrigation et pour celui des barrages assez bas que l'on est souvent obligé d'établir en aval des usines, lors des expériences qui ont pour but de constater le rendement des moteurs. Il arrive en effet alors bien souvent que les barrages sont noyés en dessous.

On remarquera d'abord qu'à l'inverse de ce que l'on aurait pu prévoir, le débit des barrages noyés en dessous est, toutes choses égales d'ailleurs, beaucoup plus considérable que celui des barrages où les nappes coulent librement.

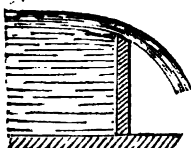
On verra aussi que le coefficient de la formule ordinaire va en diminuant très-notablement à hauteur égale du seuil à mesure que la charge H sur le seuil augmente, et qu'à charges égales sur le seuil il diminue à mesure que la hauteur du seuil devient moindre.

NAPPRS NOYÉES EN DESSOUS.

DÉPENSE expérimentale en l^s. Q.	CHARGE sur le seuil du déversoir. H.	ÉPAISSEUR de la nappe fluide. e.	COEFFICIENT de la formule. ordinaire.	de M. Boileau.	DIFFÉRENCES proportionnelles.	
		HAUTEUR DU BARRAGE S = 0^m.608.				
lit.	mill.	mill.				
112.778	323	264.0	0.4800	0.4557	»	$\frac{1}{20}$
124.248	348	286.0	0.4728	0.4540	»	$\frac{1}{25}$
137.128	375	308.5	0.4665	0.4556	»	$\frac{1}{43}$
146.002	394	325.0	0.4612	0.4552	»	»
147.205	395	326.0	0.4632	0.4548	»	»
177.990	454	376.0	0.4545	0.4585	$\frac{1}{114}$	»
198.925	495	412.0	0.4463	0.4683	$\frac{1}{37}$	»
		HAUTEUR DU BARRAGE S = 0^m.406.				
43.424	167	132.0	0.5006	0.4782	»	$\frac{1}{22}$
43.777	171	137.5	0.4872	0.4635	»	$\frac{1}{21}$
50.643	190	154.0	0.4809	0.4565	»	$\frac{1}{20}$
86.013	275	228.0	0.4691	0.4507	»	$\frac{1}{25}$
109.584	333	278.0	0.4486	0.4532	$\frac{1}{98}$	»
154.229	421	355.0	0.4441	0.4603	$\frac{1}{27}$	»
166.770	445	376.0	0.4419	0.4626	$\frac{1}{21}$	»
173.336	457	387.0	0.4414	0.4614	$\frac{1}{22}$	»
212.712	537	459.0	0.4253	0.4637	$\frac{1}{11}$	»
		HAUTEUR DU BARRAGE S = 0^m.208.				
22.713	110	89.0	0.4817	0.4660	»	$\frac{1}{31}$
36.197	153	126.0	0.4675	0.4636	»	$\frac{1}{120}$
37.677	158	129.0	0.4637	0.4612	»	$\frac{1}{186}$
45.881	183	153.0	0.4531	0.4578	$\frac{1}{96}$	»
58.670	218	183.5	0.4456	0.4630	$\frac{1}{26}$	»
107.561	341	290.0	0.4175	0.4930	$\frac{1}{5.5}$	»
142.454	406	347.0	0.4260	0.5075	$\frac{1}{5.2}$	»

L'on voit que le coefficient de la formule $Q=mLH\sqrt{2gH}$ qui, d'après la formule de M. Boileau, devrait être constant, varie de 0,4800 à 0,4463, de 0,5006 à 0,4253, et de 0,4817 à 0,4260.

65. *Conclusion relative à la discussion de la formule proposée par M. Boileau.* — En résumé l'on voit que, si les considérations et



les hypothèses sur lesquelles M. Boileau a basé la formule qu'il a proposée pour calculer directement, et sans l'emploi d'aucun coefficient de correction, la dépense d'eau faite par les déversoirs, sont de nature à montrer l'influence de quelques-unes des proportions relatives des canaux et des barrages, elles ne suffisent pas pour que cette formule représente exactement les résultats de l'expérience dans tous les cas. La multiplicité des données qu'il faut observer, et que l'on ne peut pas toujours se procurer, est d'ailleurs, dans beaucoup de circonstances un obstacle à l'emploi de cette formule, et il nous semble plus commode et plus sûr de s'en tenir à l'usage de la formule ordinaire

$$Q=mHL\sqrt{2gH},$$

pour l'emploi de laquelle les expériences de M. Lesbros et les recherches plus récentes de M. Boileau nous fourniront, dans la plupart des cas de la pratique, la valeur du coefficient numérique m.

Après cette discussion dans laquelle nous avons dû entrer pour justifier la préférence que nous croyons devoir conserver pour la formule ordinaire des déversoirs

$$Q=mHL\sqrt{2gH}$$

nous allons reprendre et faire connaître les principaux résultats des belles et utiles recherches de M. le capitaine Boileau.

66. *Déversoirs formés par des barrages-types proposés par M. Boileau pour le jaugeage des cours d'eau.* — Ces barrages que l'auteur propose d'adopter pour les expériences de jaugeage des cours d'eau à défaut d'orifices rectangulaires avec charge sur le sommet sont, comme nous l'avons dit plus haut, formés par des madriers placés verticalement sur toute la largeur du canal d'ar-

rivée, et taillés en biseau à 45 degrés du côté d'aval, et à vive arête horizontale du côté d'amont.

Dans l'écoulement par ce barrage, M. Boileau a examiné et distingué trois cas divers :

1° Celui où l'écoulement a lieu sous de très-petites charges, et où par suite *la nappe est adhérente* à la surface du glacis d'aval du barrage;

2° Celui où, la charge étant plus forte, la nappe se détache complétement du barrage et tombe librement dans l'air sous forme de nappe parabolique;

3° Celui où, par l'effet de l'élévation du niveau dans le canal de fuite, le remou qui se forme à l'aval du barrage, entre ce barrage et la nappe liquide, atteint la crête même du barrage, et dans lequel *la nappe est noyée en dessous.*

Ces différentes circonstances, faciles à reconnaître et à constater, ont sur l'écoulement une influence assez notable pour qu'il soit nécessaire d'en tenir compte. L'observation a d'ailleurs conduit M. Boileau à reconnaître que, pour le barrage-type et pour les diverses hauteurs de barrages au-dessus du canal de fuite, les nappes commencent à être noyées quand les charges sur la crête du déversoir atteignent les valeurs indiquées dans le tableau ci-dessous :

Hauteur du barrage, au-dessus du canal de fuite....	m. 0.200	m. 0.250	m. 0.300	m. 0.350	m. 0.400	m. 0.450	m. 0.500	m. 0.600
Charges pour lesquelles la nappe commence à être noyée....................	0.070	0.095	0.115	0.135	0.155	0.180	0.200	0.280

67. *Résultats d'expériences relatifs aux barrages-types.* — M. Boileau en représentant par des constructions graphiques les résultats des expériences sur le barrage-type, dont nous venons de rapporter une partie, en a déduit les valeurs du coefficient de la formule ordinaire $Q = mLH\sqrt{2gH}$ qu'il convient d'employer selon les hauteurs des barrages au-dessus du fond du canal et suivant les valeurs des charges H pour le cas des nappes libres et pour celui des nappes noyées. Ces valeurs sont consignées dans les deux tableaux suivants :

BARRAGES VERTICAUX ÉTABLIS PERPENDICULAIREMENT A LA LONGUEUR DU CANAL ET PRÉSENTANT AU SOMMET UN BISEAU AVEC ARÊTE VIVE.

1° NAPPES LIBRES, OU DÉTACHÉES DU BARRAGE EN AVAL.

CHARGE sur le déversoir. H.	Coefficients de la formule $LH\sqrt{2gH}$, correspondant à différentes charges et à des barrages dont les hauteurs sont : mill. 200	mill. 250	mill. 300	mill. 350	mill. 400	mill. 450	mill. 500	mill. 550	mill. 600	mill. 650	mill. 700	mill. 750	mill. 800	mill. 850	mill. 900	mill. 950	mill. 1000	mill. 1050	mill. 1100	CHARGE sur le déversoir. H.
mill 40*	0.421	0.425	0.426	0.424	0.418	0.411	0.408	0.405	0.402	0.402	0.404	0.407	0.413	0.420	0.425	0.423	0.418	0.413	0.408	40
50	0.419	0.422	0.425	0.422	0.419	0.415	0.409	0.404	0.399	0.397	0.398	0.402	0.409	0.419	0.423	0.421	0.416	0.411	0.406	50
60	0.416	0.420	0.422	0.420	0.414	0.407	0.404	0.400	0.398	0.398	0.400	0.404	8.410	0.419	0.422	0.420	0.416	0.411	0.406	60
70	0.418	0.420	0.422	0.420	0.415	0.409	0.404	0.400	0.398	0.398	0.400	0.404	0.410	0.419	0.422	0.420	0.416	0.411	0.406	70
80	0.418	0.422	0.424	0.421	0.415	0.409	0.405	0.402	0.399	0.399	0.401	0.405	0.411	0.419	0.422	0.420	0.416	0.411	0.406	80
90	»	»	0.424	0.423	0.422	0.419	0.416	0.412	0.408	0.406	0.407	0.409	0.413	0.417	0.419	0.419	0.416	0.413	0.409	90
100	»	»	0.425	8.425	0.424	0.422	0.418	0.414	0.410	0.409	0.409	0.410	0.413	0.417	0.419	0.419	0.416	0.414	0.411	100
120	»	»	0.428	0.429	0.427	0.425	0.421	0.417	0.411	0.409	0.409	0.410	0.412	0.416	0.420	0.420	0.419	0.416	0.413	120
140	»	»	»	0.434	0.432	0.429	0.424	0.418	0.413	0.410	0.408	0.408	0.410	0.416	0.422	0.425	0.424	0.420	0.414	140
160	»	»	»	»	0.436	0.434	0.430	0.425	0.418	0.412	0.408	0.408	0.410	0.418	0.426	0.427	0.425	0.420	0.415	160
180	»	»	»	»	»	0.435	0.432	0.428	0.424	0.419	0.416	0.415	0.417	0.422	0.428	0.427	0.424	0.420	0.416	180
200	»	»	»	»	»	»	0.436	0.434	0.431	0.428	0.427	0.426	0.428	0.429	0.430	0.429	0.426	0.422	0.418	200
220	»	»	»	»	»	»	»	0.438	0.435	0.433	0.432	0.432	0.433	0.433	0.432	0.430	0.428	0.424	0.419	220
240	»	»	»	»	»	»	»	0.438	0.435	0.434	0.434	0.436	0.437	0.437	0.434	0.432	0.429	0.426	0.423	240
260	»	»	»	»	»	»	»	»	0.435	0.436	0.437	0.438	0.439	0.439	0.437	0.434	0.431	0.428	0.425	260
280	»	»	»	»	»	»	»	»	0.437	0.438	0.439	0.439	0.441	0.441	0.440	0.437	0.434	0.430	0.427	280
300	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.439	0.441	0.442	0.444	0.445	0.444	0.442	0.437	0.432	0.427	300
320	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.445	0.447	0.445	0.447	0.442	0.435	0.427	320
340	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.443	0.446	0.445	0.446	0.441	0.434	0.427	340
360	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.440	0.444	0.443	0.442	0.437	0.432	0.426	360
380	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.441	0.442	0.441	0.438	0.433	0.428	0.424	380
400	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.443	0.442	0.440	0.436	0.432	0.428	0.423	400
420	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.445	0.443	0.440	0.437	0.433	»	»	420
440	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.447	0.445	0.442	0.438	0.434	»	»	440
460	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.449	0.447	0.444	0.440	0.436	»	»	460
480	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.451	»	»	»	»	»	»	480
500	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.454	»	»	»	»	»	»	500

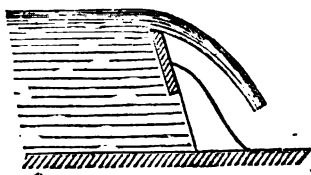
* Les valeurs correspondantes à la charge de $0^{m},040$ ont été obtenues en prolongeant des courbes dans une faible étendue, mais elles sont très-probables.

BARRAGES VERTICAUX ÉTABLIS PERPENDICULAIREMENT A LA LONGUEUR DU CANAL ET PRÉSENTANT AU SOMMET UN BISEAU AVEC ARÊTE VIVE.

2° NAPPES NOYÉES EN DESSOUS.

H CHARGE sur le déversoir.	Coefficients de la formule $LH\sqrt{2gH}$, correspondant à différentes charges et à des barrages dont les hauteurs sont :									H CHARGE sur le déversoir.
	mill. 200	mill. 250	mill. 300	mill. 350	mill. 400	mill. 450	mill. 500	mill. 550	mill. 600	
mill. 90	0.485	»	»	»	»	»	»	»	»	90
100	0.483	»	»	»	»	»	»	»	»	100
110	0.481	»	»	»	»	»	»	»	»	110
120	0.479	»	»	»	»	»	»	»	»	120
130	0.476	»	»	»	»	»	»	»	»	130
140	0.473	»	»	»	»	»	»	»	»	140
150	0.468	0.472	0.477	0.483	»	»	»	»	»	150
160	0.463	0.468	0.472	0.479	»	»	»	»	»	160
170	0.458	0.462	0.467	0.475	0.486	»	»	»	»	170
180	0.453	0.458	0.463	0.470	0.481	»	»	»	»	180
190	0.451	0.455	0.459	0.467	0.478	»	»	»	»	190
200	0.448	0.452	0.456	0.464	0.476	»	»	»	»	200
220	0.445	.448	0.452	0.460	0.472	0.489	»	»	»	220
240	0.441	0.444	0.449	0.457	0.470	0.486	»	»	»	240
260	0.437	0.440	0.446	0.454	0.467	0.483	»	»	»	260
280	0.432	0.437	0.444	0.452	0.466	0.480	»	»	»	280
300	0.427	0.435	0.444	0.452	0.462	0.469	0.475	0.480	0.486	300
320	0.421	0.430	0.438	0.446	0.454	0.461	0.468	0.474	0.480	320
340	0.418	0.424	0.431	0.438	0.445	0.453	0.460	0.467	0.474	340
360	0.417	0.424	0.431	0.438	0.444	0.450	0.457	0.463	0.469	360
380	0.417	0.424	0.431	0.438	0.444	0.450	0.455	0.460	0.464	380
400	0.417	0.424	0.431	0.438	0.444	0.449	0.453	0.457	0.461	400
420	»	»	»	»	0.444	0.448	0.452	0.455	0.456	420
440	»	»	»	»	0.443	0.447	0.450	0.453	0.456	440
460	»	»	»	»	0.441	0.445	0.448	0.451	0.454	460
480	»	»	»	»	0.439	0.442	0.446	0.448	0.450	480
500	»	»	»	»	0.437	0.439	0.442	0.444	0.445	500

68. *Barrages inclinés vers l'amont.* — Le même observateur a fait des expériences sur plusieurs dispositions de barrages inclinés que l'on rencontre souvent dans la pratique. Nous en rapporterons succinctement les résultats en les comparant à la formule ordinaire des deversoirs.



Barrage à biseau et à arête vive au sommet incliné vers l'amont à 3 *de hauteur pour* 1 *de base.*

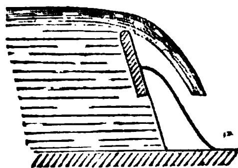
	m.	m.	m.	m.	m.	m.
Charge sur le déversoir H.......	0.0697	0.1090	0.1280	0.128	0.137	0.152
Coefficient......................	0.4034	0.4131	6.4105	0.4113	0.4215	0.4218

Moyenne générale : $m = 0,4136$.

La hauteur de la crête de ce barrage au-dessus du fond du canal d'arrivée était de 0m,458.

Si l'on compare ces résultats à ceux qui sont consignés dans le tableau du n° **66** relatif à l'écoulement par un barrage-type à vive arête, vertical, et d'une hauteur de 0m,411 au-dessus du fond du canal, pour lequel, entre des limites de charges analogues, on a eu pour valeur moyenne du coefficient m la valeur $m = 0,4153$, l'on en pourra conclure que l'inclinaison du barrage vers l'amont n'a pas d'influence notable sur la dépense.

69. *Barrage incliné vers l'amont à* 3 *de hauteur sur* 1 *de base, avec seuil arrondi suivant un demi-cylindre circulaire.* — Mais si l'inclinaison du barrage paraît avoir fort peu d'influence sur la dépense, il n'en est pas de même de la forme de son seuil, et l'arrondissement du seuil d'un barrage épais de 0m,100 à 0m,120, selon la forme d'un cylindre circulaire, en diminuant les effets de la contraction verticale, augmente considérablement le volume d'eau débité. C'est ce qu'ont très-bien constaté les expériences de M. Boileau.



En représentant par une construction graphique les résultats immédiats de ses expériences sur cette forme de barrage, l'au-

teur en a pu déduire les valeurs suivantes du coefficient m de la formule ordinaire

$$Q = mLH\sqrt{2gH}.$$

CHARGE sur le déversoir H.	VALEURS du coëfficient m.	OBSERVATIONS.
m.		
0.080	0.464	Nappes adhérentes.
0.090	0.483	
0.100	0.498	
0.110	0.510	
0.120	0.519	
0.130	0.528	
0.140	0.532	
0.150	0.549	
0.160	0.562	
0.180	0.578	Nappes noyées en dessous.
0.190	0.574	
0.200	0.570	
0.210	0.567	
0.220	0.565	
0.230	0.563	
0.240	0.562	
0.250	0.561	
0.260	0.561	

L'on voit, par ce tableau, combien il est important d'avoir égard à la forme de la partie supérieure d'un barrage.

70. *Vannes alimentaires des roues hydrauliques.* — La disposition et la forme de ces vannes exerce sur la dépense d'eau des roues hydrauliques une influence très-notable qu'il était utile d'étudier, et l'on doit à M. Boileau plusieurs séries d'expériences dans lesquelles il a examiné les cas les plus ordinaires de la pratique. En représentant par des constructions graphiques les résultats de ses expériences, cet observateur les a résumés dans le tableau suivant, qui donne pour chaque van-

nage et pour chaque charge la valeur convenable du coefficient m de la formule

$$Q = mLH\sqrt{2gH}.$$

CHARGES sur le seuil H.	VALEUR DU COEFFICIENT m DANS LE CAS D'UN.			
	Seuil arrondi en quart de cercle ayant une épaisseur de : 0m.040 à 0m.050		Seuil avec arrondissement prolongé en avant. épaisseur de : 0m.090 à 0m.100.	
	NAPPES libres.	NAPPES adhérentes.	NAPPES adhérentes.	NAPPES adhérentes.
m.				
0.050	0.393	0.434	» »	» »
0.060	0.393	0.448	» »	» »
0.070	0.396	0.465	» »	» »
0.080	0.408	0.465	» »	» »
0.090	0.422	0.481	» »	0.447
0.100	0.428	0.498	0.403	0.457
0.110	0.433	0.511	0.417	0.467
0.120	0.437	0.512	0.432	0.476
0.130	0.441	0.530	0.446	0.485
0.140	0.445	0.535	0.458	0.494
0.150	0.450	» »	0.468	0.502
0.160	0.453	» »	0.477	0.510
0.170	0.457	» »	0.486	0.517
0.180	» »	» »	0.494	0.524
0.190	» »	» »	0.502	0.530
0.200	» »	» »	0.508	0.535
0.210	» »	» »	» »	0.539
0.220	» »	» »	» »	0.542

71. *Conséquences des résultats consignés dans ce tableau.* — L'on voit, par les valeurs du coefficient m contenues dans ce tableau, que l'adhérence des nappes donne lieu à un accroissement considérable du volume d'eau débité, puisque, pour le premier barrage, et sous la charge de $H = 0^m,130$, le coefficient a la va-

leur $m = 0,441$, dans le cas où la nappe se détache librement du barrage, et celle $m = 0,535$, dans le cas où elle est adhérente.

Lorsque l'on voudra jauger par l'observation de semblables barrages, il faudra donc observer avec beaucoup de soin l'état de la nappe fluide, pour reconnaître quel coefficient l'on doit employer, mais l'on ne devra pas se dissimuler que l'on court risque de se tromper de beaucoup, et il sera bien préférable d'établir un barrage spécial de jauge.

72. *Cas où l'on ne peut mesurer la charge* H *du niveau général au-dessous du seuil du déversoir.* — Dans quelques circonstances, au lieu de mesurer la hauteur H, on ne peut obtenir que l'épaisseur *e* de la lame d'eau qui passe sur le déversoir. Il faut alors mesurer cette épaisseur immédiatement au-dessus de l'arête intérieure du seuil, en opérant comme il a été dit au nos 59 et 60, et l'on en déduira ensuite la valeur de la charge H, au moyen des données consignées dans le tableau suivant, et qui sont dues à M. Boileau.

RELATIONS ENTRE LES CHARGES ET LES ÉPAISSEURS DES NAPPES QUI PASSENT LES DÉVERSOIRS.

NAPPES LIBRES.

CHARGES sur le seuil H.	VALEURS DU RAPPORT $\frac{H}{e}$ POUR LES NAPPES LIBRES ET DES BARRAGES dont les hauteurs sont :			
	0m.262	0m.325	0m.420	0m.518
m.				
0.030	1.330	»	»	1.285
0.040	1.282	»	1.320	1.250
0.050	1.260	»	1.285	1.228
0.060	1.234	1.243	1.249	1.214
0.070	1.223	1.232	1.231	1.205
0.080	1.216	1.232	1.223	1.200
0.090	1.212	1.228	1.218	1.199
0.100	1.210	1.228	1.217	1.199
0.120	1.206	1.221	1.112	1.197
0.140	1.202	1.216	1.206	»
0.160	1.199	»	1.201	»
0.180	1.196	»	1.195	»
0.200	1.192	»	1.191	»
0.250	1.186	»	»	»
0.300	1.184	»	»	»
0.360	1.182	»	»	»

NAPPES NOYÉES EN DESSOUS.

CHARGE sur le seuil H.	VALEUR DU RAPPORT $\frac{H}{e}$ POUR LES NAPPES NOYÉES au-dessous des barrages dont les hauteurs sont :		
	m. 0.325	m. 0.335	m. 0.420
m. 0.130	»	1.283	»
0.140	»	1.275	1.291
0.150	1.256	1.266	1.281
0.160	1.250	1.258	1.271
0.180	1.236	1.245	1.254
0.200	1.225	1.232	1.241
0.220	1.216	1.223	»
0.240	1.208	1.216	»
0.260	1.202	1.208	»
0.280	1.198	1.203	»
0.300	»	1.198	»

On remarquera que ces tableaux ne donnent que les valeurs du rapport $\frac{H}{e}$ correspondantes à des valeurs connues de H qu'il s'agit de déterminer, ce qui, pour le cas actuel, formerait un cercle vicieux dans la manière d'opérer. Mais comme dans de semblables cas, il ne s'agit que d'un jaugeage approximatif, on estimera d'abord à peu près, aussi bien qu'on le pourra, la valeur de H, puis à l'aide de la valeur correspondante du rapport $\frac{H}{e}$ et de celle de e que l'on aura mesurée exactement, l'on obtiendra la valeur plus exacte de H.

Les résultats consignés dans les deux tableaux qui précèdent, sont relatifs à des déversoirs d'une largeur égale à celle du canal d'arrivée, et l'on observera que, pour des charges sur le seuil, comprises entre 0m,08 et 0m,36, les valeurs du rapport $\frac{H}{e}$ pour les nappes libres s'éloignent fort peu de

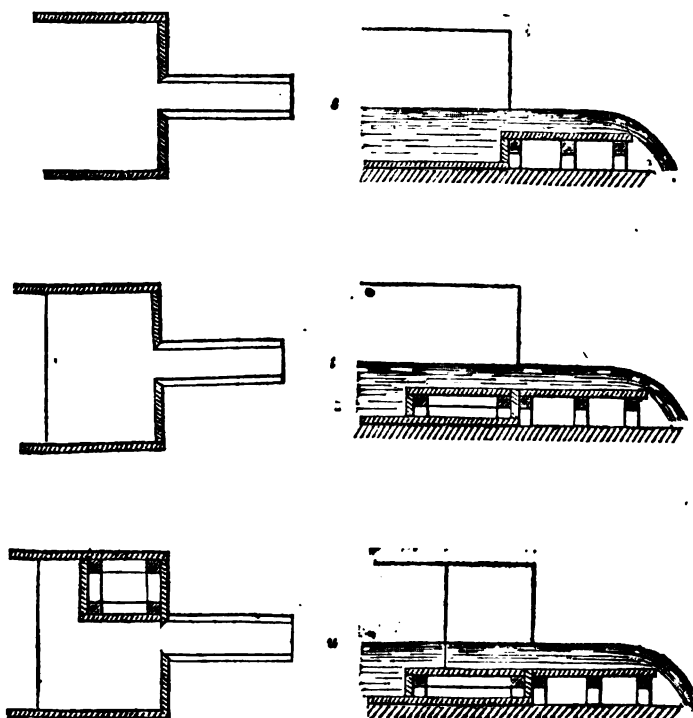
$$\frac{H}{e} = 1,20,$$

et pour les nappes noyées au-dessous,

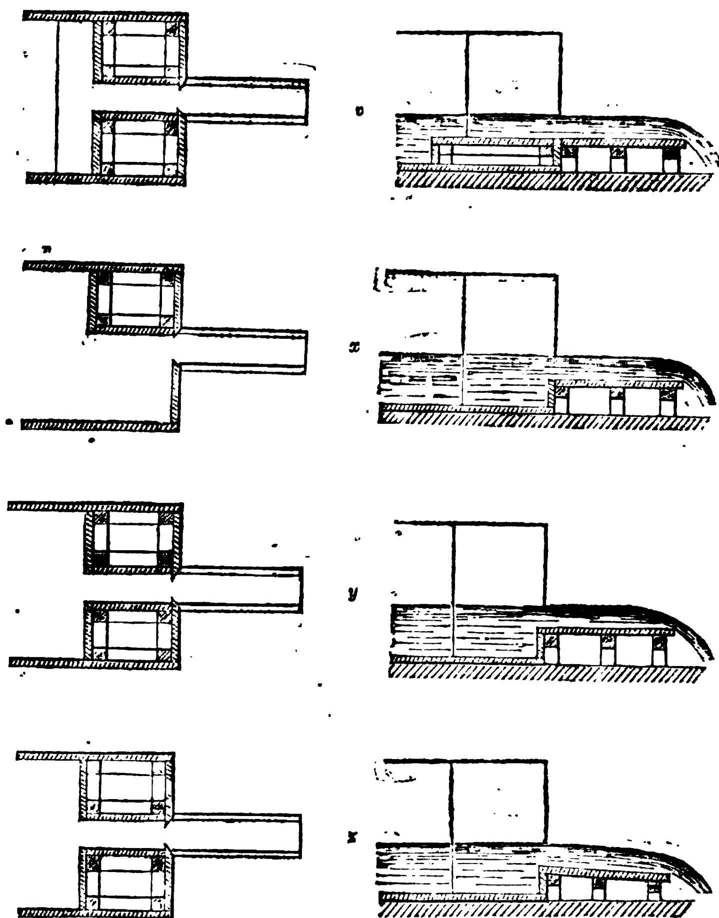
$$\frac{H}{e} = 1,24;$$

ce qui, pour des jaugeages approximatifs, permettra de déterminer la charge H sur le seuil, quand on aura observé l'épaisseur e de la lame d'eau qui passe au-dessus de l'arête d'amont du déversoir.

73. *Influence de la présence d'un coursier qui prolonge le seuil d'un déversoir.* — Si la présence d'un coursier horizontal ou légèrement incliné tend à opposer à l'écoulement une résistance qui diminue la dépense des orifices avec charge sur le sommet d'une manière sensible, lorsque cette charge est petite, il doit évidemment en être de même pour les déversoirs sur le seuil desquels les charges sont toujours très-faibles : c'est ce que constatent les résultats suivants des expériences faites par M. Lesbros, sur les orifices dont la disposition est indiquée par les figures ci-dessous.



Suite de l'influence de la présence d'un coursier qui prolonge le seuil d'un déversoir.



Dans les dispositifs des figures *s*, *t*, *u*, *v*, *x*, *y*, le coursier est horizontal et a 3^m de longueur, et dans celui de la figure *z*, il est incliné à $\frac{1}{10}$, et a $2^m,50$ de longueur, ainsi que cela se présente presque toujours pour les coursiers qui conduisent l'eau sur les roues hydrauliques:

TABLE DES COEFFICIENTS DE LA FORMULE $Q = mLH\sqrt{2gH}$ POUR DES DÉVERSOIRS DE $2^m,20$ DE LARGEUR, PROLONGÉS AU DEHORS DU RÉSERVOIR PAR UN CANAL RECTANGULAIRE DÉCOUVERT DE MÊME LARGEUR QUE LE DÉVERSOIR.

(Les charges étant mesurées en un endroit où le liquide est parfaitement stagnant.

CHARGES sur la base du déversoir.	VALEURS DU COEFFICIENT *m* pour les orifices des dispositifs						
	s.	*t.*	*u.*	*v.*	*x.*	*y.*	*z.*
m.							
0.010	»	»	»	»	0.382	0.395	0.406
0.020	0.196	0.208	0.201	0.175	0.368	0.383	0.395
0.030	0.234	0.232	0.228	0.205	0.358	0.373	0.385
0.040	0.263	0.251	0.250	0.234	0.351	0.365	0.379
0.050	0.278	0.266	0.267	0.260	0.346	0.360	0.375
0.060	0.286	0.281	0.280	0.276	0.344	0.355	0.372
0.070	0.292	0.288	0.289	0.285	0.343	0.352	0.371
0.080	0.297	0.294	0.295	0.291	0.341	0.349	0.371
0.090	0.301	0.298	0.300	0.295	0.340	0.347	0.370
0.100	0.304	0.302	0.304	0.299	0.340	0.345	0.369
0.110	0.306	0.305	0.307	0.303	0.339	0.344	0.369
0.120	0.309	0.308	0.310	0.306	0.338	0.343	0.369
0.130	0.311	0.310	0.312	0.308	0.337	0.342	0.368
0.140	0.313	0.312	0.314	0.311	0.336	0.341	0.368
0.160	0.316	0.316	0.317	0.315	0.334	0.340	0.367
0.180	0.317	0.319	0.319	0.319	0.333	0.339	0.367
0.200	0.319	0.323	0.322	0.352	0.331	0.338	0.366
0.220	0.320	0.325	0.324	0.325	0.330	0.337	0.365
0.250	0.321	0.329	0.326	0.329	0.328	0.336	0.364
0.300	0.324	0.332	0.329	0.332	0.326	0.334	0.361

74. *Conséquences de ces expériences.* — Le tableau qui précède montre combien est grande l'influence d'un coursier horizontal sur la dépense des déversoirs, surtout lorsque les charges sont faibles, puisqu'on voit que pour la charge de $0^m,01$ à $0^m,02$ le coefficient de la formule peut être réduit à près de moitié de ce qu'il est pour des charges de $0^m,300$. Cette influence devient

d'autant moins sensible, que la charge sur le seuil du déversoir est plus forte.

Les coursiers inclinés à $\frac{1}{10}$ diminuent aussi la dépense des déversoirs, mais notablement moins que les coursiers horizontaux.

On remarquera que pour les orifices *u*, *v*, *x*, *y* et *z*, les côtés qui étaient les plus voisins du prolongement des parois verticales du réservoir, avaient, sur le plan de ces parois, une saillie de $0^m,02$, ce qui produisait une légère contraction de la veine, et par suite une diminution de la dépense. Mais ainsi qu'on l'a vu au n° **20** par la comparaison des orifices *a* et *b*, l'on peut, dans la pratique, faire abstraction de cette légère contraction, faute de résultats d'expériences plus spécialement applicables.

75. *Observation relative aux barrages des rivières.* — Ces barrages, ordinairement construits en maçonnerie, et d'une assez grande épaisseur, se trouvent dans le cas des déversoirs suivis d'un coursier incliné ordinairement à $\frac{1}{10}$, et il conviendra de leur appliquer les résultats des expériences précédentes.

76. *Barrages obliques.* — Pour donner plus de développement à un déversoir, l'on est souvent obligé de l'établir obliquement à la direction générale du courant.

Il résulte des expériences faites sur ce cas particulier par M. Boileau, que, pour obtenir le débit d'un barrage oblique, on devra calculer celui du barrage normal de même longueur, et le multiplier par

0,942 si l'obliquité est de 45°,

0,911 si l'obliquité est de 65°.

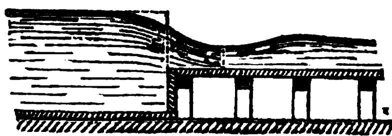
La moyenne proportionnelle de ces deux coefficients pourra être appliquée aux inclinaisons intermédiaires.

77. *Barrages en chevrons.* — Il résulte aussi des expériences de M. Boileau sur les barrages de ce genre, assez fréquemment employés dans ces derniers temps sur les rivières navigables, que le volume de liquide débité par un barrage en chevrons est égal à celui qui passerait dans le même temps par-dessus le bar-

rage droit de même obliquité par rapport au courant d'amont, et dont la longueur serait égale à la somme de celles des ailes du chevron augmentée de la moitié de la projection de la corde de l'arrondissement du saillant, sur un plan perpendiculaire à l'axe du canal.

On devra d'ailleurs tenir compte de l'épaisseur du seuil du barrage, et si elle produit l'effet d'un coursier prolongeant le déversoir, on aura égard aux résultats d'expériences rapportées au n° 73.

78. *Déversoirs incomplets ou en partie noyés.* — Les canaux qui conduisent l'eau sur les moteurs ou qui servent aux irrigations, sont souvent disposés de manière qu'à leur origine ils forment une sorte de déversoir dont la veine fluide est en partie noyée par l'eau qui coule dans le canal : c'est ce que l'on nomme un *déversoir incomplet*, et il était important d'avoir pour ce cas, qui se présente fréquemment, des résultats d'expériences qui permissent de jauger le débit de ces orifices.



M. Lesbros a examiné le cas assez ordinaire où le seuil du déversoir et ses côtés verticaux sont complétement isolés des parois du réservoir, et en nommant

L la largeur de l'orifice ;

H la charge sur le seuil du déversoir mesurée en un point du réservoir où le liquide est parfaitement stagnant ;

h la hauteur du point le plus bas de la rencontre de la veine avec la surface de l'eau dans le canal, ou du creux qui se forme à l'aval de l'orifice au-dessus du seuil du déversoir.

Il a recherché les valeurs du coefficient m qu'il conviendrait d'employer avec la formule

$$Q = mLH\sqrt{2g(H-h)}.$$

Les valeurs de ce coefficient résultant des expériences de M. Lesbros et de leur représentation graphique, sont consignées

dans le tableau suivant, et classées d'après l'ordre des valeurs du rapport $\frac{H-h}{H}$ qu'il faudra calculer dans chaque cas.

TABLE DES COEFFICIENTS DE LA FORMULE $Q=m\,LH\sqrt{2g\,(H-h)}$ POUR LES DÉVERSOIRS INCOMPLETS.

(Les charges H étant mesurées en un endroit où le liquide est parfaitement stagnant.

VALEUR du rapport $\frac{H-h}{H}$	VALEUR du coefficient m.	VALEUR du rapport $\frac{H-h}{H}$	VALEUR du coefficient m.
0.001	0.227	0.060	0.519
0.002	0.295	0.080	0.517
0.003	0.363	0.100	0.516
0.004	0.430	0.150	0.512
0.005	0.496	0.200	0.507
0.006	0.556	0.250	0.502
0.007	0.597	0.300	0.497
0.008	0.605	0.350	0.492
0.009	0.600	0.400	0.487
0.010	0.596	0.450	0.480
0.015	0.580	0.500	0.474
0.020	0.570	0.550	0.466
0.025	0.557	0.600	0.459
0.030	0.546	0.700	0.444
0.035	0.537	0.800	0.427
0.040	0.531	0.900	0.409
0.045	0.526	1.000	0.390
0.050	0.522	» »	» »

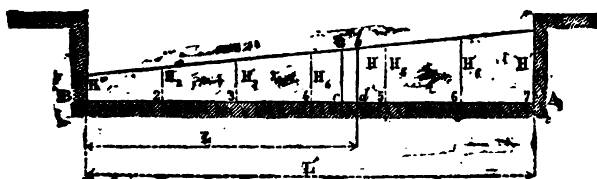
Les traits horizontaux indiquent les limites entre lesquelles sont compris les résultats des expériences. Les autres valeurs sont obtenues par interpolation graphique.

79. *Déversoirs établis sur les berges latérales des cours d'eau.* — Les déversoirs qui servent à régler le niveau de retenue des eaux des usines sont très-souvent placés à l'amont et le long

d'une des rives. Lorsque la vitesse est très-faible dans le canal d'arrivée et que le déversoir n'a pas une très-grande longueur par rapport à la largeur, il ne se produit pas sur sa longueur une différence très-sensible dans la charge sur le seuil.

Mais si la vitesse est assez grande et si le déversoir est long, il peut en être tout autrement, et alors il devient d'autant plus difficile d'apprécier le volume d'eau écoulé dans de semblables circonstances, qu'outre les variations de la charge, il faut tenir compte aussi de celles du coefficient m de la dépense, qui est trop influencé par la valeur de la charge et par la résistance de la face supérieure du déversoir pour qu'on ne doive pas y avoir égard.

Considérons un déversoir de longueur AB, à l'amont duquel en A la charge soit H', tandis qu'à l'aval en B elle n'est plus que H''



Le volume d'eau écoulé en 1'' par une tranche élémentaire *abcd* de longueur, $cd=l$ de ce déversoir, située à la distance L de l'extrémité B et pour laquelle la charge $bc=$H, sera exprimé par

$$q=ml\mathrm{H}\sqrt{2g\mathrm{H}}$$

et pour avoir la dépense totale du déversoir il faudrait faire la somme de toutes les dépenses partielles analogues.

Or, dans l'expression de la dépense q correspondante à la tranche élémentaire *abcd* les quantités m, l et H varient en même temps suivant des lois inconnues.

L'on peut cependant et sans erreur sensible pour la pratique supposer que la pente de superficie dans le sens de la longueur du déversoir est celle d'une ligne droite, ce qui donne la relation

$$\mathrm{H}=\mathrm{H}''+\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{L}''}(\mathrm{H}'-\mathrm{H}'')$$

à cause de la proportion

$$ac' : H'-H'' :: L : L',$$

d'où

$$ac' = \frac{L}{L'}(H'-H'')$$

et en substituant cette valeur de H dans la formule précédente elle deviendra

$$q = ml \left\{ H'' + \frac{L}{L'}(H'-H'') \sqrt{2g \left\{ H'' + \frac{L}{L'}(H'-H''). \right\}} \right.$$

Mais, comme, dans cette formule le coefficient m de la dépense varie suivant une loi complétement inconnue, nous ne pouvons déterminer sa valeur pour chacune des tranches considérées qu'à l'aide des résultats d'expérience consignés dans les tableaux des numéros 47 et suivants.

Pour pouvoir calculer la somme des volumes analogues à q pour toute la longueur du déversoir, il faut donc recourir à la méthode des quadratures et à la formule de Th. Simson.

A cet effet, on partagera la longueur totale L' du déversoir en un nombre pair de parties égales, en six par exemple aux points B ou 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7 ou A, on mesurera ou l'on déterminera par le tracé d'une ligne droite la charge correspondante

$$H_1 = H'' \quad H_2 \quad H_3 \quad H_4 \quad H_5 \quad H_6 \quad H_7 \text{ ou } H'$$

et à l'aide des valeurs correspondantes de L

$$L = 0 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5 \quad L_6 \quad L_7 = L'$$

et de celles

$$m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad m_4 \quad m_5 \quad m_6 \quad m_7$$

du coefficient de la dépense correspondantes à celles de la charge, on aura tous les éléments des substitutions à faire dans la formule de Simson pour calculer le volume d'eau total Q débité en 1″ par le déversoir.

Exemple. — Supposons que, pour un déversoir de $6^m,00$ de longueur, on ait à l'amont $H' = 0^m,20$ et à l'aval $H'' = 0^m,08$.

En partageant la longueur L′ en six parties égales, on aura $L_1 = 0$, $L_2 = 1^m$, $L_3 = 2^m$, $L_4 = 3^m$, $L_5 = 4^m$, $L_6 = 5^m$, $L_7 = 6^m$.

L'on en déduira à l'aide de la relation

$$H = H'' + \frac{L}{L'}(H' - H'')$$

et au moyen du tableau du n° 73 relative aux coursiers inclinés à $\frac{1}{10}$ les valeurs suivantes

$$H_1 = H' = \overset{m.}{0{,}08} \qquad m_1 = 0{,}371$$

$$H_2 = \overset{m.}{0{,}08} + \overset{m.}{0{,}02} = 0{,}10 \qquad m_2 = 0{,}369$$

$$H_3 = 0{,}08 + 0{,}04 = 0{,}12 \qquad m_3 = 0{,}369$$

$$H_4 = 0{,}08 + 0{,}06 = 0{,}14 \qquad m_4 = 0{,}368$$

$$H_5 = 0{,}08 + 0{,}08 = 0{,}16 \qquad m_5 = 0{,}367$$

$$H_6 = 0{,}08 + 0{,}10 = 0{,}18 \qquad m_6 = 0{,}367$$

$$H_7 = 0{,}08 + 0{,}12 = 0{,}20 \qquad m_7 = 0{,}366$$

On trouve ensuite pour les valeurs successives de la fonction

$$ml\left\{H'' + \frac{L}{L'}(H' - H'')\sqrt{2g\left\{H'' + \frac{L}{L'}(H' - H'')\right.}\right.$$

$$Q_1 = \overset{mc.}{0{,}0124}$$

$$Q_2 = 0{,}0172$$

$$Q_3 = 0{,}0255$$

$$Q_4 = 0{,}0284$$

$$Q_5 = 0{,}0346$$

$$Q_6 = 0{,}0413$$

$$Q_7 = 0{,}0431$$

d'où, en appliquant la formule de Simson, on déduit

$$Q = \{Q_1 + 4(Q_2 + Q_4 + Q_6) + 2(Q_3 + Q_5) + Q_7\} = 0^{mc},528 \text{ en } 1''.$$

Si, au lieu d'exécuter ce calcul facile, mais un peu long, on s'était contenté de supposer que la charge sur le déversoir était constante et égale à $H = 0^m,14$, moyenne arithmétique des charges extérieures $H' = 0^m,20$ et $H = 0^m,08$, en prenant $m = 0,368$ l'on aurait trouvé

$$Q = mLH\sqrt{2gH} = 0,368 \times 6^m \times 0^m,14\sqrt{19,62 \times 0^m,14} = 0^{mc},512,$$

valeur assez peu différente de la précédente pour montrer que dans des cas pareils, où il règne toujours sur les données et sur la valeur du coefficient m quelque incertitude, on peut se contenter d'employer ce dernier mode d'évaluation.

80. *Déversoirs de prise d'eau pour des irrigations.* — Lorsqu'un déversoir disposé comme celui que nous venons d'examiner est destiné à une prise d'eau destinée à des irrigations, et que le volume d'eau à prendre est déterminé ainsi que la hauteur du niveau du canal alimentaire au-dessous de l'arête du déversoir à l'amont, il convient de limiter la longueur du déversoir à ce qui est strictement nécessaire pour obtenir le débit fixé, afin de ne pas augmenter inutilement la dépense.

Dans des cas pareils la vitesse de l'eau dans le canal alimentaire est presque toujours assez grande ainsi que sa pente, et il en résulte, dans le sens de la longueur du déversoir une pente assez sensible.

Il est d'ailleurs évident que le maximum de longueur du déversoir correspondrait à une épaisseur nulle de la lame d'eau, ce qui reviendrait à faire $H' = 0$ dans la formule précédente, de sorte qu'en opposant toujours le profil de la surface fluide dans le sens de la longueur L' du déversoir de forme triangulaire l'on aurait

$$ac' = \frac{L}{L'}H',$$

et la formule du débit d'une tranche élémentaire *abcd* ou 1^v deviendra

$$q = ml\frac{L}{L'}H'\sqrt{2g.\frac{L}{L'}H'} = m\left(\frac{H'}{L'}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{2g}.L^{\frac{3}{2}}l$$

Dans cette expression, le coefficient m de la dépense varie avec la charge sur l'arête du déversoir, mais comme il ne s'agit

ici que de résultats convenablement approchés de la vérité, on pourra, d'après le tableau du n° 73 et pour le cas où la surface supérieure du déversoir serait inclinée à $\frac{1}{10}$ supposer $m=0,37$, et alors le calcul conduirait pour l'expression du volume total débité en 1'' par le déversoir à la valeur

$$Q=\frac{2}{5}\,mL'H'^{\frac{3}{2}}\sqrt{2g}.$$

Cette formule peut permettre de déterminer la longueur L' qu'il conviendrait de donner à un déversoir pour que, sous une charge connue H à son extrémité d'amont, il pût débiter en 1'' un certain volume d'eau Q.

L'on en tire en effet

$$L'=\frac{5}{2}\,\frac{Q}{m\sqrt{2g}\,H'^{\frac{3}{2}}},$$

en y faisant $m=0,37$ elle devient pour les applications

$$L'=1,525\,\frac{Q}{H'^{\frac{3}{2}}}.$$

Si, par exemple, on suppose $Q=0^{mc},100$ en 1'' et $H'=0^{m},10$ à l'amont l'on trouve

$$L'=4^{m},22.$$

Pour un volume $Q=0^{mc},040$, on trouverait en supposant toujours $H'=0^{m},10$ à l'amont

$$L'=1^{m},93.$$

L'on voit que ces longueurs de déversoir restent dans des limites que la pratique peut accepter.

81. *Observation sur la décroissance d'épaisseur de la charge sur le déversoir.* — L'hypothèse que, pour la simplicité des calculs, nous avons admise plus haut, et qui consiste à supposer que la charge sur le déversoir décroît proportionnellement à la distance à son extrémité d'amont, n'est pas exacte. La surface prendrait réellement en pareil cas un profil courbe tournant sa convexité vers l'arête du déversoir, et ne se raccorderait tangentiellement

avec son plan supérieur qu'à une distance qui, théoriquement, serait à l'infini.

C'est sans doute cette considération qui a conduit quelques ingénieurs à assigner aux déversoirs de prise d'eau de ce genre destinés à des irrigations, des longueurs exagérées et inacceptables pour l'agriculture.

En pareils cas, il convient de savoir sacrifier la rigueur mathématique des formules aux possibilités de la pratique et de se contenter de règles suffisamment voisines de la vérité.

JAUGEAGE DES EAUX COURANTES.

Modes divers à employer.

82. *Importance de la question.* — Les formules et les résultats d'expériences que nous avons étudiés dans les précédents chapitres fournissent le moyen le plus facile et le plus exact de jauger le produit des cours d'eau toutes les fois que des pertuis ou des barrages réguliers sont ou peuvent être établis sur leur cours. Mais il arrive souvent que l'on a besoin de déterminer directement le volume d'eau débité par un canal ou une rivière sans pouvoir recourir à ces règles. Il est donc important de connaître les relations qui existent entre la pente, le profil, la longueur du canal, la vitesse et le volume de l'eau qui le parcourt, soit pour déterminer le produit quand le canal est établi, soit pour proportionner le canal lorsqu'à l'inverse le volume à débiter est donné.

Ces questions ont depuis longtemps appelé l'attention des hydrauliciens ; mais ce n'est que vers la fin du siècle dernier que l'on a cherché à les soumettre au calcul, en tenant compte de la résistance que les parois du canal, et la viscosité du liquide opposent à son mouvement. Avant de parler de ces recherches modernes, principalement dues à des ingénieurs français, il est bon de dire un mot du procédé suivi par les anciens fontainiers pour jauger le produit des petits cours d'eau.

83. *Mode de jaugeage des anciens fontainiers. Pouce d'eau.* — Au moyen d'un barrage en planches ils formaient une retenue, et, sur une ligne horizontale, perçaient un certain nombre de trous de $12^{\text{lig}} = 0^{\text{m}},027$ de diamètre, fermés par des tampons. Pour laisser écouler l'eau, on débouchait successivement un nombre de ces trous suffisant pour que le niveau d'amont se maintînt à 1^{lig} ou $2^{\text{mill}},25$ au-dessus du sommet des trous. L'épaisseur des planches ne devait pas excéder 10 à 12 lignes, afin que l'écoulement ne se fît pas à gueule bée. Lorsque le mouvement de l'eau était parvenu à l'état de régime, c'est-à-dire, quand le niveau d'amont était devenu constant à la hauteur ci-dessus indiquée, on estimait le produit de la source par

le nombre d'ouvertures débouchées et le volume fourni par l'une d'elles. Des expériences directes avaient fait connaître qu'un orifice de $0^m,027$ de diamètre produisait dans ces conditions en

24 heures	1 heure	1'	1"
$19^{m.c},1953$	$0^{m.c},7998$	$0^{m.c},01333$	$0^{m.c},0002222$

Ce volume, débité par un seul orifice, est ce qu'on appelait un *pouce de fontainier;* on nommait par analogie *ligne d'eau* la 144e partie du pouce d'eau, et *point d'eau* la 144e partie de la ligne d'eau.

On voit que ce mode de jaugeage était en même temps peu commode et peu précis; aussi est-il aujourd'hui tout à fait abandonné, et le nom même devrait l'être aussi. Il est singulier que des ingénieurs habiles persistent encore à se servir d'une dénomination qui ne représente pas un volume en rapport exact avec les seules mesures légales.

84. *Mode de jaugeage à employer pour les petits cours d'eau.*—Il sera beaucoup plus facile, dans le cas des petits cours d'eau, de pratiquer dans le barrage en planches un déversoir à vive arête, analogue à celui que M. Boileau a étudié, et pour lequel ses expériences ont fourni les valeurs du coefficient m de la formule

$$Q = mLH\sqrt{2gH}$$

consignées dans les tableaux du n° 66.

Au lieu d'un déversoir on pourrait tout aussi bien pratiquer un orifice, avec charge sur le sommet, muni d'une petite vanne qu'on lèverait de manière que le mouvement parvînt bientôt à l'état de permanence, et alors on emploierait pour calculer le volume écoulé les règles données précédemment.

Des moyens employés pour mesurer la vitesse de l'eau.

85. *Moulinets.* — Dubuat a employé, pour mesurer la vitesse à la surface de l'eau, un moulinet à 8 ailettes de $0^m,08$, et de $0^m,73$ de diamètre; mais il est évident que ce moulinet, exposé en partie à la résistance de l'air, ne peut être employé tout au plus que pour de très-faibles vitesses.

88. *Cylindre jaugeur.* — Feu M. Lapointe, jeune ingénieur attaché au Conservatoire, avait imaginé pour le jaugeage des cours d'eau des usines, à régime constant ou variable, un appareil ingénieux d'un usage commode, sur lequel il a fait des expériences nombreuses et variées, que nous rapporterons ici en détail, parce qu'elles nous semblent montrer tout le parti que l'on peut tirer de cet appareil auquel son auteur a donné le nom de *cylindre jaugeur.*

Le cylindre *abcd*, pl. 2, figures 1, 2, 3 et 4, évasé à son entrée, à peu près suivant la forme de la veine fluide, est muni d'un rebord percé de trous, qui servent à le fixer dans la position horizontale contre la paroi verticale du barrage qu'il traverse et qui doit fermer complétement le cours d'eau, afin que tout l'écoulement du liquide se fasse à travers le cylindre. Il convient que le cylindre soit complétement immergé dans les eaux d'aval, pour que l'écoulement se fasse toujours à plein tuyau ou à *gueule bée.*

Dans l'axe du cylindre et vers les deux tiers de sa longueur, à partir de l'entrée, est placé un petit moulinet à trois ailettes héliçoïdes de $0^m,030$ de rayon monté sur un support vertical très-étroit, qui traverse le cylindre et se trouve à $0^m,20$ environ de l'extrémité d'aval.

Le mouvement de rotation que l'eau imprime au moulinet est communiqué par une roue d'angle *kl*, montée sur son axe à une autre roue d'angle *km*, fixée sur un arbre vertical *mn* qui sort du cylindre et qui est embrayé à volonté avec un autre arbre, dont le mouvement se transmet à un compteur à pointage analogue à celui qui sert aux dynamomètres totalisateurs et qui est décrit au n° 47 de la première partie des *Leçons de Mécanique pratique*, deuxième édition. Toutes les parties de ce compteur sont très-légères et son mouvement très-doux. Il est porté sur un support en fonte fixé sur le cylindre, et qui le tient toujours élevé au-dessus de l'eau, de façon qu'on peut l'observer facilement : le mécanisme est combiné de manière que l'on peut y observer jusqu'à 1010000 tours du moulinet, ce qui permet de prolonger les observations assez longtemps pour atténuer l'influence des petites erreurs d'observation au commencement et à la fin des expériences. On remarquera d'ailleurs que l'appareil de pointage, dont le compteur est muni, permet de ne commencer les observations que quand tout le

mécanisme a pris une marche régulière, ce qui met à l'abri de l'influence de l'inertie de ses organes, avantage que n'offrent pas les autres appareils de ce genre.

Nous ajouterons que toutes les dispositions ont été prises pour atténuer les frottements de l'appareil, et surtout pour les rendre aussi constants que possible, en évitant que, dans le montage et le démontage, les pièces puissent être plus serrées dans un cas que dans l'autre, condition indispensable à la régularité des résultats.

87. *Expériences sur le cylindre jaugeur.* — M. Lapointe a fait construire deux cylindres jaugeurs, l'un de $0^{m},46$ de diamètre sur $0^{m},90$ de longueur, destiné au Conservatoire des arts et métiers, l'autre de $0^{m},70$ de diamètre destiné à jauger des produits supérieurs à $0^{m.c},400$ par seconde.

Le premier de ces appareils a été expérimenté de deux façons différentes : d'abord en opérant avec des niveaux constants à la poudrerie du Bouchet, puis avec des niveaux variables, aux bassins de Chaillot. Nous rapporterons séparément les résultats de ces deux séries d'expériences parce qu'elles jettent du jour sur plusieurs points importants de l'action de l'eau sur les moulinets de ce genre.

88. *Expériences faites à niveaux constants à la poudrerie du Bouchet.* — Pour l'exécution de ces expériences l'on a choisi un dimanche, jour de repos, où, toutes les usines étant arrêtées, les niveaux s'établissaient d'une manière très-régulière. Des ouvriers étaient, de plus, placés aux vannes des immenses bassins de l'établissement pour régler ces niveaux, s'il en était besoin.

Le cylindre jaugeur était établi dans la paroi d'un bassin alimenté par une vanne en déversoir, et laissait passer l'eau dans un bassin inférieur, d'où elle s'écoulait à travers trois orifices de $0^{m},30$ de largeur pratiqués dans des feuilles de tôle avec arêtes vives, disposées de manière à produire sur leurs quatre côtés une contraction complète et tout à fait analogue aux orifices étudiés à Metz par MM. Poncelet et Lesbros, ce qui fournissait un moyen précis d'estimer les dépenses d'eau.

L'on ne commençait à compter les nombres de tours du moulinet que quand la permanence des niveaux à l'amont et à l'aval

du cylindre, ainsi qu'au-dessus des orifices, avait été bien constatée avant l'expérience, et celle-ci n'était même tenue pour bonne que quand cette permanence subsistait encore quelque temps après. La durée de chaque observation a été réglée à une minute et déterminée à l'aide d'un compteur à pointage de Bréguet. Les résultats des observations sont consignés dans le tableau suivant, et ils ont été représentés graphiquement planche 2, figure 5, en prenant les volumes d'eau écoulés en 1″ pour abscisses et les nombres de tours du moulinet dans le même temps pour ordonnées. La figure montre que tous les points ainsi déterminés sont situés à très-peu près sur une même ligne droite, qui coupe la ligne des abscisses en un point situé à droite de l'origine.

EXPÉRIENCES SUR LE CYLINDRE JAUGEUR DE 0m.46 DE DIAMÈTRE FAITES A LA POUDRERIE DU BOUCHET AVEC DES NIVEAUX CONSTANTS.

VOLUME d'eau écoulée en 1″.	NOMBRE de tours du moulinet en 1″.	DÉPENSE calculée par la formule $Q_1 = a + bn_1$	DIFFÉRENCE de cette dépense à celle mesurée par les vannes.	RAPPORT de cette différence à la dépense des vannes.
m.c. 0.1308	5.367	m.c. 0.1294	m.c. —0.0014	$\frac{1}{92.15}$
0.1479	6.900	0.1495	+0.0016	$\frac{1}{92.5}$
0.2137	12.000	0.2131	—0.0006	$\frac{1}{330}$
0.2398	14.217	0.2408	+0.0010	$\frac{1}{250}$
0.2559	15.542	0.2573	+0.0013	$\frac{1}{183}$
0.2562	15.750	0.2594	+0.0032	$\frac{1}{79}$
0.3518	23.833	0.3607	+0.0089	$\frac{1}{39.6}$
0.3571	23.800	0.3603	+0.0032	$\frac{1}{110.6}$
0.3618	23.550	0.3572	—0.0046	$\frac{1}{78.6}$
0.3719	24.167	0.3649	—0.0070	$\frac{1}{33.2}$

Des données contenues dans ce tableau et de leur représentation graphique, l'on est conduit à conclure :

1° Que dans le mouvement permanent du liquide et pour des volumes d'eau différents débités dans l'unité de temps, l'accrois-

sement des nombres de tours du moulinet est proportionnel à l'accroissement des volumes d'eau écoulés.

2° Que le mouvement du moulinet ne commence que quand il s'écoule déjà dans l'unité de temps un certain volume d'eau, correspondant à une vitesse au-dessous de laquelle l'instrument ne tourne pas encore.

Il s'ensuit que la relation ou la loi, qui lie le nombre de tours du moulinet aux volumes d'eau écoulés dans l'unité de temps et dans le mouvement permanent, peut être représentée graphiquement par une ligne droite, dont l'équation algébrique est la formule

$$Q_1 = a + bn_1,$$

dans laquelle :

Q_1 est la dépense d'eau, en mètres cubes, par seconde ;

a, un nombre constant exprimant le volume en mètres cubes qui s'écoule, à la vitesse minimum, sous laquelle le moulinet commence à marcher ;

b, un nombre constant de mètres cubes correspondant à un tour par seconde du moulinet ;

n_1, le nombre de tours du moulinet en 1".

Si, à l'aide du tracé et d'après les échelles adoptées pour les abscisses et les ordonnées, on détermine les valeurs des nombres constants a et b, l'on trouve

$$a = 0^{\text{m.c}},0635 \quad \text{et} \quad b = 0^{\text{m.c}},01247,$$

et, par suite, la formule

$$Q_1 = 0^{\text{m.c}},0635 + 0^{\text{m.c}},01247\, n_1.$$

La comparaison des résultats fournis par cette formule, en y introduisant les valeurs de n_1 données par l'observation avec les volumes d'eau réellement écoulés, est établie dans les trois dernières colonnes du tableau précédent, et l'examen des chiffres et des rapports consignés dans ces colonnes montre que les résultats des expériences peuvent être, avec toute l'exactitude dési-

rable pour la pratique, représentés, dans le cas actuel, par la formule

$$Q_1 = 0^{m.c},0635 + 0^{m.c},01247\,n_1.$$

On fera remarquer d'ailleurs que, dans les expériences que l'on vient de discuter, l'on a fait varier la hauteur des niveaux d'amont et d'aval au-dessus de la génératrice supérieure du cylindre dans des limites assez étendues, et les dépenses d'eau dans le rapport de $0^{m.c},1308$ à $0^{m.c},3719$ ou de 1,00 à 2,79.

89. *Extension de la formule précédente à une durée quelconque de l'écoulement.* — En continuant de supposer le mouvement du liquide parvenu à l'état de permanence et de constance des niveaux, si l'on multiplie les deux membres de la formule ci-dessus par la durée T des observations exprimées en secondes, elle devient

$$Q_1T = aT + bn_1T,$$

dans laquelle

Q_1T représente alors le volume total de liquide écoulé dans le temps T, et que l'on peut exprimer par Q;

aT le volume de liquide écoulé pendant le temps T et correspondant à une vitesse pour laquelle le moulinet ne tournerait pas;

$n_1T = n$ le nombre total de tours du moulinet observé pendant la durée T de l'expérience.

De sorte que la formule qui donnera le volume de liquide écoulé au bout d'un temps quelconque T sera, pour le cylindre et le moulinet employés,

$$Q = 0^{m.c},0635\,T + 0^{m.c},01247\,n,$$

n étant le nombre de tours du moulinet, pendant le temps T.

90. *Emploi du cylindre jaugeur quand les niveaux d'amont et d'aval varient pendant l'écoulement.* — Les expériences précédentes ayant été faites avec des niveaux très-variables et la constance du rapport des accroissements de la dépense aux nombres de tours du moulinet s'étant bien manifestée dans ces circonstances, il était naturel de penser qu'il en serait de même quand l'écoulement aurait lieu sous des niveaux variables,

pourvu que cet écoulement eût toujours lieu à plein tuyau. Mais il était nécessaire de vérifier cette conjecture par des expériences directes : c'est ce qui a été fait avec beaucoup de soins par M. Lapointe aux bassins de Chaillot, où l'on peut déverser de l'un à l'autre l'eau élevée par la machine à vapeur, en débitant des quantités très-variables.

La digue qui sépare deux de ces bassins a été traversée par un canal en tête duquel l'on a placé un vannage, qui permettait de donner passage à des volumes d'eau variables à volonté. En arrière de cette vanne de fond, on a établi un barrage dans lequel était fixé le cylindre jaugeur, dont l'orifice était ainsi assez élevé au-dessus de l'ouverture alimentaire pour que le liquide y arrivât de bas en haut, tranquillement et sans tourbillonnements.

Un deuxième barrage formant déversoir était placé à l'extrémité d'aval du canal pour élever le niveau à une hauteur variable, mais toujours au-dessus de l'arête supérieure du cylindre. L'eau qui s'écoulait par-dessus ce déversoir, se rendait dans le bassin inférieur par une huche en bois, qui la conduisait au fond, afin qu'il se produisît le moins d'oscillations possible dans la surface du niveau. Ce bassin inférieur, d'une forme très-régulière, servait à jauger les volumes d'eau débités au moyen d'échelles graduées et d'un radeau flottant d'une masse assez grande pour ne pas être sensible aux petites oscillations. L'on remarquera que, dans presque toutes les expériences, l'on a dépensé à très-peu près la même quantité d'eau, parce qu'on avait disposé une sonnerie que le flotteur mettait en jeu toutes les fois qu'il s'était élevé d'un décimètre. ce qui permettait à l'observateur de déterminer le temps et le nombre de tours du moulinet correspondant à cette période, pendant laquelle le débit était d'environ 114 mètres cubes, et l'on avait ainsi simultanément les trois éléments de l'expérience.

Cette manière d'opérer, dans des expériences où l'on avait pour but de faire fonctionner l'appareil sous des différences de niveau variables, était d'ailleurs à peu près commandée par les circonstances locales. La pompe à feu de Chaillot n'élevait en effet alors au plus dans les bassins que 140 litres par seconde, et si l'on avait voulu opérer à niveaux constants l'on n'aurait pu dépasser cette dépense. Mais à l'aide de la réserve accumulée dans

le bassin supérieur et du volume d'eau élevé par la pompe, il a été possible de la dépasser dans l'écoulement à niveaux variables.

Pendant toute la durée d'une série d'expériences, le volume d'eau élevé par la pompe était reçu dans le bassin supérieur, les eaux de celui-ci se rendaient dans l'autre bassin en passant entièrement par le cylindre jaugeur, mais dans le mouvement, les charges d'amont étant d'abord assez considérables, le cylindre débitait beaucoup plus d'eau que n'en recevait le bassin supérieur, le niveau baissait donc sensiblement en amont du cylindre, un peu en aval; et, par suite, la différence de ces deux niveaux et le débit du cylindre diminuaient graduellement, dans des proportions assez sensibles, pour que les résultats des expériences fussent parfaitement concluants.

Les résultats de toutes les expériences faites par M. Lapointe, *et dont* une partie a été répétée en ma présence et devant *M. Poncelet*, sont reproduits dans le tableau suivant:

EXPÉRIENCES FAITES AUX BASSINS DE CHAILLOT SUR LE CYLINDRE JAUGEUR DE $0^{m}.46$ DE DIAMÈTRE AVEC DES NIVEAUX VARIABLES.

HAUTEUR DU NIVEAU au-dessus de l'arête supérieure du cylindre		DURÉE TOTALE de l'expérience.	NOMBRE DE TOURS du moulinet		VOLUME d'eau débité	
amont.	aval.		pendant l'expérience.	en 1".	pendant l'expérience.	en 1".
m m	m m	"	t	t	mc	mc
»	0.177 à 0.146	776	9438	12.17	228.66	0.2947
»	0.146 à 0.125	437	4699	10.75	114.39	0.2618
»	0.130 à 0.166	830	4355	5.223	114.57	0.1381
»	0.166 à 0.226	1108	4024	3.632	114.61	0.1034
»	0.226 à 0.310	1217	3893	3.199	114.65	0.0942
»	»	»	»	»	»	»
0.410 à 0.360	0.200 à 0.190	371	4879	13.15	114.17	0.3078
0.360 à 0.275	0.190 à 0.155	819	9404	11.48	228.46	0.279
0.275 à 0.240	0.155 à 0.140	463	4601	9.938	114.29	0.2469
0.240 à 0.200	0.140 à 0.120	500	4599	9.198	114.33	0.2286
0.200 à 0.160	0.120 à 0.100	800	6732	8.415	171.57	0.2145
0.145 à 0.130	0.085 à 0.095	690	4490	6.507	114.49	0.1619
0.130 à 0.140	0.095 à 0.115	759	4358	5.742	114.53	0.1509
0.140 à 0.190	0.115 à 0.170	984	4044	4.11	114.57	0.1166
0.190 à 0.260	0.170 à 0.240	1243	3947	3.176	114.61	0.09219
»	»	»	»	»	»	»
0.40 à 0.35	0.23 à 0.22	409	4782	11.95	113.97	0.285
0.35 à 0.30	0.22 à 0.20	709	7169	10.11	171.03	0.2412
0.30 à 0.27	0.20 à 0.195	531	4562	8.592	114.07	0.210
0.27 à 0.25	0.195 à 0.19	583	4602	7.894	114.11	0.1957
0.25 à 0.245	0.19 à 0.185	612	4433	7.242	114.15	0.1866
0.245 à 0.235	0.185 à 0.180	665	4571	6.874	114.19	0.1717
0.235 à 0.220	0.180 à 0.180	680	4423	6.504	114.23	0.1679
0.220 à 0.215	0.180 à 0.175	717	4481	6.250	114.27	0.1594
»	»	»	»	»	»	»
0.34 à 0.29	0.14 à 0.14	372	4868	13.09	114.39	0.3073
0.29 à 0.25	0.14 à 0.13	407	4639	11.66	114.43	0.2811
0.25 à 0.22	0.13 à 0.13	425	4786	11.26	114.47	0.2694
0.16 à 0.12	0.13 à 0.115	1160	3913	3.373	114.57	0.0988
0.12 à 0.215	0.115 à 0.22	1482	3536	2.386	114.61	0.0773
»	»	»	»	»	»	»
0.73 à 0.67	0.44 à 0.435	313	4754	15.19	114.09	0.3645
0.67 à 0.61	0.435 à 0.425	344	4802	13.96	114.13	0.3317
0.57 à 0.525	0.41 à 0.40	414	4729	11.42	114.21	0.2758
0.525 à 0.49	0.40 à 0.38	465	4830	10.39	114.25	0.2458
0.49 à 0.45	0.38 à 0.37	505	4700	9.30	114.29	0.2263
0.45 à 0.43	0.37 à 0.36	546	4553	8.339	114.33	0.2093
0.43 à 0.41	0.35 à 0.35	598	4617	7.721	114.37	0.1913

EXPÉRIENCES FAITES AUX BASSINS DE CHAILLOT SUR LE CYLINDRE JAUGEUR DE $0^m,46$ DE DIAMÈTRE AVEC DES NIVEAUX VARIABLES.

(*Suite.*)

HAUTEUR DU NIVEAU au-dessus de l'arête supérieure du cylindre		DURÉE TOTALE de l'expérience.	NOMBRE DE TOURS du moulinet		VOLUME d'eau débité	
amont.	aval.		pendant l'expérience.	en 1".	pendant l'expérience.	en 1".
m m	m m	s	t	t	mc	mc
0.41 à 0.40	0.35 à 0.35	621	4465	7.190	114.41	0.1843
0 40 à 0.395	0.35 à 0.35	656	4356	6.64	114.45	0.1745
0.395 à 0.396	0.35 à 0.355	725	5227	5.83	114.19	0.1579
0.395 à 0.405	0.365 à 0.375	814	4128	5.071	114.53	0.1407
0.405 à 0.425	0.375 à 0.395	877	4098	4.673	114.57	0.1307
0.425 à 0.445	0.395 à 0.420	912	4081	4.475	114.61	0.1256
0.445 à 0.470	0.420 à 0.000	918	4072	4.436	114.65	0.1249
»	»	»	»	»	»	»
0.73 à 0.66	0.34 à 0.33	270	4829	17.89	114.23	0.4230
0.66 à 0.60	0.33 à 0.325	286	4780	16.71	114.27	0.3997
0.51 à 0.47	0.325 à 0.33	407	4715	11.58	114.43	0.2811
0.47 à 0.43	0.33 à 0.33	460	4651	10.11	114.47	0.2489
0.43 à 0.40	0.33 à 0.33	531	4613	8.687	114.51	0.2156
0.40 à 0.39	0.33 à 0.33	607	4542	7.483	114.55	0.1888
0.39 à 0.39	0.33 à 0.34	692	4469	6.458	114.59	0.1656
0.39 à 0.395	0.34 à 0.355	780	4415	5.66	114.63	0.1469
0.395 à 0.42	0.35 à 0.395	898	4153	4.625	114.67	0.1277
»	»	»	»	»	»	»
0.35 à 0.30	0.09 à 0.08	323	4832	14.96	114.03	0 3529
0.30 à 0.25	0.08 à 0.075	358	4875	13.62	114.07	0.3187
0.25 à 0.20	0.075 à 0.065	386	4680	12.12	114.11	0.2956
0.20 à 0.17	0.065 à 0.05	436	4758	10.91	114.15	0.2619
0.17 à 0.12	0.05 à 0.025	477	4623	9.692	114.19	0.2394
0.12 à 0.10	0.025 à 0.01	502	4531	9.026	114.23	0.2275
»	»	»	»	»	»	»
0.37 à 0.31	0.11 à 0.105	319	4785	15.00	114.31	0.3583
0.31 à 0.22	0.105 à 0.095	751	9432	12.56	228.74	0.3045
0.22 à 0.18	0.095 à 0.095	461	4626	10.03	114.43	0.2482
0.18 à 0.16	0.095 à 0.10	562	4464	7.943	114.47	0.2037
0.16 à 0.15	0.10 à 0.11	666	4420	6.637	114.51	0.1719
0.15 à 0.165	0.11 à 0.14	790	4218	5.339	114.55	0.1451
0.165 à 0.24	0.14 à 0.22	1597	5986	3.748	171.9	0.1076
0.30 à 0.26	0.14 à 0.13	330	4709	14.26	114.09	0.3458
0.26 à 0.20	0.13 à 0.11	454	4726	10.4	114.13	0.2513
0.20 à 0.17	0.11 à 0.09	478	4666	9.76	114.17	0.2389
0.20 à 0.19	0.09 à 0.10	490	4628	9.444	114.21	0.233
0.16 à 0.18	0.13 à 0.14	838	4571	9.454	114.29	0.1365

91. *Conséquences des expériences précédentes.* — Les résultats de ces expériences ont été représentés graphiquement pl. 2, fig. 5, en prenant pour abscisses les dépenses par seconde, et pour ordonnées les nombres de tours du moulinet dans le même temps.

L'examen de la figure montre que la série des points ainsi obtenus se trouve sur une ligne droite, qui coupe la ligne des abscisses à droite de l'origine et que, dans cet écoulement sous des niveaux variables, la relation qui lie les volumes d'eau dépensée en 1″ aux nombres de tours du moulinet en 1″ est encore représentée par une ligne droite dont l'équation est

$$Q_1 = a + bn_1.$$

Le tracé donne pour les coefficients a et b les valeurs

$$a = 0^{mc},024 \quad b = 0^{mc},02203.$$

L'on fera remarquer que la différence de ces valeurs à celles trouvées au Bouchet, tient à ce que le moulinet et le compteur avaient été modifiés et beaucoup allégés.

Il résulte donc de ces expériences que la proportionnalité des accroissements des volumes d'eau débités aux nombres de tours des ailettes du moulinet est vérifiée dans ce cas où les niveaux ont varié dans des limites assez étendues pour que les dépenses aient elles-mêmes varié de 77 litres à 423 litres en 1″, ou dans le rapport de 1 à 5,5.

D'après la formule ci-dessus, la dépense Q au bout d'un temps quelconque T serait donc exprimée par la relation

$$Q = 0^{mc},024T + 0^{mc},02203n,$$

n étant le nombre total de tours du moulinet pendant le temps T.

92. *Observation relative aux vitesses correspondantes aux expériences précédentes.* — Dans l'expérience où la dépense s'est élevée à 423 litres en 1″, la différence des niveaux d'amont et d'aval a été d'environ $0^m,73 - 0^m,34 = 0^m,39$, et par conséquent la vitesse moyenne d'écoulement a donc été peu inférieure à $2^m,76$, ce qui est une vitesse pour laquelle on a bien rarement des observations à faire.

93. *Expériences sur un cylindre jaugeur de* 0m,70 *de diamètre.* — Malgré cette observation et quoiqu'il soit très-probable que la vérification de la loi observée par M. Lapointe se fût étendue à des vitesses supérieures s'il avait été possible de les obtenir, cet ingénieur a pensé qu'il convenait, ne fût-ce que pour la conservation du moulinet, d'en limiter l'usage à des dépenses d'eau de 0mc,400 par seconde, et de recourir pour des jaugeages plus importants à des cylindres jaugeurs plus grands.

Il en a fait construire un de 0m,70 de diamètre intérieur, muni d'un autre moulinet et d'un autre compteur, et qu'il a soumis aussi à des expériences aux bassins de Chaillot.

Je rapporterai encore les résultats de ces expériences, parce qu'elles montrent que l'on peut facilement avec cet appareil jauger des volumes d'eau très-considérables.

Malgré les différences assez grandes de niveau observées dans les expériences qui précèdent, la loi simple représentée par l'équation ci-dessus n'a pas cessé d'être vraie pour toute l'étendue des expériences, et les valeurs des constantes qui y entrent n'ont pas changé. L'on fera de plus remarquer qu'à la fin de chaque journée d'expériences, on démontait le moulinet et le compteur pour les remonter le lendemain, et que l'on a obtenu néanmoins une droite unique pour la représentation graphique de l'ensemble de toutes les expériences. Cela prouve évidemment que les résistances passives des pièces mobiles du compteur et du moulinet restaient les mêmes d'un jour à l'autre, et pour toutes les séries. Ce résultat était dû à la précaution qui avait été prise dans la construction de l'instrument, de disposer les siéges des axes et des pivots, de manière que le serrage des vis n'eût aucune influence sur les pressions éprouvées par ces axes.

Ces précautions sont indispensables pour rendre les expériences des diverses séries, faites à des époques distinctes, comparables entre elles ; et il importe de plus que le moulinet ait des dimensions suffisantes, pour que l'action du liquide sur les ailettes soit considérable par rapport aux frottements des axes.

EXPÉRIENCES FAITES AUX BASSINS DE CHAILLOT SUR UN CYLINDRE JAUGEUR DE 0m.70 DE DIAMÈTRE INTÉRIEUR AVEC DES NIVEAUX VARIABLES.

HAUTEUR DU NIVEAU au-dessus de l'arête supérieure du cylindre — amont.	HAUTEUR DU NIVEAU au-dessus de l'arête supérieure du cylindre — aval.	DURÉE TOTALE de l'expérience.	NOMBRE DE TOURS du moulinet — pendant l'expérience.	NOMBRE DE TOURS du moulinet — en 1".	VOLUME d'eau débité — pendant l'expérience.	VOLUME d'eau débité — en 1".
m m	m m	"	t	t	mc	mc
0.185 à 0.135	0.055 à 0.045	199	2370	11.910	114.41	0.5749
0.135 à 0.065	0.045 à 0.015	247	2304	9.330	114.45	0.4634
0.065 à 0.025	0.015 à 0.00)	326	2318	9.110	114.49	0.3512
0.075 à 0.025	0.025 à 0.005	333	2304	6.919	114.57	0.3441
»	»	»	»	»	»	»
0.225 à 0.135	0.185 à 0.095	247	2338	9.465	114.23	0.4625
0.135 à 0.105	0.095 à 0.075	300	2332	7.774	114.27	0.3809
»	»	»	»	»	»	»
0.415 à 0.335	0.185 à 0.165	140	2341	16.720	114.21	0.8158
0.315 à 0.255	0.155 à 0.135	178	2391	13.430	114.35	0.6424
0.185 à 0.135	0.115 à 0.085	264	2346	8.886	114.43	0.4334
0.275 à 0.235	0.165 à 0.155	144	2351	16.330	114.57	0.7938
0.235 à 0.175	0.155 à 0.136	271	2336	8.620	114.61	0.4229
»	»	»	»	»	»	»
0.485 à 0.425	0.275 à 0.255	159	2374	14.930	114.35	0.7192
0.365 à 0.295	0.235 à 0.225	225	2346	10.430	114.43	0.5086
0.295 à 0.235	0.225 à 0.185	286	2317	8.1010	114.47	0.4003
0.385 à 0.305	1.205 à 0.185	178	2383	13.390	114.55	0.6435
0.305 à 0.235	0.185 à 0.165	217	2394	11.030	114.59	0.5268
0.235 à 0.185	0.165 à 0.152	291	2331	8.010	114.63	0.3939
»	»	»	»	»	»	»
0.565 à 0.485	0.215 à 0.215	263	4765	18.12	228.34	0.8682
0.485 à 0.415	0.215 à 0.185	155	2362	15.24	114.23	0.7369
0.415 à 0.315	0.185 à 0.165	217	2365	10.90	114.31	0.5268
0.255 à 0.185	0.145 à 0.115	271	2338	8.627	114.35	0.4220
0.135 à 0.085	0.085 à 0.055	351	2356	6.712	114.39	0.3259
0.085 à 0.045	0.055 à 0.045	444	2229	5.02	114.43	0.2577
»	»	»	»	»	»	»
0.595 à 0.535	0.285 à 0.725	127	2365	18.62	114.15	0.8988
0.535 à 0.455	0.195 à 0.175	150	2401	16.01	114.19	0.7613
0.465 à 0.385	0.175 à 0.145	142	2353	16.57	114.29	0.8030
0.305 à 0.225	0.175 à 0.145	186	2344	12.60	114.37	0.6150
0.115 à 0.075	0.085 à 0.065	406	2858	5.561	114.49	0.2820
0.105 à 0.065	0.075 à 0.055	489	2256	4.614	114.59	0.2338

La représentation graphique de ces résultats conduit aux mêmes conséquences que les précédentes et à la formule

$$Q = 0^{mc},014T + 0^{mc},0478n;$$

on remarquera que ce tube a débité jusqu'à $0^{mc},8682$ par seconde.

94. *Conclusion de ces expériences.* — En résumé, l'on voit que, dans des limites étendues de variations de niveau, pour le régime permanent comme pour le régime variable des niveaux, le cylindre jaugeur de M. Lapointe donne avec toute l'approximation désirable le volume d'eau qu'il a débité.

Il résulte aussi de ces expériences que les moulinets à ailettes convenablement construits, légers et disposés de manière que les frottements de leurs organes soient très-faibles et toujours les mêmes, peuvent être fort utiles et d'un emploi facile pour la détermination des vitesses de l'eau.

Si quelques ingénieurs, en employant des instruments de ce genre, ont trouvé que la relation des vitesses aux nombres de tours était représentée par une ligne courbe, qu'ils ont assimilée à une parabole, cela tient sans doute à ce que les instruments qu'ils ont employés éprouvaient des frottements croissant notablement avec la vitesse. Mais quand les appareils sont légers et présentent au liquide des surfaces d'ailettes assez grandes, comme dans les instruments que nous venons d'étudier, les frottements restent toujours très-faibles, et alors les nombres de tours croissent proportionnellement aux vitesses. Je ne pense pas d'ailleurs que les expériences qui ont fourni des résultats différents de ceux de M. Lapointe aient eu une étendue et une précision comparables à celles des observations de cet ingénieur *.

95. *Emploi du cylindre jaugeur pour régler les distributions d'eau.* — Le cylindre jaugeur de M. Lapointe peut être employé non-seulement comme compteur d'eau, mais encore comme

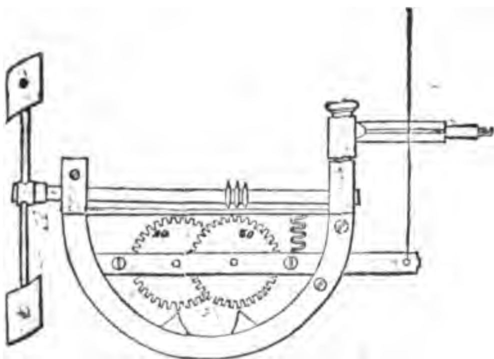
* Nous rappellerons ici que nous avons fait connaître dans les *Notions fondamentales de mécanique*, 2e éd., p. 409 et suiv., des résultats analogues observés sur les anémomètres par M. Combes, inspecteur général des mines, et par moi-même sur un autre anémomètre.

appareil distributeur des concessions d'eau, soit dans les villes, soit pour les irrigations.

En effet, l'on peut utiliser le mouvement du moulinet de telle sorte, qu'après un nombre de tours déterminé, qui, d'après une tare faite à l'avance, correspondrait à un volume d'eau donné, ce mouvement fasse échapper l'arrêt d'un clapet, qui, se trouvant libre, viendrait en tombant fermer l'entrée du cylindre, lequel serait ainsi à la fois jaugeur et distributeur. Pour éviter que des herbes, des corps étrangers ne viennent obstruer le tube ou arrêter le mouvement du moulinet, il suffirait de disposer en avant de l'entrée et à une certaine distance un grillage assez fin.

L'on voit que, sans surveillance et quelles que fussent les variations des niveaux, un appareil de ce genre, qui d'ailleurs n'aurait pas besoin d'une construction très-délicate, pourrait être employé avec avantage dans beaucoup de cas comme compteur et distributeur d'eau.

96. *Moulinet de Wolteman.* — L'appareil connu sous ce nom se compose d'un arbre portant deux ou quatre ailettes planes ou courbes. On dirige cet arbre léger dans le sens du courant qui lui transmet un mouvement de rotation. L'arbre porte une vis sans fin en communication avec un compteur qui indique le nombre de tours du moulinet. Pour se servir de cet instrument on détermine d'abord des verticales équidistantes et en nombre suffisant, sur la hauteur desquelles on se propose de faire les observations. Puis, se plaçant au-dessus de chacune d'elles, si l'on peut opérer sur un pont jeté sur le canal ou à l'avant-bec d'un bateau que l'on amène en aval, on observe le nombre de tours que fait le moulinet à différentes hauteurs. Considérant la section transversale du fluide comme partagée en tra-



pèzes mixtilignes, dont les verticales sont les lignes milieux, et chacun de ces trapèzes comme sous-divisé en rectangles ou trapèzes mixtilignes, dont les positions de l'instrument sont le centre, on a pour chacune de ces dernières subdivisions l'aire et la vitesse moyenne, et par suite le volume partiel correspondant. La somme de tous les volumes ainsi calculés donne le volume total.

La seule difficulté que présente l'emploi du moulinet de Wolteman, c'est la tare, ou la détermination préalable de la relation qui existe entre le nombre de tours et la vitesse de l'eau. La meilleure manière de la faire, c'est d'exécuter les opérations indiquées ci-dessus sur un canal dont le produit soit bien connu; mais, comme on ne rencontre pas facilement de semblables circonstances, on se contente de faire marcher l'instrument dans une eau stagnante avec une vitesse donnée, et d'observer le nombre de tours correspondant, ce qui d'après des expériences faites avec soin par M. Darcy conduit à très-peu près au même résultat.

97. *Formule du moulinet de Wolteman.* — Les nombreuses expériences faites avec le tube jaugeur de Lapointe prouvent que pour tous les instruments de ce genre, la formule qui donne la vitesse moyenne des filets fluides situés à hauteur de l'axe de l'instrument est

$$V=A+BN;$$

A étant un coefficient constant dépendant des proportions et des résistances propres de l'appareil et qui exprime en unités la vitesse minimum que le courant doit avoir pour faire marcher l'instrument, B un autre coefficient constant, N le nombre de tours faits par les ailettes en 1″.

Des expériences analogues faites sur des anémomètres d'une construction semblable, ont aussi prouvé qu'entre des limites très-étendues, leur tare était représentée par une formule du même genre.

Avant que toutes ces expériences ne fussent connues feu M. Baumgarten avait cru devoir, en 1847, substituer à cette formule la suivante

$$V=AN+\sqrt{BN^2+C},$$

A, B et C étant du coefficient constant, et N ayant la valeur indiquée ci-dessus.

Mais en discutant avec soin les propres expériences de M. Baumgarten, M. Laterrade, ingénieur des ponts-et-chaussées *, a montré que leurs résultats étaient représentés avec autant d'exactitude par la formule

$$V = A + BN,$$

qui, pour le moulinet employé par M. Baumgarten, devenait

$$V = 0^{m},0445 + 0,3722N,$$

que par celle du savant ingénieur.

Il conviendra donc de s'en tenir aux formules de cette forme, sauf à déterminer par l'observation directe pour chaque instrument, la valeur des coefficients constants.

98. *Flotteurs.* — A défaut d'un moulinet de Wolteman convenablement taré, on détermine d'abord la vitesse à la surface, à l'aide de flotteurs en bois de chêne ou autres, disposés ou lestés de manière à ne pas dépasser sensiblement la surface du fluide et que l'on jette dans l'endroit où le courant est le plus rapide, appelé le *thalweg*. En observant le temps employé à parcourir une longueur déterminée dans une partie du canal aussi régulière que possible, on obtient la vitesse à la surface, que nous appellerons V.

99. *Difficultés de l'application du calcul à la question du mouvement des fluides.* — En faisant connaître au n° 3, les hypothèses fondamentales sur lesquelles est basée la théorie du mouvement des fluides, j'ai eu soin d'indiquer que la principale, qui consiste à admettre qu'ils se meuvent en filets parallèles entre eux et perpendiculaires au plan des sections transversales du lit, n'était applicable qu'à certains cas particuliers. L'on a vu même, n°s 4 et suivants, que pour le plus simple de tous, en apparence, celui où il s'agit de l'écoulement de l'eau à l'air libre par un orifice, les résultats de la théorie doivent être considérablement modifiés pour concorder avec ceux de l'expérience, puisqu'il faut appliquer à la formule qui donne la dépense

* *Annales des ponts et chaussées*, 3e série, vol. XV, p. 121.

théorique, un coefficient, dont la valeur peut varier dans des proportions énormes, selon la disposition des parois et des coursiers.

Cette nécessité et les variations qui mettent en évidence l'insuffisance des considérations théoriques pour représenter par le calcul l'ensemble même des phénomènes du mouvement des fluides, se reproduisent encore plus impérieuses lorsque l'on veut passer à l'étude de phénomènes particuliers, comme ceux que présente la résistance des parois.

Toutes les tentatives des géomètres pour parvenir par des considérations théoriques directes, à exprimer ces phénomènes, ont été basées sur des hypothèses qu'ils ont été obligés de rendre assez simples pour échapper aux difficultés de calcul.

En général, et l'on pourrait même dire tous, sans exception, en ne tenant compte que de la différence des vitesses de transport commun, dont les molécules fluides sont animées dans le sens du courant, ils ont remplacé les mouvements complexes dont les molécules sont animées par celui de filets dirigés dans le sens de la pente et glissant les uns sur les autres avec des vitesses différentielles allant en diminuant de l'intérieur vers les parois. Selon les formes qu'ils ont supposées aux fonctions algébriques destinées à représenter la résistance à ces mouvements, qu'ils ont comparés à celui des solides sur des plans inclinés, les géomètres qui ont voulu soumettre cette question à l'analyse, sont parvenus à des expressions plus ou moins compliquées, mais dans lesquelles il y a toujours des coefficients ou des exposants inconnus dont l'expérience seule pourrait donner les valeurs.

Si l'ensemble des phénomènes concordait avec les formules auxquelles on parvient ainsi, de semblables recherches pourraient avoir leur utilité, mais malheureusement il n'en est pas ainsi, et jusqu'ici aucune tentative de ce genre, restreinte même aux cas les plus simples, n'a jeté d'utiles lumières sur la question.

Dans de semblables conditions, l'usage de l'analyse mathématique, dont les difficultés propres conduisent souvent, sans qu'il y prenne assez garde, le géomètre a perdre de vue la réalité des phénomènes pour lui préférer des hypothèses, qui lui permettent d'arriver à des relations que le calcul puisse résoudre, est non-seulement inutile, mais même parfois dangereux. Maniée par des esprits qui préfèrent les idées spéculatives aux résultats

de l'observation, elle amène entre la science et l'expérience des désaccords qui ne tournent pas au profit de la première.

La véritable science consiste à reconnaître que, dans chaque branche des connaissances humaines, il y a des limites, hélas, bien étroites qu'à chaque époque il n'est pas donné à la raison et à l'intelligence de l'homme de franchir et qu'il doit en tous temps se trouver heureux et se contenter d'enregistrer les faits de l'observation, de les coordonner, en attendant le jour où de nouvelles lumières viendront éclairer son esprit pour lui permettre de lire plus avant dans les lois de la création.

Le vice de toutes les hypothèses dont nous venons de parler, consiste en ce qu'elles sont, non pas précisément fausses, mais incomplètes, et ne tiennent compte que du mouvement relatif de glissement dont on suppose les molécules animées les unes par rapport aux autres, tandis qu'outre ce mouvement elles participent toutes à des mouvements de rotation et de tourbillonnement autour d'axes instantanés qui se transportent et se déplacent non-seulement avec la masse générale du fluide, mais dans des sens différents et variables.

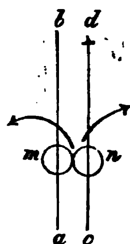
« Ainsi M. Navier et les autres analystes qui l'ont suivi, non-seulement ne se sont préoccupés que d'exprimer par des relations algébriques, plus ou moins simples, la résistance que les divers filets fluides animés de vitesses inégales peuvent éprouver en glissant les uns sur les autres ou sur la paroi, mais ils ont d'une part assimilé ce mouvement de glissement à celui des corps solides sur des plans inclinés et de l'autre ils ont admis que la résistance ou les actions moléculaires étaient les mêmes ou à très-peu près dans les deux cas. »

Or ces hypothèses sont loin d'être conformes aux phénomènes réels; comme il est facile de s'en rendre compte en réfléchissant à la grande mobilité des molécules fluides qui se déplacent pour ainsi dire, comme des sphères roulant les unes sur les autres.

Lorsque deux files de molécules fluides se meuvent parallèlement ou à peu près l'une à côté de l'autre, si l'une de ces molécules n, a dans le sens de cd une vitesse de transport plus grande qu'une autre molécule voisine m de la file voisine avec laquelle elle est en contact, il résulte de ce contact et de leur mobilité que la molécule m, outre son mouvement général de transport reçoit un mouvement de rotation de droite à gauche, et que la molécule n en acquiert un de gauche à droite.

Ces mouvements ont d'ailleurs lieu autour de centres instantanés, variant de position selon des lois complétement inconnues.

Lorsqu'il s'agit d'une file de molécules glissant le long de la paroi, quelques géomètres ont admis que les mouvements étaient de même nature que dans le cas précédent et ils ne se sont de même préoccupés que de celui de glissement; mais outre qu'il se produit encore dans ce cas des mouvements de rotation, il faut remarquer que les circonstances ne sont pas les mêmes en réalité. Dans ce dernier cas, en effet, les molécules glissent sur des surfaces fixes, dont les aspérités déterminent des mouvements particuliers de rotation très-différents, quant aux amplitudes et à leurs centres, de ceux qui ont lieu dans le précédent, car ils dépendent évidemment de la saillie de ces aspérités, laquelle joue un rôle très-important dans les effets que l'on se propose d'étudier comme je l'indiquerai plus loin.



M. Poncelet, avec son habitude ordinaire de scruter les phénomènes de physique mécanique qu'il étudie, avait déjà depuis 1831 signalé avec beaucoup de soin des effets analogues, lorsqu'il s'est occupé de la résistance des fluides au mouvement des corps solides*. Il s'explique en ces termes :

« Pour bien concevoir comment la formation des tourbillons *devient,* dans les fluides, une source de perte de force vive qui, dans les circonstances ordinaires, cesse de pouvoir être utilisée comme force motrice, on doit considérer d'une part, qu'une fois produits, ils se propagent, s'étendent de plus en plus en vertu de leur frottement réciproque, et de celui qu'ils exercent sur des masses environnantes auxquelles ils communiquent une portion plus ou moins grande de leur mouvement gyratoire.... » Plus loin il ajoute (page 530) :

« Ces mêmes phénomènes offrent d'ailleurs une image exacte de ce qui se passe dans nos rivières et dans nos fleuves, qui transportent avec eux, jusque dans la mer, les tourbillons et les mouvements désordonnés quelconques produits par les différents obstacles dont leurs cours sont plus ou moins hé-

---

* *Introduction à la mécanique industrielle,* page 529.

rissés. En particulier ils sont un des moyens que la nature emploie pour modérer la vitesse générale des courants.... et l'on peut admettre sans s'aventurer, que de pareils mouvements de rotation et d'oscillation imprimés aux molécules individuelles ou aux derniers groupes de molécules sont, après l'adhérence et la cohésion, l'une des causes les plus puissantes de la déperdition du mouvement dans les fluides, et notamment de la résistance que leurs filets éprouvent à glisser les uns sur les autres, ou sur la surface des corps solides. »

Aussi ces considérations conduisent-elles l'illustre géomètre à conclure que les phénomènes sont beaucoup plus compliqués qu'on ne se l'imagine ordinairement, et qu'ils laissent peu d'espoir de voir la question de la résistance des fluides, soumise à une analyse mathématique rigoureuse.

Pour se convaincre de la parfaite exactitude de ces raisonnements, et se bien pénétrer de l'immense difficulté, ou pour mieux dire de l'impossibilité de représenter par des formules basées sur des considérations théoriques des phénomènes de ce genre, il suffit d'observer ce qui se passe sur tous les cours d'eau. Le moindre obstacle, la plus petite saillie des rives, la seule présence d'un fétu de bois flottant, suffisent pour déterminer des mouvements gyratoires, variés, instables qui tous ne peuvent se produire sans consommer une certaine quantité du travail moteur développé par la gravité le long de la pente du lit.

Les grands fleuves à la rencontre des ouvrages d'art appelés *épis*, que l'on construit pour garantir les rives de leur action, ou quand ils sont déviés dans leurs cours par des rochers, qui y forment saillie, manifestent ces effets de tourbillonnement d'une manière grandiose et parfois funeste aux bateliers.

A l'aval de ces obstacles le courant dévié, revient en partie sur lui-même à partir d'une grande distance, remonte le long de la rive jusqu'au point de déviation, et à sa rencontre avec les nappes descendantes détermine des tourbillons d'une grande amplitude, présentant à leur centre une sorte d'entonnoir dans lequel des embarcations légères, des hommes sont attirés, entraînés et engloutis vers le fond, comme par une sorte d'effet d'aspiration.

J'ai connu dans ma jeunesse des officiers de pontonniers qui ayant eu à diriger sur le Danube des convois de bateaux, s'é-

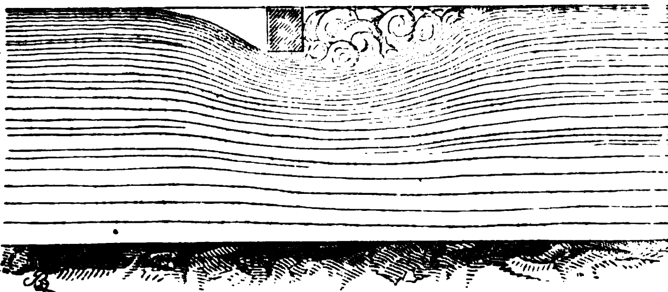
taient vus au passage d'un de ces obstacles, formé par un rocher, entraînés avec tout un train de bateaux dans le remous, et y tourbillonnèrent pendant une journée entière sans qu'il leur ait été possible d'en sortir, pour reprendre le fil du courant principal, malgré tous les efforts des équipages. Ils n'étaient parvenus à se remettre en marche qu'à l'aide d'un grand nombre de chevaux, qui les halèrent en sens contraire du remous le long de la rive à une certaine distance.

Des effets analogues, mais rarement aussi énergiques, se produisent sans cesse sur le Rhin, et le franchissement d'un remous n'est pas une des moindres difficultés auxquelles on exerce nos pontonniers, non sans leur faire courir quelques dangers.

100. Lorsque, sur les grands fleuves tels que le Rhin, l'on est obligé, pour préserver une rive de l'action plus ou moins oblique et dangereuse du courant, d'établir en amont des points à garantir des ouvrages en fascines, formant vers le courant des saillies que l'on nomme *épis* ou *éperons*, ces ouvrages déterminent dans le mouvement de l'eau les effets généraux dont j'ai parlé précédemment.

Au passage devant ces obstacles il se forme, de l'amont à l'aval, une dénivellation nécessaire pour produire le surcroît de vitesse que le courant acquiert pour compenser l'effet du rétrécissement occasionné par l'épi et par la contraction qu'il détermine.

Le remous qui se produit en aval acquiert en longueur et en largeur une amplitude qui dépend principalement de la saillie



de l'épi et de la vitesse du courant, et beaucoup moins de la largeur du lit. Il en est donc de même de la perte de force vive ou

de travail correspondant aux tourbillons qui, à vitesses égales, se trouvent aussi d'autant plus considérables par rapport à la section du courant en amont de l'obstacle, ou par rapport au volume d'eau écoulé que la largeur du lit ou son rayon moyen sont plus petits.

Par conséquent, à l'inverse, les pertes de vitesse doivent, pour une même vitesse ou pour une même saillie de l'épi, être d'autant moindres que le rayon moyen R de la section est plus grand, et l'expression de la résistance que les parois du lit opposent au mouvement, doit contenir un terme qui en fasse diminuer la valeur à mesure que le rayon moyen augmente.

Ces effets, rendus évidents par l'examen du mouvement de l'eau dans les grands fleuves, se produisent à un degré bien moins sensible dans les canaux et dans les tuyaux, mais ils n'en existent pas moins, et exercent une influence analogue, et c'est ce qui explique, d'une part, la grande influence qu'exerce la nature des parois sur la résistance qu'elles opposent au mouvement de l'eau, et de l'autre, montre la nécessité d'introduire dans l'expression de cette résistance un facteur de la forme $L\times\frac{\beta}{R}$ qui décroît quand le rayon moyen de la section d'eau augmente.

Les formules que MM. Darcy et Bazin ont déduites de leurs longues et belles recherches expérimentales sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite et dans les canaux, sont donc à la fois rationnelles et pratiques, conformes à l'ensemble des phénomènes et aux résultats particuliers des expériences.

101. *Pertes de travail moteur sur le cours du Rhin.* — Pour donner un exemple des pertes ou des quantités de travail qui, transformées en chaleur sur les grands fleuves, peuvent résulter des tourbillonnements et des résistances qu'éprouve leur cours, j'emprunterai les données suivantes à un mémoire de M. Desfontaines sur les Travaux du Rhin*.

En temps d'eaux moyennes, le Rhin débite à Kehl 986^{mc} en 1", et reçoit plus bas des affluents considérables, tandis qu'à l'amont il y en a peu d'importants. Je ferai d'ailleurs une abstraction des uns et des autres. La pente du fleuve, depuis son entrée en

* *Annales des ponts et chaussées*, 1833, 2e semestre, 1re série, t. 6.

France jusqu'à la frontière bavaroise, est de $145^m,3$; ce qui, pour un parcours de $222^{kil},46$, correspond à une pente moyenne de $0^m,000653$ par mètre.

Le travail développé par la gravité sur le volume d'eau passant à Kehl, est donc pour tout son parcours sur la frontière française égal à

$$\frac{986000^{kil} \times 145^m,3}{75} = 1910210 \text{ chevaux de } 75^{km}.$$

La vitesse moyenne du courant à l'extrémité du territoire français est de $1^m,56$, et, par conséquent, la moitié de la force vive qu'il possède, alors

$$\frac{1}{2}\,\frac{986000^{kil}}{9,81}\,\overline{1,56}^2 = 122264^{\,km}.$$

Ce qui ne représente plus que

$$\frac{122264}{75} = 1630 \text{ chevaux}$$

ou $\frac{1}{1172}$ du travail développé par la gravité.

L'on voit par cet exemple quelle énorme influence exercent pour la modération du mouvement des eaux les pertes de travail occasionnées par les tourbillonnements et par la résistance des parois, et combien M. Poncelet avait raison de dire, comme je le rappelais précédemment, que ces tourbillonnements sont un des moyens que la nature emploie pour modérer la vitesse générale des courants.

102. *Opinion de M. Darcy.* — Cet ingénieur, esprit juste autant qu'observateur habile et consciencieux, avait aussi reconnu et signalé l'influence de ces mouvements gyratoires et la difficulté de les soumettre à des lois régulières, susceptibles d'être trouvées directement par l'analyse.

Il s'exprime, en effet, dans ces termes, page 10 de ses *Recherches expérimentales sur le Mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite.*

« Que l'on considère la petite couche liquide en contact avec les parois et logée en partie dans les interstices formés par la rugosité des surfaces.

« Que l'on considère, en outre, les attractions exercées par les parois et l'on admettra, je crois, que les éléments de cette couche sont animés de mouvements gyratoires, comparables à ceux que l'on remarque dans les élargissements brusques des lits des canaux et qu'ils ne participent pas au même degré que les autres au mouvement général de translation.

« On comprendra aussi que les particules qui viennent choquer dans leur marche les saillies dont la paroi est parsemée, jettent un certain trouble dans la translation des filets voisins.

« Or, l'un et l'autre de ces effets doivent avoir d'autant plus d'influence que le diamètre du tuyau est plus petit. »

Si ces considérations dont les conclusions me paraissent un peu trop réservées, sont conformes à la nâture des phénomènes qui se passent dans les tuyaux, il est évident qu'elles sont encore bien plus exactes quand on les applique au mouvement de l'eau dans les canaux et les rivières dont les parois offrent des aspérités beaucoup plus sensibles.

103. *Opinion de M. Navier.*—Cet illustre ingénieur, qui n'était pas seulement un savant géomètre, avait, dès ses premiers travaux, exprimé dans son mémoire presque exclusivement analytique, du 18 mars 1822, l'opinion que la résistance que les parois opposent au mouvement de l'eau devait dépendre de leur nature et de la viscosité du fluide.

Plus tard, dans ses leçons données en 1836-37, à l'École des ponts et chaussées, M. Navier, sans s'expliquer sur l'influence des diverses parois, se bornait à dire que les coefficients numériques des formules *doivent être déterminés de manière à satisfaire aux expériences.*

Tous les ingénieurs et tous les géomètres qui se sont occupés de ces questions, et qui ne se sont pas contentés de les étudier dans leur cabinet, mais qui ont examiné sur place les phénomènes eux-mêmes, ont donc reconnu qu'outre le mouvement général et les mouvements relatifs de transport parallèles à la direction du courant, les molécules fluides sont toujours animées de mouvements gyratoires, déterminés par les aspérités des parois, par tous les corps fixes, par les herbes, etc., qu'ils rencontrent, et que ces mouvements variables, ne pouvant être assujettis aux lois d'aucune théorie, l'ingénieur, qui a besoin de règles pour se guider dans la pratique de son art, était obligé de

s'incliner devant ces difficultés, et de se contenter de formules d'interpolation ou empiriques, représentant, avec une exactitude suffisante et dans des limites acceptables, les résultats de l'expérience.

Il ne faut, toutefois, pas perdre de vue que dans la recherche même de ces formules, il convient de se baser non-seulement sur les données directes de l'expérience, mais encore sur l'observation générale des effets qui se produisent, afin qu'elles se trouvent à la fois d'accord avec les faits et avec la logique.

104. *Exposition des formules proposées par Prony.* — Avant de faire connaître les résultats des recherches les plus récentes, il ne sera pas inutile de rappeler en peu de mots, les travaux précédents et les formules qui avaient, jusqu'ici, servi de règles aux ingénieurs.

Dès l'année 1775, M. de Chézy, directeur de l'École des ponts et chaussées, avait proposé, pour exprimer la résistance que les parois d'un canal opposent au mouvement de l'eau, une formule qui supposait cette résistance proportionnelle au carré de la vitesse moyenne du courant. Dubuat, lieutenant-colonel du génie, après avoir publié, en 1773, une première édition de ses principes d'hydraulique, encouragé par l'approbation du ministre de la guerre, qui lui accorda les fonds nécessaires, fit, en 1780-81-82 et 83, de nombreuses expériences dans l'exécution desquelles il fut secondé par MM. Dobenheim et Benezech de Saint-Honoré, comme lui officiers du génie.

En se demandant en quoi pouvait consister la résistance qui rendait uniforme le mouvement de l'eau dans un canal incliné, tandis que la gravité tend à lui imprimer un mouvement accéléré, Dubuat en signalait deux causes : *l'une, qui vient d'un mouvement intestin des parties du fluide dont la mobilité est imparfaite, et l'autre, l'adhésion naturelle de ces parties avec le lit dans lequel elles se meuvent.*

« Ces causes, agissant ensemble et venant à égaler la force accélératrice de l'eau courante, c'est-à-dire, sa force relative pour descendre le long du plan incliné de son lit, la vitesse ne peut plus augmenter et elle devient uniforme. »

Pour compléter l'évidence d'un principe qui a, depuis lui, servi de base à toutes les recherches théoriques ou expérimentales, relatives au mouvement de l'eau dans les canaux et dans

les tuyaux de conduite, Dubuat aurait dû peut-être ajouter de suite à cet énoncé général ce qu'il dit plus loin (page 22). « ...Le frottement contre les bords qui, par l'effet de la viscosité, se communique à toute la masse et l'adhérence même que les molécules ont entre elles et avec les parois, sont des causes de résistance qui sont relatives aux vitesses; de sorte que la résistance augmentant à mesure que les vitesses deviennent plus grandes, elle doit parvenir à égaler la force accélératrice; alors la vitesse acquise, se maintient et reste uniforme sans pouvoir acquérir de nouveaux degrés, à moins qu'il ne survienne quelque changement dans la pente ou dans l'ouverture du lit. »

Mais si Dubuat a parfaitement entrevu les conditions du mouvement uniforme de l'eau dans les canaux, les moyens trop restreints dont il disposait ne lui ont pas permis de multiplier assez ses expériences, pour qu'il lui fût possible d'établir même des formules pratiques, d'un usage commode, susceptibles de représenter les phénomènes.

Prony reprenant les résultats des observations de Dubuat, et adoptant une expression que Coulomb avait déduite d'expériences directes faites pour *déterminer la cohésion des fluides et les lois de leur résistance dans les mouvements très-lents* *, a admis que la résistance que les fluides éprouvent de la part des parois est proportionnelle à un facteur composé de deux termes proportionnels, l'un à la 1re puissance et l'autre à la 2e puissance de la vitesse moyenne.

Il est d'ailleurs naturel de supposer que cette même résistance est aussi proportionnelle à la densité de l'eau égale à 1000 kil. par mètre cube, au contour mouillé S du profil et à la longueur totale de la partie du lit que l'on considère.

D'après ces considérations, en nommant

U la vitesse moyenne des filets fluides, obtenue en divisant le volume constant Q débité en 1″ par l'aire de la section aussi constante du canal;

S le périmètre ou contour mouillé;

L la longueur du canal que l'on considère;

---

* *Mémoires de la classe des sciences physiques et mathématiques de l'Institut*, IIIe vol.

la résistance aurait pour expression

$$1000\ SL\ \{aU+bU^2\}^{kil}.$$

a et b étant des facteurs numériques constants pour un même liquide, et que Prony ainsi que Dubuat et d'autres hydrauliciens ont aussi regardés comme indépendants de la nature des parois.

Le chemin parcouru dans l'unité de temps, lorsque le mouvement est devenu uniforme étant U, si l'on continue à supposer que tous les filets sont animés de vitesses égales et parallèles, le travail consommé dans chaque seconde par la résistance des parois aurait pour expression

$$1000\ SL\ \{aU+bU^2\}\ U$$

de sorte que pour une longueur L et un périmètre mouillé S donnés, la résistance de l'eau serait proportionnelle au facteur $aU+bU^2$ qui exprime la loi dont il s'agit de vérifier l'exactitude. D'une autre part, si l'on nomme H la pente totale du lit sur la longueur L, et qu'on la suppose uniformément répartie, le travail développé par la pesanteur sur le volume d'eau Q écoulé en 1″, serait exprimé par

$$1000\ QH^{km}$$

et puisque le mouvement est supposé uniforme, le travail de la puissance devant être égal à celui de la résistance, la relation qui exprimerait cette égalité serait

$$1000\ QH = 1000\ SL\ \{aU+bU^2\}\ U$$

En se rappelant que $Q = AU$, et appelant

R le rapport $\frac{A}{S}$ qu'on désigne sous le nom assez impropre de rayon moyen;

I le rapport $\frac{H}{L}$ ou la pente par mètre courant,

l'expression précédente revient à

$$AH = SL\{aU+bU^2\}$$

d'où

$$\frac{A}{S}\frac{H}{L} = aU+bU^2,$$

ou

$$RI = aU+bU^2.$$

Telle est l'expression à laquelle Prony est parvenu dans ses belles recherches sur la *Théorie des eaux courantes*.

En se servant ensuite des données de l'expérience empruntées à Chézy, à Dubuat et plus tard à un ouvrage italien intitulé: *Ricerche geometriche ed idrometriche fatte nella scuola degl'ingenieri pontifici d'acque a strade l'anno* 1821 (*Milano* 1822), et qui contenait un travail d'Eytelwein sur le même sujet, Prony crut pouvoir conclure de la discussion de toutes les expériences connues jusqu'à lui, qu'en donnant aux coefficients a et b, les valeurs

$$a = 0{,}0000444$$

$$b = 0{,}0003093$$

ce qui conduit à la formule pratique

$$RI = 0{,}0000444U + 0{,}0003093U^2$$

l'on aurait entre les quantités R, I et U une relation applicable à tous les canaux, quelle que fût la nature de leurs parois.

Pour faciliter l'application de cette formule, Prony a calculé et publié, en 1825, un recueil de tables dont la principale donne pour des valeurs des vitesses U, variables de centimètre en centimètre depuis $0^m{,}01$ jusqu'à $3^m{,}00$ les valeurs correspondantes du produit $RI = \frac{A}{S}\frac{H}{L}$.

105. *Travaux de M. Darcy.* — Tel était l'état de la question et de la science ou du moins de l'hydraulique appliquée, lorsque feu M. Darcy entreprit, sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite, les recherches dont je ferai connaître plus loin les résultats, et qui le conduisirent à mettre en évidence l'influence considérable qu'exerce sur la résistance des parois, la nature de la matière dont elles sont formées, et la grandeur du rayon de ces tuyaux, quantité analogue à ce que Prony avait appelé le rayon moyen, puisque pour un canal à section demi-circulaire de rayon R, on aurait $\frac{A}{S} = \frac{R}{2}$.

Il était donc devenu nécessaire, pour l'art de l'ingénieur, que des recherches plus étendues et plus complètes, faites sur des canaux variés quant à la nature des parois, aux pentes, aux formes et aux dimensions, fussent entreprises pour reconnaître si

les formules de Prony, adoptées par tous les ingénieurs, devaient être conservées, modifiées ou remplacées par d'autres.

C'est ce qu'avait entrepris dès 1855, avec un dévouement pour lequel il n'avait pas mesuré ses forces à la tâche qu'il s'était imposée, M. Darcy, que la mort vint surprendre en 1856. Mais à cet ingénieur, victime de son dévouement à la science, un autre plus jeune et plus heureux, initié par lui à ses vues et à ses moyens d'observation, a succédé et, dans un beau travail, soumis, en 1863, à l'examen de l'Institut, M. Bazin a fait connaître un ensemble de recherches qui permet de tenir compte de toutes les circonstances que nous avons indiquées plus haut, avec plus d'exactitude que n'avait pu le faire son illustre prédécesseur Prony.

La question principale à résoudre consistait donc à s'assurer si la résistance était réellement proportionnelle au facteur $aU+bU^2$ ou si l'équation

$$RI = aU+bU^2$$

représentait les phénomènes observés.

Cette équation revenant à

$$\frac{RI}{U^2} = b + \frac{a}{U}$$

en suivant la méthode des représentations graphiques, si heureusement mise en usage par Prony, la question revenait à reconnaître si pour toutes les valeurs données par l'expérience pour les quantités

$$R = \frac{A}{S} \quad I = \frac{H}{L} \quad \text{et } U,$$

le lieu géométrique des points dont les abscisses étaient les vitesses moyennes U observées, et dont les ordonnées étaient les valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ était une ligne droite pour toutes les natures de parois et pour toutes les pentes, comme Prony avait cru pouvoir le conclure des expériences connues jusqu'à lui.

Enfin, si la discussion des résultats des expériences conduisait à conclure que la formule de Prony ne pouvait être conservée; il s'agissait de rechercher quelque autre formule plus conforme

à l'observation. Tel a été le but des recherches de M. Darcy et de M. Bazin.

106. *Dispositions générales.* — Mais avant d'analyser la partie principale de ce long ensemble de recherches qui, commencé en 1855, n'a été terminé qu'en 1862, il est nécessaire de dire quelques mots des dispositions prises pour assurer l'exactitude des résultats observés et des conséquences qu'il est permis d'en déduire.

Pour l'exécution des expériences et afin de leur donner un caractère tout à fait pratique, comparable à celui des circonstances où l'on pourrait avoir à se servir des règles que l'on espérait en déduire, M. Darcy avait fait établir au bief n° 57 du canal de Bourgogne une rigole de $596^m,50$ de longueur qui, après avoir suivi parallèlement ce canal sur 450^m, se détournait à gauche pour verser dans la rivière d'Ouche les eaux qu'elle avait empruntées au canal. Cette rigole, dont les parois étaient revêtues en planches de peuplier, convenablement maintenues par des cadres, avait dans œuvre $2^m,00$ de largeur sur $0^m,95$ de profondeur. Elle était enveloppée à l'extérieur par un conroi à très-peu près imperméable, et ses dimensions intérieures ont permis d'y installer des faux planchers pour opérer sur des pentes diverses et sur des profils variés selon les formes que l'on se proposait d'étudier.

107. *Prise d'eau.*—L'eau que l'on voulait faire couler dans cette rigole était à l'origine simplement empruntée au canal à 157^m en aval de l'écluse n° 56 au moyen d'un vannage à quatre ouvertures de $1^m,00$ de largeur, pouvant avoir $0^m,40$ de hauteur; mais l'observation ne tarda pas à montrer que, pour obtenir un écoulement régulier et normal de l'eau dans la rigole, il était nécessaire d'établir entre le vannage et cette rigole, un bassin ou un bief de distribution particulier, terminé par un barrage muni d'orifices plus petits et plus nombreux.

C'est ce qui conduisit M. Darcy à faire construire un 2e barrage, percé de douze orifices de $0^m,20$ sur $0^m,20$ avec encadrement et ventelles en cuivre, se rapprochant autant que possible des formes et des proportions des orifices à contraction complète si bien étudiés par MM. Poncelet et Lesbros, dans leurs belles recherches sur l'écoulement de l'eau.

Mais nous devons dire de suite que les dispositions locales et le rapprochement des orifices ayant occasionné quelques différences dans la valeur des coefficients de la dépense, l'on a été obligé de se livrer à des expériences spéciales, très-utiles d'ailleurs, pour déterminer les valeurs particulières qu'il convenait de lui attribuer dans chacun des cas variés qui se sont présentés.

Ces expériences étaient rendues faciles et l'exactitude de leurs résultats ne pouvait rien laisser à désirer, attendu que la grande étendue de la rigole régulière, dans laquelle les eaux pouvaient être reçues, permettait de déterminer exactement le volume d'eau qui y avait afflué.

Outre l'usage ultérieur qui a été fait de ces résultats pour les recherches spéciales que l'on avait en vue, elles ont donc pu fournir des données utiles à l'art de l'ingénieur, quant à l'écoulement de l'eau par des vannages accolés plus ou moins nombreux.

Ainsi, en observant les volumes d'eau écoulés par les quatre vannes de prise d'eau accolées établies dans le canal de Bourgogne, et qui avaient chacune $1^m,00$ de largeur, MM. Baumgarten et Ritter, opérant sous la direction de M. Darcy, avaient trouvé pour le coefficient de la dépense les valeurs suivantes :

VALEURS DU COEFFICIENT DE LA DÉPENSE POUR DES ORIFICES ACCOLÉS.

HAUTEUR des orifices.	CHARGES sur le seuil des orifices.	COEFFICIENT de la dépense.
m c	m c m c	m c
0.10	0.55 à 0.68	0.645
0.20	0.58 à 0.76	0.639
0.30	0 57 à 0.60	0.631
0.40	0.58à 0.60	0.621

Ces valeurs du coefficient de la dépense ont paru indépen-

dantes du nombre des orifices en fonction, ce qui s'accorde d'ailleurs avec les résultats des expériences analogues faites à Toulouse longtemps auparavant.

Les observations spéciales faites sur l'écoulement de l'eau par les douze orifices du 2e barrage établi pour régulariser les dépenses d'eau, ont aussi fourni des résultats utiles qu'il est bon de faire connaître.

VALEURS DU COEFFICIENT DE LA DÉPENSE POUR DES ORIFICES DE 0m.20 SUR 0m.20 ACCOLÉS.

NOMBRE d'orifices ouverts.	DÉBIT TOTAL par seconde.	DÉBIT MOYEN par orifice en 1".	COEFFICIENT de la dépense.
	m c	m c	m c
1	0.1005	0.1005	0.634
2	0.2036	0.1018	0.642
3	0.3061	0.1027	0.648
4	0.4112	0.1026	0.649
5	0.5148	0.1029	0.649
6	0.6216	0.1036	0.654
7	0.7196	0.1028	0.649
8	0.8288	0.1036	0.654
9	0.9238	0.1032	0.651
10	1.0290	0.1029	0.649
11	1.1352	0.1032	0.651
12	1.2360	0.1030	0.650

L'on voit qu'à partir du nombre de trois orifices ouverts simultanément, le coefficient de la dépense paraît rester constant et avoir pour valeur moyenne 0,65, tandis que, d'après d'autres

expériences répétées avec le plus grand soin, il avait les valeurs suivantes quand il n'y a que

1	2	3	orifices ouverts.
0.633	0.642	0.646	

108. *Moyens employés pour déterminer la vitesse en différents points d'une même section.* — L'étude de la distribution des vitesses dans les diverses parties d'un même section faite dans un courant, est l'une des questions les plus délicates et les plus controversées de l'hydraulique, et sa solution ne pouvant être obtenue que par l'expérience, la recherche des instruments à employer présente une grande importance.

Aussi a-t-elle depuis longtemps occupé les hydrauliciens. Il était réservé à feu M. Darcy d'arriver, par des perfectionnements bien conçus et bien étudiés, à rendre d'un usage commode et sûr l'appareil connu sous le nom de tube de Pitot qui, jusqu'à lui, n'inspirait qu'une médiocre confiance aux observateurs.

L'on sait que c'est en 1732 que Pitot présenta à l'Académie des sciences l'appareil qui porte son nom et qui « consistait en une longue tringle en bois de section triangulaire, dans l'une des faces de laquelle étaient logés deux tubes en verre. L'un de ces tubes était horizontalement recourbé à son extrémité inférieure, l'autre, au contraire, descendait verticalement jusqu'au niveau de la partie recourbée du premier.

L'opinion de Pitot était, que son appareil exposé au courant de l'eau donnerait, par la différence de niveau existant entre les deux colonnes d'eau logées dans les deux tubes, la hauteur due à la vitesse du fluide au point que l'on considérait et qu'il serait facile, dès lors, d'en déduire la vitesse cherchée, au moyen de la relation $V^2 = 2gh$, h étant la différence observée.

L'idée était simple et ingénieuse, et M. Darcy, après avoir examiné les causes qui, jusqu'ici, s'étaient opposées à ce que l'on en déduisît un moyen commode et sûr de déterminer la vitesse des différents filets fluides d'une même section, malgré les tentatives de Dubuat et d'autres ingénieurs, est parvenu à les faire disparaître, par un ensemble de dispositions auxquelles il a été conduit par les considérations suivantes qu'il a exprimées en ces termes :

« Des expériences multipliées et précises m'ont fait recon-

naître que si dans une eau courante, en un point quelconque du fluide animé d'une vitesse V, on place un tube vertical recourbé horizontalement et dont l'orifice soit disposé d'abord contre le courant, ensuite dans le sens de ce courant et enfin rectangulairement à cette direction, il existait un rapport constant entre la hauteur théorique $\frac{V^2}{2g}$ due à la vitesse du filet que l'on considère et les quantités h' h'' h''', h' représentant dans le premier cas la hauteur dont le niveau s'élève dans la branche verticale au-dessous de la surface du courant, h'' et h''' les quantités dont le niveau s'abaisse au-dessous de la surface du même courant dans les deux autres hypothèses.

« On pourra donc poser

$$\frac{V^2}{2g}=mh', \quad \frac{V^2}{2g}=m'h'', \quad \frac{V^2}{2g}=m''h''',$$

et en combinant soit la première et la deuxième, soit la première et la troisième de ces équations, il viendra

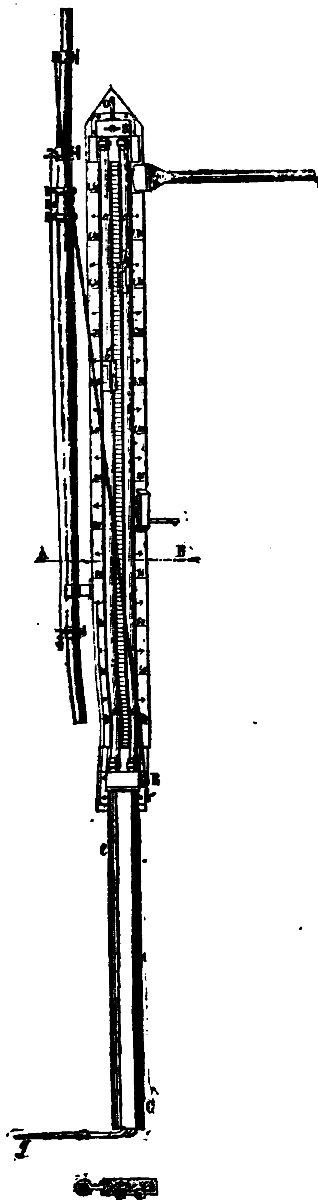
$$V=\sqrt{\frac{mm'}{m+m'}}\sqrt{2g(h'+h'')}=\mu\sqrt{2g(h'+h'')}$$

$$V=\sqrt{\frac{m\,m''}{m+m''}}\sqrt{2g(h'+h''')}=\mu'\sqrt{2g(h'+h''')}. »$$

C'est cette considération qui a conduit M. Darcy à disposer le tube de Pitot de manière à obtenir, selon les cas, la somme des hauteurs $h'+h''$ ou $h'+h'''$, sans avoir besoin d'observer celle du niveau général du courant, qui présente toujours des difficultés et amène dans les résultats les incertitudes qui avaient jusqu'ici rendu inapplicable l'idée de l'ancien membre de l'Académie.

D'autres perfectionnements de détail parmi lesquels plusieurs avaient été déjà tentés ont complété l'appareil, et je me bornerai à en rapporter la description.

L'instrument employé se composait de deux tubes *aa* en verre qui avaient $1^m,25$ de longueur, et étaient fixés parallèlement sur une planchette graduée. Le long de chacun de ces tubes glissait un coulant *bb*. A leur partie inférieure, les tubes *aa* sont assemblés dans des douilles à vis, qui les mettent en communication avec deux petits tubes verticaux renfermés dans



une boîte en cuivre *cc* terminée en biseau à l'avant et à l'arrière, afin qu'elle n'offre à l'action du courant qu'une faible résistance. Les deux petits tubes, à leur sortie de la boîte *cc*, se recourbent à angle droit selon deux branches *ee* qui sont réunies en un tube unique en forme de triangle très-aigu offrant à son intérieur deux petits canaux séparés. L'un *f* va jusqu'au sommet du triangle où il est percé d'un trou *g* d'un millimètre de diamètre, l'autre *f* s'arrête un peu avant le sommet et est bouché à son extrémité, mais percé en dessous d'un petit trou g' de même diamètre.

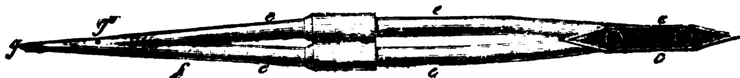
Lorsque le petit triangle creux fgf' est dirigé horizontalement de manière que son sommet *g* soit opposé à la direction du courant, ce dispositif satisfait à la condition que le liquide contenu dans un des tubes verticaux reçoive l'impulsion directe du courant par l'orifice *g*; tandis que celui de l'autre tube est soumis à la dénivellation que produit le passage du courant devant son orifice g'.

Par conséquent, l'élévation h' du niveau dans le premier tube et la dénivellation h'' dans le second par rapport au niveau général du courant, donneraient par leur somme $h'+h''$ introduite dans la formule

$$V = \mu' \sqrt{2g(h'+h'')}.$$

la vitesse des filets fluides à l'extrémité du tube horizontal, si

l'on connaissait le coefficient μ' par une tare préalable de l'instrument.



Telles sont la disposition et la formule fondamentales employées par M. Darcy, mais il y a ajouté d'autres moyens ingénieux qui rendent les observations plus faciles et plus sûres. Pour se mettre à l'abri des oscillations des niveaux, il a placé dans la boîte *t* où sont assemblés les tubes de verre et de cuivre un robinet qui, à l'aide de ficelles, se manœuvre à distance et permet d'interrompre simultanément la communication des premiers avec les seconds, de sorte qu'à partir de cette fermeture les niveaux deviennent invariables dans les tubes de verre.

De plus, pour éviter à l'observateur la nécessité de relever chaque fois l'instrument pour lire les dénivellations sur les échelles graduées, et permettre de répéter les observations sans le déplacer, M. Darcy a réuni les deux tubes en verre *aa* à leur partie supérieure par une boîte *k* portant un robinet *r* dont le boisseau est surmonté d'un petit tube *o*. En ouvrant ce robinet et en produisant une aspiration à l'aide du petit tube, on détermine dans les niveaux de l'eau des deux tubes une même ascension qui les amène dans les tubes de verre à une hauteur commode pour la lecture.

A l'inverse, s'il s'agit de faire des observations à une profondeur telle que, vu les dimensions données à l'instrument, les tubes de verre soient nécessairement plongés en entier dans l'eau et exposés à être remplis jusqu'à leur sommet, on produit d'abord à leur intérieur une compression suffisante de l'air qui déprime les niveaux au degré convenable, et l'on ferme le robinet supérieur. En ramenant ensuite l'appareil au-dessus du niveau de l'eau après avoir fermé le robinet inférieur, on peut y lire la dénivellation correspondante à la vitesse.

La construction de l'instrument que nous venons de décrire avait été confiée par M. Darcy, que sa santé empêchait de la suivre, à M. Baumgarten, ingénieur très-distingué, dont la science regrette aussi la mort prématurée.

L'observation des vitesses se faisait de la manière suivante :

Au-dessus de la rigole et au point où l'on devait expérimenter, l'on établissait un petit pont de service et une forte traverse en bois destinés à supporter l'instrument. A la partie postérieure du tube jaugeur se trouvait une pince mobile, que l'on assujettissait à l'aide d'une vis de pression à la hauteur nécessaire pour que l'extrémité des ajutages correspondît au point voulu lorsque l'instrument reposait sur la traverse par le talon de la pince; une poignée en fer permettait à un manœuvre, placé sur le pont de service, de maintenir le tube dans une position exactement verticale qu'indiquait un fil à plomb.

L'instrument étant ainsi placé et les robinets inférieur et supérieur ouverts, l'opérateur aspirait par la petite embouchure O une partie de l'air contenu dans les tubes, de manière à faire monter l'eau à une hauteur commode pour la lecture; puis il refermait le robinet supérieur Q. La dénivellation entre les deux colonnes d'eau de l'instrument s'établissait immédiatement, mais elles étaient toutes deux soumises à de continuelles oscillations.

Lorsque l'opérateur voulait faire une lecture, il fermait, à l'aide d'une ficelle, le robinet inférieur R', les colonnes d'eau devenaient immobiles et la lecture se faisait avec la plus grande facilité.

La différence de hauteur des deux colonnes liquides étant constamment variable, on avait soin de saisir pour faire la lecture les moments de maxima et de minima. On notait deux ou trois maxima et autant de minima et l'on faisait la moyenne de toutes les opérations.

Comme exemple d'une opération, nous empruntons au mémoire de M Bazin les chiffres suivants :

HAUTEUR dans le tube Amont	HAUTEUR dans le tube Aval.	DIFFÉRENCE.	OBSERVATIONS.
m c	m c	m c	
0.953	0.822	0.131	Maximum.
0.948	0.830	0.118	Minimum.
0.950	0.822	0.128	Maximum.
0.945	0.825	0.120	Minimum.
0.933	0.803	0.130	Maximum.
0.925	0.806	0.117	Minimum.
Moyenne..........		0.124	

L'on remarquera que la différence des cotes lues sur les deux échelles des tubes ou plutôt des orifices d'amont et d'aval est précisément la valeur de la quantité désignée par $h' + h''$.

De ces données d'expérience introduites dans la formule

$$V = \mu \sqrt{2g\,(h' + h'')},$$

dans laquelle on peut, comme nous allons l'expliquer, faire $\mu = 1{,}00$ pour le tube employé par MM. Darcy et Bazin, l'on déduit

$$V = 1{,}00 \sqrt{19{,}62 \times 0{,}124} = 1^{m}{,}56.$$

109. *Tare du tube jaugeur.* — Après cette description détaillée des perfectionnements apportés au tube de Pitot par M. Darcy, il est nécessaire de justifier la confiance que lui et ses collaborateurs ont ajoutée aux indications qu'il leur a fournies pour leurs importantes expériences, en faisant connaître les différents procédés qu'ils ont employés pour les vérifier.

A cet effet, ils ont procédé au tarage de cet instrument de trois manières différentes :

1° En mesurant, à l'aide de flotteurs, la vitesse superficielle

d'un courant et en comparant les résultats obtenus avec les indications du tube.

2° En faisant mouvoir l'instrument avec une vitesse connue dans une masse d'eau en repos.

3° En mesurant, à l'aide du tube, la vitesse en un grand nombre de points de la section transversale d'un courant et en comparant ensuite la valeur du débit connu à l'avance avec les indications de l'instrument.

110. *Tare par les flotteurs.* — Pour se mettre à l'abri des variations de vitesse qui se manifestent à la surface de l'eau dans les petits canaux et dans ceux où la profondeur d'eau est très-faible, l'on n'a opéré que dans des canaux de $2^m,00$ de largeur et lorsque la dépense d'eau excédait dans ceux-ci $0^m,500$ en $1''$.

Les résultats des opérations de tare par cette première méthode sont consignés dans le tableau suivant :

TARE DU TUBE JAUGEUR PAR L'EMPLOI COMPARATIF DES FLOTTEURS.

NUMÉROS des séries d'expériences.	VALEUR du coefficient de la formule.	OBSERVATIONS.
	m c	
2	0.987	Moyenne de 8 expériences.
3	1.024	— 8 —
4	0.981	— 8 —
5	1.013	— 8 —
6	1.006	— 8 —
7	0.988	— 8 —
8	1.012	— 8 —
9	1.008	— 4 —
10	1.008	— —
11	1.009	— 4 —
12	1.007	— 4 —
13	1.015	— 4 —
14	1.039	— 4 —
15	0.994	— 4 —
16	1.007	— 4 —
17	1.023	— 4 —
Moyenne...	1.007	 92

111. *Tare par le mouvement de l'instrument dans une eau tranquille.* — L'instrument était assujetti par un bâtis ou charpente à l'avant d'une barque de 10^m de longueur et de 0^m,40 de tirant d'eau. L'ajutage inférieur du tube était immergé à 0^m,70 sous l'eau et se trouvait à 2^m,00 en avant de la barque qui était remorquée par des hommes afin d'obtenir un mouvement suffisamment régulier. Des jalons équidistants de 50^m en 50^m avaient

été placés sur les deux rives, et l'on observait, à chaque expérience, le temps employé à parcourir chacun de ces intervalles, en même temps que l'on notait à diverses reprises, pendant le même temps, les dénivellations qui se produisaient et dont on prenait la moyenne.

Ces observations faites sur le bief n° 54 du canal de Bourgogne ont fourni les résultats suivants :

TARE DU TUBE JAUGEUR PAR LE MOUVEMENT DE L'INSTRUMENT DANS UNE EAU TRANQUILLE.

VITESSE de la barque.	COEFFICIENT de la formule.	OBSERVATIONS.
m c	m c	
0.609	1.040	Moyenne de 2 opérations.
0.692	1.063	— 1 —
0.785	1.032	— 3 —
0.938	1.033	— 1 —
0.980	1.040	— 3 —
1.120	1.015	— 1 —
1.230	1.028	— 1 —
1.133	1.032	— 1 —
1.385	1.048	— 1 —
1.470	1.029	— 1 —
1.500	1.040	— 1 —
1.611	1.033	— 2 —
1.661	1.027	— 1 —
1.775	1.042	— 1 —
1.819	1.031	— 3 —
1.863	1.027	— 3 —
1.930	1.039	— 1 —
1.976	1.025	— —
2.034	1.037	— 1 —
Moyenne...	1.034	 32

M. Bazin fait remarquer que cette valeur moyenne du coefficient de la formule est nécessairement un peu trop forte, attendu que la barque ne marchait pas toujours en ligne droite, ce

qui, en diminuant la dénivellation, conduisait à une augmentation de ce coefficient. Il arrivait d'ailleurs que, par suite de la forme de l'avant de cette barque, elle s'inclinait à l'horizon à mesure que sa vitesse augmentait, ce qui devait aussi tendre à faire attribuer au coefficient de la formule une valeur un peu trop forte.

112. *Tare par la comparaison des volumes d'eau écoulés avec les indications de l'instrument.* — Ce troisième mode de tare, qui consiste à observer, en un grand nombre de points symétriquement répartis, les dénivellations indiquées par l'instrument dans un courant dont le débit, la section, et par conséquent la vitesse moyenne, sont connus à l'avance, est certainement le plus précis, mais il ne peut être employé que quand les sections ont une étendue assez grande pour qu'il soit possible d'y multiplier beaucoup les points d'observation.

Appliqué à 31 expériences appartenant à 19 séries différentes, il a fourni pour le coefficient la valeur moyenne

$$\mu = 0{,}993.$$

M. Bazin, d'après les observations qui l'ont porté à penser que la tare faite dans une eau tranquille peut conduire à une valeur un peu trop forte, a pris la moyenne entre celles qui ont été fournies par les deux autres modes de tare, ce qui lui a donné

$$\mu = \frac{1{,}007 + 0{,}993}{2} = 1{,}00$$

et par suite pour déterminer, à l'aide du tube jaugeur décrit précédemment, la vitesse des filets fluides en un point quelconque d'un courant, il a employé la formule

$$V = \sqrt{2g(h' + h'')}.$$

113. *Variabilité du coefficient de tare d'un instrument à un autre.* — M. Bazin fait remarquer que la valeur du coefficient de tare varie avec la figure et avec la disposition des ajutages et de leurs orifices, et il rapporte les résultats suivants des expériences faites à ce sujet, dès 1856, par M. Baumgarten sur des tubes jaugeurs de trois dispositions différentes et ayant des trous d'un millimètre de diamètre :

DISPOSITION des ajutages.	VALEUR du coefficient de la formule.		OBSERVATIONS.
Le premier ajutage étant dirigé contre le courant, le second à angle droit...	m c 0.848	0.822	A l'aide de flotteurs.
	0.797		Dans une eau tranquille.
Les deux ajutages étant dirigés contre le courant, mais l'un d'eux étant fermé par le bout et percé latéralement d'une ouverture d'un millimètre..........	0.876	0.866	A l'aide de flotteurs.
	0.864		Dans une eau tranquille.
Le premier ajutage étant dirigé contre le courant, et le second dans le sens du courant et dans le fil de l'eau....................	0.998	0.995	A l'aide de flotteurs.
	0.991		Dans une eau tranquille.

L'examen de ces résultats montre que, si effectivement la disposition relative des ajutages et de leurs orifices exerce une influence assez notable sur la valeur du coefficient qu'il convient d'appliquer à la formule, les deux modes de tare employés fournissent des résultats qui s'accordent assez bien pour que, selon les facilités dont on dispose, l'on puisse adopter l'un ou l'autre pour faire la tare d'appareils analogues.

L'ensemble de ces expériences permet de conclure que le tube de Pitot, modifié comme l'a proposé et pratiqué M. Darcy, peut devenir un instrument d'un usage commode et suffisamment exact dont la tare, qui peut se faire de diverses manières, ne présente pas de difficultés.

114. *Expression de la résistance des parois.* — Après cet examen préalable, mais nécessaire, des moyens d'expérimentation organisés par M. Darcy et mis en usage par M. Bazin, il convient d'aborder la question la plus importante qui est l'objet principal des belles et laborieuses recherches dont ce dernier ingénieur a présenté les résultats et la discussion dans son remarquable

mémoire : c'est celle de la résistance que les parois des canaux et des rivières offrent au mouvement de l'eau parvenu à l'état de régime uniforme.

Nous avons dit que la formule donnée par M. Prony, et qui devient

$$RI = aU + bU^2,$$

dans laquelle R est le rapport de l'aire A de la section transversale du courant au périmètre mouillé S de cette section ou ce que l'on nomme le rayon moyen et $I = \frac{H}{L}$ la pente par mètre courant ou le rapport supposé constant de la pente totale H, à la longueur L considérée

U, la vitesse moyenne,

a et *b*, des coefficients numériques constants, n'a été basée que sur la discussion d'un petit nombre d'expériences faites dans des circonstances qui n'étaient en réalité que fort peu comparables. Aussi, depuis longtemps, beaucoup d'hydrauliciens avaient-ils proposé de la modifier.

Quelques ingénieurs et généralement les auteurs italiens étaient revenus à la formule monoterme proposée dès 1775 par M. de Chézy, et qui est

$$RI = bU^2,$$

dans laquelle on fait ordinairement $b = 0,0004$.

M. de Saint-Venant remplaçait dans la même formule l'exposant 2 par $\frac{21}{11}$, en laissant au coefficient *b* à peu près la même valeur.

Mais tous les hydrauliciens, sans exception, avaient continué à admettre d'après Dubuat, que la nature de la paroi était sans influence sensible sur l'intensité de la résistance qu'elle oppose au mouvement, ce qui ne pouvait plus être considéré même comme approximativement exact, depuis les expériences de M. Darcy, sur l'écoulement de l'eau dans les tuyaux de conduite, qui avaient mis en évidence l'influence très-considérable qu'exercent l'état des parois et la nature de la matière dont ils sont formés.

Si pour des surfaces aussi régulières que celles des parois intérieures des tuyaux, il était devenu désormais incontestable que la résistance qu'elles opposent au mouvement des fluides dépend essentiellement de leur nature et de leur état, il était évident qu'il devait en être *à fortiori* de même, quand il s'agissait du mouvement de l'eau dans des canaux ou dans des rivières, dont les parois présentent des aspérités de proportions bien plus grandes.

115. *Expériences de M. Baumgarten sur le canal de Marseille.* — Pour mettre en évidence l'inexactitude des formules employées jusqu'à ce jour et obtenir quelques indications sur l'écart auquel elles pouvaient conduire, M. Darcy pria d'abord M. Baumgarten, ingénieur distingué et connu par des travaux importants sur l'hydraulique, d'exécuter des expériences préliminaires sur le canal de Marseille, qui offre une grande variété de profils et des natures de parois très-diverses. Ces expériences furent faites en mai 1855.

Les volumes d'eau débités et la vitesse moyenne U ont été déterminés dans chaque cas, en mesurant la vitesse du courant en un grand nombre de points de la station transversale, soit à l'aide du tube jaugeur, modifié par M. Darcy, soit à l'aide du moulin héliçoïdal de Wolteman.

La nature des parois et les résultats de la comparaison des vitesses moyennes et des valeurs trouvées pour le terme $\frac{RI}{U^2}$, d'après l'expérience, avec celles que l'on a déduites des formules de Prony ou d'Eytelwein sont consignées dans le tableau suivant :

EXPÉRIENCES EXÉCUTÉES PAR M. BAUMGARTEN SUR LE CANAL DE MARSEILLE. (MAI 1855.)

	N°s des expériences.	PENTE par mètre, I.	DÉBIT par seconde, Q.	RAYON moyen, R.	VITESSE moyenne, U.	VALEURS DE $\frac{RI}{U^2}$		
						d'après l'expérience.	d'après la formule de Prony.	d'après la formule d'Eytelwein.
		m	mc	m	m			
Pont-aqueduc de Roquefavour. — Surface unie, fond en ciment, côtés en briques bien rejointoyées..........	1	0.00372	5.174	0.4585	8.127	0.000174	0.000323	0.000376
Pont-aqueduc de Crau. — Cuvette en pierres de taille, surface unie......	2	0.00084	4.070	0.5406	1.693	0.000211	0.000335	0.000380
	3	0.02900	1.244	0.2158	3.423	0.000534	0.000322	0.000373
Canaux en maçonnerie de moellons, parements peu unis..............	4	0.06000	1.244	0.1876	4.246	0.000624	0.000319	0.000372
	5	0.01230	1.244	0.2686	2.312	0.000608	0.000323	0.000376
	6	0.01400	1.244	0.2545	2.549	0.000548	0.000326	0.008375
Canal en terre à Réaltore. — Fond couvert de vases, section en trapèze....	7	00.0043	4.748	0.8750	0.773	0.000630	0.000366	0.000397

Ces résultats montrent que pour la 1re expérience la valeur de $\frac{RI}{U^2}$ n'est que la moitié environ de celles que fournissent les formules de Prony et d'Eytelwein, tandis que pour les quatre ou cinq dernières, elle en est presque le double.

116. *Expériences de* 1856. — Les résultats précédents qui mettaient déjà en évidence l'influence considérable que la nature des parois exerce sur la résistance qu'elles opposent au mouvement de l'eau sont les seuls qui aient été obtenus par M. Baumgarten qui devait continuer ses recherches en 1856. Mais, au printemps de cette année, cet ingénieur partit pour Constantinople avec M. Ritter, et dès lors M. Bazin se trouva le seul collaborateur de M. Darcy.

Pour rendre d'abord les résultats aussi comparables que possible, on se décida à opérer sur des canaux de même pente et de même profil, débitant les mêmes volumes d'eau et ne différant que par la nature de la paroi. L'on a aussi opéré sur des canaux rectangulaires ayant une pente commune de $0^m,0049$ par mètre, et des largeurs à très-peu près égales, puisqu'elles n'ont différé que de $1^m,81$ à $1^m,99$. Les diverses natures de parois essayées ont été les suivantes :

1° Ciment pur ;

2° Briques posées à plat ;

3 Petit gravier de $0^m,01$ à $0^m,02$ de diamètre maintenu par un enduit en ciment sur lequel il était en saillie ;

4° Gros gravier de $0^m,03$ à $0^m,04$ de diamètre maintenu de la même manière.

A ces séries il convient d'ajouter, pour la comparaison, celles qui avaient été faites sur le mouvement de l'eau dans la même rigole alors que ses parois étaient en planches, en choisissant surtout la série où la pente était aussi égale à $0^m,0049$ par mètre.

Dans toutes ces séries, l'on a opéré avec des débits d'eau identiques au nombre de douze et qui ont été successivement égaux en 1" à

m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c	m.c
0.100	0.203	0.307	0.411	0.505	0.618	0.721	0.824	0.927	1.030	1.133	1.236

Connaissant le volume d'eau débité Q, la section transversale, la vitesse moyenne U, la pente par mètre I, le rayon moyen R, il a été facile de calculer, pour chaque cas, la valeur de la fraction $\frac{RI}{U^2}$.

Ce calcul a montré que la valeur de ce rapport qui, d'après les formules de Prony, ne devrait varier que de 0,000327 à 0,000389, avait au contraire été toujours en décroissant à mesure que le débit et la vitesse augmentaient et avait varié graduellement entre les limites suivantes pour le canal revêtu

en ciment de	0,000242 à 0,000172,	
en planches de	0,000411 à 0,000229,	
en briques de	0,000408 à 0,000277,	
en gravier de	0,000882 à 0,000472,	
en cailloux de	0,001454 à 0,000661;	

ainsi, pour les petits débits de $0^{mc},100$ en 1″ la valeur de ce rapport a varié de 0,000242 à 0,001454 ou de 4 à 6, et pour les plus grands débits de $1^{mc},236$, de 0,000172 à 0,000660, ou de 1,00 à 3,84.

Une autre expérience faite sur un canal à section demi-circulaire a même montré qu'entre une paroi enduite de ciment mélangé d'un tiers de sable et une paroi en ciment pur, il existait en faveur de la seconde, une différence de résistance qui, à pente égale, pouvait augmenter le débit dans le rapport de 1,00 à 1,13 ou de $\frac{1}{7}$ environ.

Il devient donc évident par ces expériences comparatives que la nature des parois a sur la valeur de la résistance qu'elles opposent au mouvement de l'eau bien plus d'influence encore que M. Darcy n'en avait trouvé pour les tuyaux de conduite.

D'autres expériences non moins concluantes ont été exécutées sur des rigoles dépendantes du canal de Bourgogne et qui se trouvaient dans les conditions normales des canaux ordinaires. Les valeurs extrêmes du rapport $\frac{RI}{U^2}$, déduites de l'observation, et celles qui sont calculées par les formules de Prony et d'Eytelwein, sont consignées dans le tableau suivant :

DÉSIGNATION ET ÉTAT DES RIGOLES.		VALEURS DU RAPPORT $\frac{RI}{U^2}$	
	d'après l'expérience.	d'après Prony.	d'après Eytelwein.
Rigole de Grosbois. Section en terre, complétement dépourvue d'herbes	de 0.001005 à 0.000749	0.000470 0.000407	0.000455 0.000420
Même rigole. Section en terre, avec un peu d'herbe sur les talus	de 0.001946 à 0.000948	0.000469 0.000392	0.000448 0.000411
Rigole de Chazilly. Section en terre, à peu près dépourvue d'herbes; terrain pierreux	de 0.001942 à 0.001300	0.000425 0.000383	0.000429 0.000406
Rigole de décharge du bief 52. Section en terre, revêtue d'un perré	de 0.002331 à 0.001003	0.000343 0.000325	0.000385 0.000375
Même rigole, après que la mousse qui existait sur le perré eût été enlevée	de 0.001024 à 0.000647	0.000335 0.000322	0.000360 0.000373

L'on voit par ces résultats :

1° Que la résistance dans ces rigoles a toujours été beaucoup plus considérable que les formules de Prony et d'Eytelwein ne le faisaient penser.

2° Que les premières valeurs du rapport $\frac{RI}{U^2}$ étant relatives aux petits débits, tandis que les secondes le sont aux plus grands, il s'ensuit encore que le rapport décroît à mesure que le débit augmente.

L'on reconnaît enfin, par les résultats des deux dernières séries, l'influence très-sensible que la présence seule de la mousse peut produire sur le mouvement de l'eau dans un canal, puisque pour une même rigole le rapport $\frac{RI}{U^2}$ a varié parfois de deux à un, selon que ses parois étaient ou non recouvertes de m ou

En présence de ces variations si grandes d'un rapport que les hydrauliciens avaient presque tous jusqu'ici regardé comme à

peu près constant, et dont la valeur paraît dépendre de tant d'éléments divers, il semble impossible de chercher à en déterminer la loi par des considérations physiques ou mathématiques générales. L'on est alors réduit à étudier les cas principaux qui se présentent le plus souvent dans la pratique, et à chercher à lier les résultats par des formules d'interpolation, qui les représentent avec une exactitude suffisante pour les besoins des applications.

Dubuat avait déjà remarqué que le rapport $\frac{RI}{U^2}$ diminuait lorsque le rayon moyen $R=\frac{A}{S}$ et la vitesse augmentait, mais les limites entre lesquelles il avait pu faire varier les données de ses expériences étaient trop restreintes pour qu'il pût déterminer la loi de cette variation. D'une autre part l'examen des diverses séries d'expériences, rapportées dans le mémoire de M. Bazin, montrant que la valeur de ce rapport paraît tendre vers une certaine limite constante, il s'ensuit qu'en désignant cette limite par α, la valeur du rapport par $\frac{RI}{U^2}$ aurait pour expression générale

$$\frac{RI}{U^2}=\alpha+f(RU)$$

M. Bazin a comparé les résultats des expériences aux deux formes les plus simples de la fonction inconnue en supposant successivement :

$$f(RU)=\frac{\beta}{R} \quad \text{et} \quad f(RU)=\frac{\beta}{U}$$

et en choisissant pour cette comparaison cinq séries d'expériences pour lesquelles la pente I par mètre courant, était la même et égale à $0^m,0049$, et pour lesquelles le profil rectangulaire, avait des largeurs presque identiques.

Dans ces expériences les vitesses ont varié, dans des limites étendues qui comprennent et dépassent même celles des cas de la pratique, où l'on a à calculer les proportions à donner aux canaux de navigation et d'usine.

Or en représentant tous les résultats des observations par des constructions graphiques, en prenant, dans tous les cas, les va-

leurs du rapport $\frac{RI}{U^2}$ pour ordonnées et successivement pour abcisses celles de $\frac{1}{R}$ et celles de $\frac{1}{U}$, M. Bazin a reconnu que pour une même pente de 0^m,0049 avec le même profil, les points ainsi déterminés sont dans les deux cas à très-peu près sur des lignes droites, dont il a trouvé aussi l'équation, pour chacun des cinq canaux sur lesquels ces expériences ont été faites.

Les valeurs des coefficients constants α et β des deux formules sont données dans le tableau suivant qui indique aussi les limites entre lesquelles les vitesses ont varié.

NATURE des SURFACES.	LIMITES entre lesquelles les vitesses ont varié.	FORMULE $\frac{RI}{U^2}=\alpha+\frac{\beta}{R}$. VALEURS		FORMULE $\frac{RI}{U^2}=\alpha+\frac{\beta}{U}$. VALEURS	
		de α.	de β.	de α.	de β.
Canal en ciment, série 2.............	m 1.045 à m 3.027	0.000149	0.000005	0.000118	0.000127
Canal en planches, série 7...........	1.020 à 2.791	0.000177	0.000012	0.000127	0.000217
Canal en briques, série 3.............	1.076 à 2.611	0.000203	0.000014	0.000162	0.000218
Canal revêtu en petits graviers, série 4....	0.847 à 2.352	0.000326	0.000040	0.000226	0.000411
Canal revêtu en gros graviers, série 5....	0.768 à 2.039	0.000329	0.000100	0.000201	0.000685

Les formules qui font abstraction de la nature des parois et qui seraient d'après

Prony............... $\frac{RI}{U^2}=0{,}000309+\frac{0{,}000444}{U}$

Eytelwein............ $\frac{RI}{U^2}=0{,}000366+\frac{0{,}000024}{U}$

et M. de Saint-Venant.. $\frac{RI}{U^2}=0{,}000401\left(\frac{U}{I}\right)^{\frac{1}{n}}$

étant aussi représentées graphiquement il est facile de recon-

naître qu'aucune d'elles ne reproduit les résultats des observations et que par conséquent elles doivent toutes être abandonnées.

117. *Influence de la pente* I. Mais si les séries d'expériences précédentes faites dans des canaux, qui avaient tous la même pente et des profils rectangulaires identiques, et dans lesquels la nature seule des parois a varié, ont servi à montrer la nécessité de tenir compte de ce dernier élément, et si leurs résultats peuvent être à peu près indifféremment représentés par l'une ou l'autre des deux formules d'interpolation précédentes, en y introduisant les valeurs convenables pour les coefficients, il restait à savoir, si l'une ou l'autre de ces formules pouvait convenir pour des pentes et des profils différents. C'est ce qui a fait l'objet des expériences exécutées en 1858 et 1859 par M. Bazin, après la mort prématurée de M. Darcy.

Afin de ne pas compliquer la question de l'influence accidentelle et déjà signalée que des différences, en apparence très-légères, dans la nature des parois pouvait exercer, l'on se décida à opérer sur trois pentes différentes de $0^m,0150$, $0^m,0059$ et $0^m,00886$ par mètre, avec des canaux en planches rectangulaires ayant tous la même largeur de $1^m,96$ environ.

Pour étudier l'influence des parois présentant des aspérités diverses, sans changer la nature des matériaux l'on se résolut à n'employer, dans tous les cas, que le bois et à créer dans les parois de plusieurs des canaux en expérience des aspérités artificielles, en y fixant régulièrement des liteaux de $0^m,027$ de largeur sur $0^m,010$ d'épaisseur que l'on a placés d'abord à $0^m,01$ puis à $0^m,05$ les uns des autres.

L'on a eu ainsi neuf séries d'expériences faites sur trois canaux identiques chaque fois, quant aux parois, mais de trois pentes différentes.

En calculant comme précédemment pour chacune de ces séries la valeur du rapport $\frac{RI}{U^2}$ on a résumé les données et les résultats dans les trois tableaux suivants :

CANAUX RECTANGULAIRES EN PLANCHES.

PENTES DE 0m.0015 ; 0m.059 ; 0m.00839.

NUMÉROS des expériences.	DÉBIT par seconde. Q.	PENTE DE 0m.0015. (22, 23, 27, 28, 29 et 30 avril, 1er mai 1858.)			PENTE DE 0m.0059. (22, 23, 27, 28, 29 et 30 avril, 1er mai 1858.)			PENTE DE 0m.00839 *. (25, 27, 28 et 29 mai, 2 et 3 juin 1858.)		
		Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A = \frac{RI}{U^2}$.	Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A \frac{RI}{U^2}$.	Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A = \frac{RI}{U^2}$
	m.c	m	m		m	m		m	m	
1	0.000	0.0842	0.543	0.000428	0.910	0.910	0.000373	0.0446	1.080	0.000321
2	0.203	0.1237	0.724	0.000354	1.213	1.213	0.000311	0.0684	1.394	0.000296
3	0.411	0.1799	0.945	0.000302	1.595	1.595	0.000266	0.1019	1.830	0.000255
4	0.618	0.2194	1.106	0.000269	1.847	1.847	0.000249	0.1292	2.100	0.000246
5	0.824	0.2513	1.234	0.000247	2.039	2.039	0.000240		2.306	0.000241
6	1.030	0.2781	1.343	0.000231	2.206	2.206	0.000230	0.1721	2.495	0.000237
7	1.236	0.3042	1.420	0.000226	2.349	2.349	0.000223	0.1894	2.664	0.000224

* La pente générale du canal sur lequel ont été exécutées les expériences des séries nos 11, 14 et 17 était de 0m.00886 par mètre : mais les calculs de la série n° 11 ont été faits en considérant seulement la partie inférieure de ce canal où le régime du courant était plus régulier ; la pente de cette section, un peu moindre que la pente générale, n'était que de 0m.00839 par mètre.

CANAUX RECTANGULAIRES EN PLANCHES RECOUVERTES DE LITEAUX ESPACÉS DE 0m.01.

PENTES DE 0m.0015; 0m.0059 ET 0.00886.

NUMÉROS des expériences.	DÉBIT par seconde.	PENTE DE 0m.0015*. (9, 18 et 19 février 1859.)			PENTE DE 0m.0059. (5, 6, 7 et 8 janvier 1850.)			PENTE DE 0m.00886. (3, 5 et 6 mai 1859.)		
		Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A=\frac{RI}{U^2}$.	Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A=\frac{RI}{U^2}$.	Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A=\frac{RI}{U^2}$.
	m.c	m	m		m	m		m	m	
1	0.100	0.0921	0.0524	0.000548	0.0626	0.762	0.000639	0.0556	0.868	0.000654
2	0.203	0.1346	0.0776	0.000459	0.0922	0.017	0.000526	0.0831	0.144	0.000563
3	0.411	0.1932	0.1147	0.000396	0.1347	1.342	0.000441	0.1227	1.500	0.000483
4	0.618	0.2361	2.1440	0.000368	0.1684	1.549	0.000414	0.1520	1.758	0.000436
5	0.824	0.2710	0.1688	0.000352	0.1959	1.716	0.000392	0.1775	1.946	0.000415
6	1.030	0.3004	0.1900	0.000338	0.2182	1.872	0.000367	0.2005	2.091	0.000406
7	1.236	0.3281	0.2091	0.000338	0.2409	1.974	0.000365	0.2214	2.212	0.000401

* Le régime du courant n'était pas parfaitement uniforme dans les expériences de la série n° 12; les valeurs de A correspondantes aux cinq dernières expériences ont dû, pour ce motif, subir une correction; cette correction a été calculée à l'aide de la formule du mouvement varié, en se servant des éléments donnés dans l'appendice.

CANAUX RECTANGULAIRES EN PLANCHES RECOUVERTES DE LITEAUX ESPACÉS DE 0m.05.

PENTES DE 0m.0015 ; 0m.0059 ET 0.00886.

NUMÉROS des expériences.	DÉBIT par seconde.	PENTE DE 0m.0015. (11, 15, 17, 18, 20 et 21 mai 1858).			PENTE DE 0m.0059. (4 et 6 décembre 1858.)			PENTE DE 0m.00886. (11, 15, 17, 18, 20 et 21 mai 1858.)		
		Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A=\frac{RI}{U^2}$.	Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A=\frac{RI}{U^2}$.	Rayon moyen R.	Vitesse moyenne U.	Valeur du coefficient $A=\frac{RI}{U^2}$.
	m-c	m	m		m	m		m	m	
1	0.100	0.1153	0.390	0.001135	0.0805	0.581	0.001408	0.0706	0.673	0.001379
2	0.203	0.1675	0.513	0.000956	0.1170	0.779	0.001138	0.1067	0.869	0.001253
3	0.411	0.2367	0.674	0.000782	0.1687	1.028	0.000942	0.1551	1.142	0.001053
4	0.618	0.2870	0.777	0.000713	0.2092	1.184	0.000880	0.1913	1.331	0.000956
5	0.824	0.3270	0.857	0.000668	0.2410	1.314	0.000824	0.2210	1.478	0.000896
6	1.030	0.3649	0.904	0.000670	0.2688	1.418	0.000789	0.2476	1.591	0.000867
7	1.236	0.3960	0.949	0.000659	0.2942	1.498	0.000773	0.2699	1.698	0.000829

On reconnait à l'inspection de ces tableaux que la valeur du rapport $\frac{RI}{U^2}$ va toujours en diminuant dans chaque série, à mesure que le volume d'eau débité et la vitesse moyenne augmentent et que, d'une série d'expériences à l'autre, pour les mêmes volumes, ce rapport augmente, mais assez lentement avec la pente et la vitesse.

Ainsi en passant du débit de $0^{mc},100$ en 1″ à celui de $1^{mc},236$ la valeur de $\frac{RI}{U^2}$ varie.

Pour le canal à parois en planches de

0,000420 à 0,000296

pour la pente $0^m,0015$.

Pour le canal à parois garnies de liteaux espacés de $0^m,01$ elle varie de

0,000654 à 0,000338

et pour le canal à parois garnies de liteaux espacés de $0^m,05$ elle varie de

0,001379 à 0,000659.

118. *Représentation graphique des résultats précédents.* En continuant à représenter graphiquement les résultats des expériences pour comparer les deux formules

$$\frac{RI}{U^2}=\alpha+\frac{\beta}{R} \quad \text{et} \quad \frac{RI}{U^2}=\alpha+\frac{\beta}{U}$$

avec les données de l'observation, l'on reconnait que la première s'accorde beaucoup mieux pour les trois pentes essayées avec ces données que la seconde.

Les courbes qui ont pour ordonnées les valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ et pour abscisses celles de $\frac{1}{U}$ diffèrent tellement entre elles pour chaque groupe de pente et pour un même état des parois qu'il est impossible de représenter par la dernière formule les résultats des expériences faites avec des pentes différentes et une même nature de paroi. C'est ce que met en évidence le tableau sui-

vant qui donne pour une même vitesse $U = 1^m,00$ les valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ déduites de la représentation graphique.

NATURE DES PAROIS.	VALEURS DE $\frac{RI}{U^2}$ POUR LES PENTES		
	de $0^m.0015$.	de $0^m.0059$.	de $0^m.00366$.
Parois en planches.............	0.000290	0.000350	0.000360
Parois en planches recouvertes de liteaux espacés de $0^m.01$	0.000375	0.000530	0.000610
Parois en planches recouvertes de liteaux espacés de $0^m.05$......	0.000620	0.000970	0.001140

L'on voit donc que la formule $\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{U}$ qui n'est autre chose que la formule binôme adoptée par Prony et par Eytelwein et employée jusqu'ici doit être complétement abandonnée, tandis que la formule

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{R}$$

paraît beaucoup plus convenable pour représenter les résultats de l'observation relatifs à un même état des parois et à des pentes diverses.

119. *Influence de la forme du profil transversal des canaux.* — Les canaux ont le plus souvent pour profil un rectangle ou un trapèze, quelquefois cependant quand ils sont étroits et profonds par rapport à leur largeur, ce dernier profil se rapproche beaucoup de la forme triangulaire. Enfin les radiers de certaines rigoles en maçonnerie ont un profil en arc de cercle.

Les expériences relatives à l'influence de la forme du profil des canaux dont les résultats sont consignés dans le mémoire de M. Bazin, ont été exécutées :

1° Sur trois canaux en planches à section rectangulaire de $1^m,197$, $0^m,80$ et $0^m,48$ de largeur.

2° Sur deux canaux à section en trapèze, dont l'un avait $1^m,00$

de largeur au fond et des talus inclinés à 45° et l'autre 0m,945 de largeur au fond avec une paroi verticale et l'autre inclinée à 45".

3° Sur un canal en planches à section triangulaire dont les côtés étaient inclinés à 45°.

Les six séries d'expériences exécutées sur ces canaux et dans lesquelles les vitesses ont varié de 0m,73 à 2m,40 en 1" s'accordent toutes, à peu près, pour montrer que la figure du profil transversal ne paraît pas exercer une influence assez grande, pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte dans les applications.

Mais les sections circulaires, par suite de la suppression des angles et de la continuité de leur contour, semblent donner lieu, toutes choses égales d'ailleurs, à une résistance sensiblement moindre que celle qui est offerte par des profils anguleux. Ce qui justifie l'usage adopté de donner aux cunettes des égouts un profil à peu près circulaire.

120. *Des canaux et des rigoles à petite section.* — Lorsqu'il s'agit de petits canaux à grande pente ou de rigoles analogues à celles que l'on emploie pour les irrigations et qui, par la présence des herbes et l'irrégularité de leurs parois, offrent une résistance très-grande, quoique la vitesse ne dépasse guère 1m,00 par seconde, le rapport $\frac{RI}{U^2}$ ne semble plus suivre la même loi que pour les grands canaux, et de même que M. Darcy l'avait remarqué au sujet des tuyaux de conduite où la vitesse est très-faible, c'est le rapport $\frac{RI}{U}$ qui paraît devenir constant pour une même pente, mais croissant avec la pente.

Les expériences sur ces canaux de petite section ont été exécutées sur un canal en bois de 0m,10 de largeur sur 19m,00 de longueur, formé par quatre pièces de sapin de 4 à 5 mètres chacune, assemblées bout à bout, offrant une surface très-unie, n'ayant que trois joints sur sa longueur et dont la pente a été successivement de 0m,0047 et de 0m,0152 par mètre. Pour opérer sur des parois plus résistantes l'on a ensuite recouvert l'intérieur de ce canal avec une forte toile bien clouée sur sa surface et l'on a donné à ce canal, ainsi modifié, des pentes de 0m,0081 à 0m,0152 par mètre. Les vitesses ont varié pour le canal en bois

lisse de $0^m,273$ à $1^m,086$ en 1″ et pour le canal recouvert de toile de $0^m,218$ à $0^m,681$ en 1″.

Les valeurs du rapport $\frac{RI}{U}$ déduites des observations sont consignées dans le tableau suivant ainsi que leurs moyennes prises sur les résultats les plus réguliers.

EXPÉRIENCES SUR LES PETITS CANAUX.

VALEURS DU RAPPORT $\frac{RI}{U}$.							
CANAL EN BOIS UNI.				CANAL EN BOIS RECOUVERT DE TOILE.			
PENTE $I = 0^m.0047$.		PENTE $I = 0^m.0152$.		PENTE $I = 0^m.0081$.		PENTE $I = 0^m.0152$.	
Vitesse.	$\frac{RI}{U}$.	Vitesse.	$\frac{RI}{U}$.	Vitesse.	$\frac{RI}{U}$.	Vitesse.	$\frac{RI}{U}$.
m		m		m		m	
0.273	0.000154	0.571	0.000244	0.218	0,000430	0.209	0,000674
0,395	0.000189	0.701	0.000284	0.270	0,000417	0,251	0.000734
0,481	0.000197	0.818	0.000300	0.340	0.000403	0.364	0.000653
0.530	0.000203	0.914	0.000309	0.405	0.000411	0.381	0.000652
0.592	0,000204	1.086	0.000315	0.459	0.000423	0,472	0,000642
0.643	0.000203			0.573	0.000440	0.494	0.000632
0.653	0,000203					0,582	0,000631
						0.647	0.000640
						0.641	0,000650
Moyenne.	0.000202		0.000308		0.000404		0.000643

Les valeurs moyennes de $\frac{RI}{U}$ sont prises en excluant les résultats placés au-dessus des traits, qui paraissent un peu anomaux, ce que l'on peut attribuer à la petitesse des vitesses observées dans les expériences.

121. *Expériences pratiques sur les rigoles du canal de Bourgogne.* — Après avoir discuté les résultats des expériences diverses exécutées pour démêler la loi que pouvait suivre la résistance des parois dans différents cas, M. Bazin s'est occupé de chercher à représenter par des formules d'interpolation d'une exactitude suffisante pour la pratique de l'art de l'Ingénieur, les résultats des nombreuses expériences faites sur les divers canaux ou rigoles dépendant du canal de Bourgogne et qui offraient les diverses natures de paroi que l'on rencontre le plus souvent.

122. *Rigole de décharge du réservoir de Grosbois.* — Deux séries d'expériences ont été faites sur le mouvement de l'eau dans cette rigole dont les parois en moellons rejointoyés en ciment offrent une surface très-régulière. Elle a $1^m,80$ de largeur au fond et des parois à peu près verticales ayant un fruit de $\frac{1}{10}$. Le fond était recouvert d'un léger dépôt limoneux.

La vitesse a varié de $2^m,757$ à $6^m,429$, ce qui excède probablement les limites atteintes dans toutes les expériences précédentes et la vitesse de superficie s'est élevée jusqu'à $9^m,16$.

Les pentes des parties sur lesquelles on a opéré ont été égales à $0^m,037$ et à $0^m,101$ par mètre.

La représentation graphique des résultats a montré qu'ils pouvaient être reproduits avec une exactitude suffisante par les formules d'interpolation suivantes :

[1] Pente de $0^m,037$ par mètre....... $\frac{RI}{U^2} = 0,000235 + \frac{0,000053}{R}$.

[2] Pente de $0^m,101$ par mètre....... $\frac{RI}{U^2} = 0,000309 + \frac{0,000040}{R}$.

Malgré leur dissemblance apparente qui dénote l'influence de la pente sur la valeur des coefficients, les deux formules ci-dessus fournissent à très-peu près les mêmes valeurs du rapport $\frac{RI}{U^2}$, comme on peut le voir dans le tableau suivant qui contient aussi les valeurs du même rapport déduites de l'expérience.

EXPÉRIENCES SUR LA RIGOLE DE DÉCHARGE DU RÉSERVOIR DE GROSBOIS.

DÉBIT par seconde, Q_1.	PENTE PAR MÈTRE : $I = 0^m.037$.				PENTE PAR MÈTRE : $I = 0^m.101$.			
	RAYON moyen, R.	VITESSE moyenne, U.	VALEUR DE $\frac{RI}{U^2}$ d'après l'expérience.	VALEUR DE $\frac{RI}{U^2}$ d'après la formule 1.	RAYON moyen R.	VITESSE moyenne, U.	VALEUR DE $\frac{RI}{U^2}$ d'après l'expérience.	VALEUR DE $\frac{RI}{U^2}$ d'après la formule 2.
m	m	m				m		
0.749	0.1294	2.737	0.000630*	0.000501	0.0989	3.747	0.000712*	0.000494
1.498	0.1889	3.494	0.000573	0.000532	0.4424	4.930	0.000591	0.000582
2.247	0.2272	4.131	0.000493	0.000452	0.1767	5.694	0.000550	0.000458
2.996	0.2597	4.696	0.000455	0.000493	0.2017	6.429	0.000493	0.000466
Moyennes.......			0.000507	0.000491			0.000545	0.000485

Les pentes des canaux et des rigoles atteignant rarement $0^m,037$ par mètre, et presque jamais $0^m,101$ par mètre ; l'on voit que la formule [1] pourra être employée dans la plupart des cas où les revêtements seront de même nature que dans la rigole dont il est ici question.

123. *Formules pratiques d'interpolation.* — La discussion des nombreuses expériences rapportées par M. Bazin, montre que la formule binome

$$RI = aU + bU^2$$

adoptée par Prony et par Eytelwein, non plus qu'aucune formule monôme à coefficients constants, indépendants de la nature des parois et de la pente, ne peuvent représenter les résultats de l'observation ; d'une autre part la formule

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{R}$$

proposée par M. Darcy et appliquée par M. Bazin, quoique plus voisine de l'exactitude, ne peut être d'accord avec l'observation qu'autant que ses coefficients α et β recevront pour chaque cas particulier des valeurs spéciales.

Or, la nature, l'état des parois, la quantité plus ou moins grande et sans cesse variable d'herbes qui les recouvre, sont autant de causes indépendantes, dont il n'est possible à aucune théorie ni à aucune formule de tenir compte.

Il faut donc de toute nécessité se contenter de réduire le nombre des cas spéciaux à admettre à un petit nombre, qui se rapportent aux circonstances les plus ordinaires de la pratique, et chercher à déduire de l'ensemble des expériences des formules usuelles d'interpolation d'une exactitude suffisante.

Pour y parvenir et pour relier autant que possible les observations antérieures aux nouvelles, M. Bazin fait remarquer d'abord que, d'une part, Dubuat avait opéré sur de petits canaux en bois, et que ce sont ses expériences qui ont servi de base à la formule de Prony, tandis que les hydrauliciens allemands ont expérimenté principalement sur de grands cours d'eau.

Classant ensuite entre eux les canaux, selon la nature de leurs parois, il distingue quatre types principaux auxquels il cherche à rattacher tous les autres ; ce sont les suivants :

1° Parois très-unies (ciment lissé, bois raboté avec soin, etc.).

2° Parois unies (pierres de taille, briques, planches, ciment mélangé de sable, etc.).

3° Parois peu unies en maçonnerie de moellons.

4° Parois en terre.

Il ne s'est occupé d'ailleurs que des canaux à section rectangulaire ou en trapèze.

De la discussion de tous les résultats des expériences qui peuvent rationnellement se rattacher à l'un des quatre types précédents, M. Bazin a déduit les formules pratiques suivantes :

1er type, parois très-unies...... $\frac{RI}{U^2} = 0,0001 \left\{ 1 + \frac{0,03}{R} \right\}$

2e type, parois unies.......... $\frac{RI}{U^2} = 0,00019 \left\{ 1 + \frac{0,07}{R} \right\}$

3e type, parois peu unies...... $\frac{RI}{U^2} = 0,00024 \left\{ 1 + \frac{0,25}{R} \right\}$

4e type, parois en terre........ $\frac{RI}{U^2} = 0,00028 \left\{ 1 + \frac{1,25}{R} \right\}$

Puis, en représentant graphiquement d'abord les lignes droites dont les formules expriment l'équation en les désignant par des lettres particulières, et reportant sur ces figures tous les résultats des expériences anciennes ou nouvelles, selon que, par la nature des canaux où elles ont été faites, elles se rapportent à l'un ou à l'autre de ces quatre types, il fait voir que les résultats de tous les observateurs peuvent être, avec une exactitude suffisante pour la pratique, reproduits par la formule correspondante. C'est ce que justifient les figures de la Pl. III.

Il y a même cela de remarquable que l'une des figures qui semble représenter avec le plus d'exactitude les résultats des observations est la ligne droite, figure 1, sur laquelle sont reportés les résultats des expériences sur les canaux ou rivières à parois en terre, dues à Dubuat sur le canal du Jard et sur la rivière de Hayne, à Funk sur le Weser, à M. Baumgarten sur le canal de Marseille, sur la Seine dans deux expériences exécutées, en 1851-52, par M. Villevert, sous la direction de M. Poirée, ingénieur des ponts et chaussées, et en 1852-53 par M. Bonnet, sous la direction de M. Léveillé, ingénieur des ponts et chaussées; sur la Saône, en 1858-59, sous la direction de M. Léveillé, ingénieur des ponts et chaussées, et enfin ceux des six séries spéciales d'expériences exécutées par M. Bazin sur les rigoles de Chazilly et de Grosbois du canal de Bourgogne.

A l'exemple de Prony, M. Bazin a cru devoir calculer des tables destinées à faciliter les calculs relatifs au mouvement uniforme de l'eau dans les canaux.

Les formules d'interpolation auxquelles il est parvenu étant de la forme

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{R}$$

d'où l'on tire

$$RI = \left(\alpha + \frac{\beta}{R}\right) U^2$$

et

$$U = \sqrt{\frac{RI}{\alpha + \frac{\beta}{R}}}$$

et comme on le verra au n° suivant

$$U = V - 14\sqrt{RI}$$

d'où

$$\frac{U}{V}=\frac{1}{1+14\sqrt{\alpha+\frac{\beta}{R}}}$$

Il a calculé pour les quatre types de canaux auxquels il propose de rapporter les différents cas de la pratique.

1° Deux tables faisant connaître pour toutes les valeurs du rayon moyen R que l'on peut rencontrer dans la pratique, les valeurs correspondantes de $\alpha+\frac{\beta}{R}$ et de $\sqrt{\alpha+\frac{\beta}{R}}$

2° Deux tables donnant les valeurs du rapport $\frac{U}{V}$ de la vitesse moyenne à la vitesse maximum pour les différentes valeurs du rayon moyen R ou du coefficient $\alpha+\frac{\beta}{R}$.

Ces tables peuvent être utiles, mais les formules sont assez simples et d'un usage assez commode pour qu'elles ne soient pas nécessaires aux ingénieurs.

124. *Rapport entre la vitesse moyenne et la vitesse maximum.* — Une autre recherche fort importante pour les applications, c'est celle du rapport qui existe dans un courant d'eau entre la vitesse moyenne U et la vitesse maximum V déduite de l'observation directe faite le plus souvent à l'aide de flotteurs.

On sait, en effet, que dans la plupart des cas l'on est réduit pour le jaugeage des cours d'eau à déterminer par ce moyen la vitesse V à la surface, à en conclure à l'aide de la formule empirique donnée par Prony

$$\frac{U}{V}=\frac{V+2,372}{V+3,153}$$

la vitesse moyenne U que l'on multiplie ensuite par la surface du profil moyen du cours d'eau dans la portion où l'on a opéré.

Or, cette formule empirique n'a été déduite par Prony que des expériences faites par Dubuat sur de petits canaux en bois et ne saurait évidemment convenir à tous les cas, puisqu'il est maintenant bien démontré par les études de M. Darcy et de M. Bazin que la résistance des parois, qui a une grande influence

sur la valeur du rapport $\frac{U}{V}$, varie beaucoup avec la nature de ces parois.

Il était donc nécessaire d'étudier la marche que ce rapport avait pu suivre dans les nouvelles et nombreuses recherches de M. Bazin et cette question présentait par elle-même des difficultés assez grandes.

En effet, quoique dans les cours d'eau les filets animés de la vitesse maximum soient généralement très-près de la surface, l'on sait cependant que dans les courants profonds cette vitesse maximum ne se trouve qu'à une distance de la surface d'autant plus grande que la profondeur est plus considérable par rapport à la largeur. Il y a longtemps que les bateliers du Rhin et nos pontonniers savent qu'un bateau chargé et ayant un fort tirant d'eau marche en descendant plus vite que l'eau qui le soutient ou que les corps flottants à la surface.

Il suit de là que les observations faites avec des flotteurs ne donnent pas toujours la valeur de la vitesse maximum, à moins qu'ils ne soient convenablement immergés.

D'une autre part, quand, à l'inverse, le courant n'a qu'une petite profondeur, pour peu que le flotteur soit épais, la plus grande vitesse étant alors très-près de la surface, il est très-difficile de contrôler les indications des flotteurs par celles du tube jaugeur, qui ne sont exactes que quand ce tube est suffisamment immergé.

L'on comprend par ce peu de mots la difficulté du problème d'hydraulique expérimentale que se proposait d'étudier M. Bazin et la nécessité où il s'est trouvé de choisir parmi les séries d'expériences dont il disposait, celles qui étaient le moins exposées aux anomalies résultant des deux causes principales, que nous venons d'indiquer, ainsi que de quelques autres moins importantes.

L'examen général des résultats d'observation lui ayant, dès l'abord, montré que le rapport $\frac{U}{V}$ diminuait à mesure que la résistance de la paroi augmentait, il en a conclu qu'il devait exister entre le rapport $\frac{V}{U}$ et le rapport $\frac{RI}{U^2}$, qu'il a désigné par A, une relation de la forme

$$\frac{V}{U} = 1 + f\left(\frac{RI}{U^2}\right)$$

attendu que $\frac{V}{U}$ doit évidemment être égal à l'unité, quand $f\left(\frac{RI}{U^2}\right)$ sera nul.

Parmi les formes que peut prendre la fonction inconnue, l'une des plus simples étant

$$f\left(\frac{RI}{U^2}\right) = K\sqrt{\frac{RI}{U^2}}$$

dans laquelle K serait un coefficient constant, M. Bazin a recherché si effectivement cette formule ne serait pas assez d'accord avec les résultats de l'observation, pour qu'au moyen d'une valeur déterminée du coefficient K, le rapport $\frac{V}{U}$ pût être représenté par la formule

$$\frac{V}{U} = 1 + K\sqrt{\frac{RI}{U^2}}.$$

Or, en tirant de cette formule

$$K = \frac{\frac{V}{U} - 1}{\sqrt{\frac{RI}{U^2}}}$$

et, en calculant, d'après les observations pour lesquelles les valeurs de la vitesse déterminée à l'aide des flotteurs et contrôlée avec le tube jaugeur ont offert le plus de régularité, M. Bazin a trouvé que, si la valeur du coefficient K varie un peu avec celle du rapport $\frac{RI}{U^2}$, elle ne s'éloigne cependant guère de la valeur moyenne $K = 14.3$, ou plus simplement $K = 14$, tant que $\frac{RI}{U^2}$ n'excède pas 0,001000, ce qui est le cas le plus général.

Il suit de là que le rapport de la vitesse maximum observée près de la surface à la vitesse moyenne U serait donné entre les limites des observations les plus régulières, par la formule

$$\frac{V}{U} = 1 + 14\sqrt{\frac{RI}{U^2}}$$

d'où l'on peut tirer

$$V - U = 14\sqrt{RI}$$

ou

$$U = V - 14\sqrt{RI}$$

Cette formule montre que le rapport $\frac{V}{U}$ de la vitesse près de la surface à la vitesse moyenne s'accroît :

Proportionnellement à la racine carrée du rayon moyen R;

Proportionnellement à la racine carrée de la pente I par mètre courant;

Et en raison inverse de la vitesse moyenne U.

Dans les canaux dont la largeur est très-grande par rapport à la profondeur d'eau, le rayon moyen diffère très-peu de cette profondeur et alors le rapport $\frac{V}{U}$ croît proportionnellement à la racine carrée de la profondeur.

125. *Comparaison des résultats de la formule précédente avec les résultats fournis par la formule de Prony et par l'expérience.* — La question, dont il s'agit ici, ayant pour le jaugeage des cours d'eau une grande importance, puisque, la plupart du temps, l'on ne peut déterminer que la vitesse à la surface à l'aide de flotteurs, il était nécessaire de mettre en regard les résultats directs de l'observation avec ceux de la formule de Prony et ceux de la nouvelle formule. C'est ce qu'a fait M. Bazin dans un tableau que nous reproduisons ici, en y joignant l'indication des vitesses de superficie pour lesquelles la comparaison a été faite.

DÉSIGNATION DES SÉRIES.	LIMITES entre lesquelles la vitesse à la surface a varié.	VALEURS de $\frac{U}{V}$			DIFFÉRENCE entre les valeurs de $\frac{U}{V}$ obtenues par l'observation et par le calcul.	
		D'après l'expérience.	D'après la nouvelle formule.	D'après la formule de Prony.	formule nouvelle.	formule de Prony.
Série n° 24. Moyenne des exp. nos 8.10.11	1.92 à 2.099	0.841	0.857	0.852	−0.016	−0.011
— n° 25. Id. nos 8.11	1.840 à 1.952	0.855	0.847	0.846	+0.008	+0.009
— n° 1. Expérience n° 1	3.512	0.890	0.844	0.885	[illegible]	−0.032
— n° 2. M. des exp. nos 7.8.9.10.11.12	2.030 à 2.416	0.817	0.844	0.869	−0.027	−0.052
— n° 26. Id. nos 8.13	1.712 à 1.916	0.828	0.837	0.846	−0.009	−0.018
— n° 1. Expérience n° 2		0.857	0.831	0.848	+0.026	+0.009
— n° 22. Moyenne des exp. nos 8.10.12	2.595 à 2.721	0.808	0.828	0.869	−0.020	−0.061
— n° 21. Id. nos 8.10.12	1.607 à 1.800	0.827	0.825	0.839	+0.002	−0.012
— n° 23. Id. nos 8.10.12	2.470 à 2.741	0.815	0.825	0.868	−0.010	−0.053
— n° 10. Id. nos 5.6.7	2.467 à [illegible]	0.822	0.825	0.866	−0.003	−0.044
— n° 11. Id. nos 5.6.7	2.832 à 3.169	0.821	0.824	0.874	−0.003	−0.053
— n° 9. Id. nos 5.6.7	1.518 à 1.748	0.816	0.823	0.837	−0.007	−0.021
— n° 7. Id. nos 7.8.9.10.11.12	2.314 à 2.700	0.788	0.822	0.863	−0.037	−0.078
— n° 8. Id. nos 7.8.9.10.11.12	2.545 à 3.075	0.807	0.822	0.872	−0.015	−0.065
— n° 6. Id. nos 7.8.9.10.11.12	1.586 à 1.990	0.806	0.821	0.843	−0.015	−0.037
— n° 19. Id. nos 6.9.11	1.859 à 2.310	0.807	0.819	0.854	−0.012	−0.047
— n° 20. Id. nos 3.4	3.075 à 3.179	0.810	0.813	0.877	−0.003	−0.067
— — Id. nos 1.2	2.217 à 2.835	0.793	0.805	0.863	−0.012	−0.070
— n° 12. Id. nos 5.6.7	1.471 à 1.660	0.779	0.794	0.834	−0.015	−0.055
— n° 13. Id. nos 5.6.7	2.226 à 2.570	0.771	0.787	0.859	−0.016	−0.088
— n° 14. Id. nos 5.6.7	2.560 à 2.925	0.759	0.779	0.868	−0.020	−0.109
— n° 44. Id. nos 3.4	0.632 à 0.688	0.822	0.779	0.821	+0.048	+0.001
— n° 27. Id. nos 7.9.10	1.210 à 1.392	0.815	0.772	0.827	+0.043	−0.012
— n° 33. Id. nos 3.4	5.41 à 6.15	0.755	0.766	0.913	−0.011	−0.158
— n° 4. Id. nos 7.8.9.10.11.12	1.964 à 2,328	0.732	0.763	0.853	−0.031	−0.121
— n° 35. Id. nos 4.5	4.049 à 4.478	0.765	0.746	0.895	+0.029	−0.130
— n° 33. Id. nos 1.2	3.49 à 4.55	0.775	0.744	0.891	+0.031	−0.116
— n° 1. Expérience n° 7		0.716	0.740	0.815	−0.024	−0.099
— n° 15. Moyenne des exp. nos 5.6.7	1.137 à 1.186	0.750	0.734	0.821	+0.016	−0,071
— n° 44. Id. nos 1.2	0.315 à 0.507	0.777	0.730	0.789	+0.047	−0.012
— n° 5. Id. nos 7.8.9.10.11.12		0.714	0.729	0.846	−0.015	−0.132
— n° 49. Id. nos 3.4	0.568 à 0.589	0.745	0.728	0.791	+0.017	−0.046
— n° 16. Id. nos 5.6.7	1.845 à 2.060	0.720	0.717	0.847	+0.003	−0.127
— n° 49. Id. nos 1.2	0.417 à 0.540	0.700	0.712	0.785	−0.012	−0.085
— n° 35. Id. nos 1.2.3	2.547 à 3.766	0.704	0.710	0.876	−0.006	−0.172
— n° 17. Id. nos 5.6.7	1.997 à 2.392	0.724	0.708	0.854	+0.016	−0.130
— n° 42. Id. nos 3.4	0.656 à 0.714	0.672	0.703	0.800	−0.031	−0.128
— n° 42. Moyenne des expér. nos 3.4	0.748 à 771	0.666	0.692	0.800	−0.026	−0.134
— n° 34. Id. nos 4.5	3.644 à 3.800	0.707	0.687	0.886	+0.020	−0.179
— n° 41. Id. nos [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	−0.186
— n° 37. Id. nos 3.4	0.916 à 0.991	0.610	0.679	0.810	−0.069	−0.200
— n° 38. Id. nos 3.4	0.930 à 0.982	0.598	0.660	0.810	−0.062	−0.212
— n° 40. Id. nos 1.2	0.408 à 0.578	0.663	0.659	0.789	+0.004	−0.126
— n° 37. Id. nos 1.2	0.570 à 0.916	0.642	0.657	0.797	−0.015	−0.155
— n° 36. Id. nos 3.4	0.819 à 0.893	0.554	0.651	0.805	−0.097	−0.251
— n° 41. Id. nos 1.2	0.480 à 0.614	0.620	0.651	0.789	−0.031	−0.169
— n° 48. Id. nos 1.2	0.567 à 0.663	0.599	0.647	0.793	−0.048	−0.194
— n° 38. Id. nos 1.2	0.643 à 0.790	0.623	0.642	0.798	−0.018	−0.175
— n° 34. Id. nos 1.2.3	1.952 à 3.345	0.640	0.632	0.867	+0.008	−0.227
— n° 40. Id. nos 3.4	0.884 à 0.948	0.544	0.623	0.808	−0.078	−0.264
— n° 36. Id. nos 1.2	0.635 à 0.756	0.476	0.592	0.797	−0.119	−0.321
— n° [illegible]. Id. nos 1.2	0.651 à 0.796	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	−0.284

NUMÉROS DES SÉRIES et des EXPÉRIENCES.	LIMITES entre lesquelles les vitesses V ont varié.	VALEURS DU RAPPORT $\frac{U}{V}$			DIFFÉRENCE entre les valeurs de U obtenues par l'observation ou par le calcul.	
		d'après l'expérience.	d'après la nouvelle formule.	d'après la formule de Prony.	Formule nouvelle.	Formule de Prony.
Série n° 24. Moyennes des expériences 8, 10 et 11.........	1^m92 à 2^m099	0^m841	0^m857	0^m852	—0.016	—0.011

L'examen de ce tableau montre que si la formule de Prony s'accorde assez bien avec l'observation, lorsque la résistance des parois est peu considérable, comme il était facile de le prévoir, puisqu'elle a été déduite d'expériences faites sur des canaux en bois, il n'en est plus de même à mesure que cette résistance augmente. L'on peut s'en assurer en comparant la moyenne des différences inscrites dans les deux dernières colonnes du tableau précédent : 1° pour les 37 premières séries d'expériences auxquelles correspondent des valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ inférieures à 0,001000 et pour les 15 dernières séries correspondantes au contraire à des valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ plus grandes que 0,001000. C'est ce que montre le résumé suivant.

	FORMULE NOUVELLE.	FORMULE DE PRONY.
Moyennes des différences pour les 37 premières valeurs (ce sont celles qui ont servi à déterminer le coefficient K)...................	^{m} — 0.002	^{m} — 0.067
Moyennes des différences pour les quinze dernières valeurs............................	— 0.046	— 0.206

Il convient de faire remarquer, avec M. Bazin, que l'erreur que l'on peut commettre en appliquant la formule qu'il propose

aux 15 expériences où la valeur de $\frac{RI}{U^2}$ dépasse 0,001000 n'atteint pas en moyenne 0,05 ou 0,097 de sa plus petite vitesse moyenne U = 0m,515 observée dans ces 15 expériences, tandis que celle que peut donner la formule de Prony s'élève en moyenne à 0,205 ou à 0,398 de cette plus petite vitesse et que parfois elle atteint plus de la moitié de la valeur de la vitesse déduite de l'observation.

Il résulte donc de cette discussion que la relation entre la vitesse maximum observée près de la surface à l'aide de flotteurs ou d'autres moyens et la vitesse moyenne peut être représentée avec l'exactitude nécessaire pour les applications par la formule

$$V - U = 14\sqrt{RI} \quad \text{ou} \quad U = V - 14\sqrt{RI}.$$

Lorsqu'il s'agit du jaugeage d'un cours d'eau l'on peut déterminer par l'observation directe les quantités V, R et I et par conséquent la vitesse moyenne U, qu'il suffit ensuite de multiplier par l'aire de la section transversale pour obtenir le débit, sans qu'il soit nécessaire alors de tenir compte de la résistance des parois dont l'influence est implicitement comprise dans les valeurs qu'ont prises les quantités connues.

En joignant la formule précédente à celles qui, pour les quatre types auxquels on peut rapporter la plupart des canaux, dont on veut étudier le régime ou que l'on veut établir dans des conditions à peu près données, on pourra résoudre les questions d'application qui se présentent à l'ingénieur, et l'on aura la certitude d'obtenir des solutions, sinon rigoureuses, au moins plus exactes que celles que l'on pouvait jusqu'ici déduire des règles connues.

126. *Recherches sur la résistance que l'air exerce sur la surface d'un courant.* — L'on a souvent attribué à cette résistance une influence assez considérable pour qu'il pût être nécessaire d'en tenir compte et M. Darcy s'était aussi proposé d'étudier cette question assez délicate en même temps que la répartition des vitesses, soit dans une même section transversale, soit dans une section longitudinale.

Pour y parvenir, il fit faire en 1857 un tuyau rectangulaire, auquel il donna 0m,80 de largeur sur 0m,50 de hauteur, et plus tard, en 1859, M. Bazin en fit établir un deuxième de 0m,48 de

largeur sur 0^m,30 de hauteur. On détermina d'abord les volumes d'eau débités par ces tuyaux coulant à gueule bée sur une pente donnée, puis on enleva leur paroi supérieure et l'on y fit de nouveau couler l'eau à surface découverte.

D'autres expériences spéciales ayant montré que dans l'écoulement par les tuyaux pleins les vitesses des filets placés aux mêmes distances verticales au-dessus et au-dessous de l'axe du tuyau étaient égales, il s'ensuivait qu'en supposant le profil du canal partagé en deux moitiés par une ligne horizontale il s'écoulait par chacune d'elles des volumes égaux. Cela posé, si dans le canal découvert de même largeur l'on faisait, avec la même pente motrice, couler une nappe fluide d'une épaisseur égale à la moitié de la hauteur du canal fermé, l'influence de la résistance retardatrice, que l'air pouvait exercer sur la surface, devait se manifester en rendant le volume d'eau écoulé dans le canal ouvert, inférieur à la moitié de celui qu'avait débité le tuyau plein de même largeur.

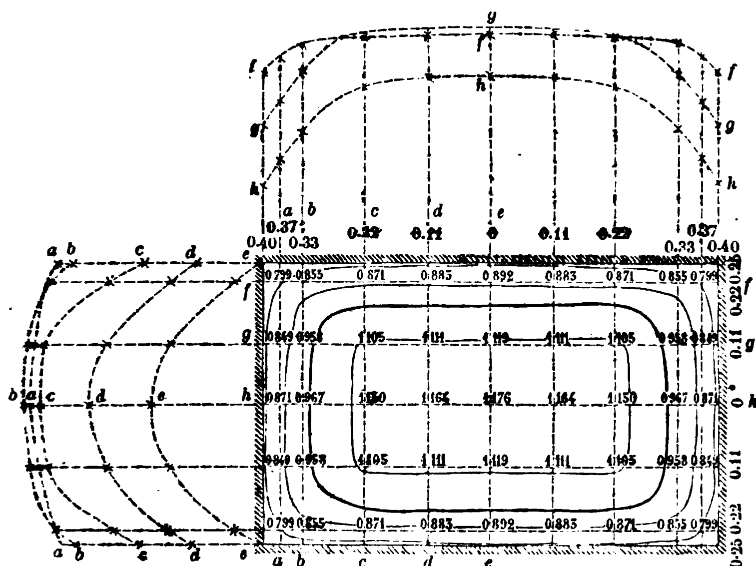
Or, deux expériences très-comparatives, faites dans les conditions que nous venons d'indiquer, ont donné les résultats suivants :

Tuyau de 0^m,80 de largeur.		Tuyau de 0^m,48 de largeur.	
Fermé.	Découvert.	Fermé.	Ouvert.
Hauteur 0^m,50	Haut^r d'eau 0^m2458	Hauteur 0^m,30	Haut^r d'eau 0^m1513
Pente 0^m,00427	Pente 0^m,00430	Pente 0^m,00627	Pente 0^m,00600
Débit 0^m,618	Débit 0^m,307	Débit 0^m,191	Débit 0^m,093

Ces expériences ayant été d'ailleurs faites par un temps calme, elles semblent indiquer que l'air n'oppose pas au mouvement de l'eau une résistance assez notable pour en contrarier l'écoulement; du moins en ce qui concerne le volume d'eau débité.

Mais il n'en est pas à beaucoup près de même, quant à la répartition des vitesses des filets fluides, qui traversent une même section.

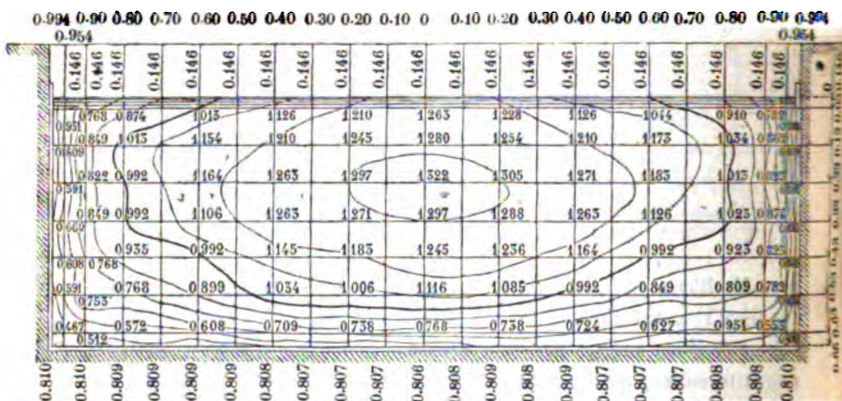
Des expériences nombreuses faites avec beaucoup de soin



par M. Bazin, à l'aide du tube jaugeur de M. Darcy, et par lesquelles il a déterminé les vitesses en 45 points symétriquement répartis d'un même profil transversal, lui ont d'abord montré, comme nous l'avons indiqué plus haut, que la répartition de ces vitesses dans les tuyaux fermés se faisait avec une très-grande symétrie et que, à l'aide de certaines opérations graphiques très-simples, qu'il indique, en déterminant dans chacun de ces profils le lieu des filets animés d'égales vitesses, à différentes distances de l'axe du tuyau, on obtenait des courbes fermées, parfaitement symétriques et qui se rapprochaient d'autant plus de la forme de rectangles à angles arrondis et à côtés parallèles aux parois du tuyau qu'elles se rapportaient à des filets plus voisins de ces parois.

Mais M. Bazin a trouvé qu'il en était tout autrement dans les canaux découverts. Les courbes des filets d'égale vitesse les plus voisines des parois sont encore des rectangles dont les côtés verticaux s'arrêtent à peu près à angles droits à la surface; mais à mesure qu'on s'éloigne des parois et que les vitesses vont par conséquent en croissant, ces courbes tendent de plus en plus à se fermer vers leur partie supérieure, et elles viennent

couper la surface du liquide sous des angles de plus en plus aigus. Enfin quand la profondeur du courant atteint ou dépasse le tiers de la largeur du canal, les courbes les plus voisines du milieu et dans lesquelles la vitesse est la plus grande, se ferment complétement et limitent ainsi une sorte de noyau fluide central, dont tous les filets traversent le profil avec une même vitesse supérieure à celle de tous ceux de la surface. Cette tendance des courbes à se fermer est d'autant plus sensible que la résistance des parois est plus considérable ou que lesvitesses s ont moin dres.



Des effets analogues se manifestent avec tous les profils de canaux et la forme seule de ces courbes est influencée par celle du canal.

M. Bazin, en déterminant ces courbes d'égale vitesse, a eu soin de distinguer celle qui est relative aux filets animés de la vitesse moyenne, mais elle ne présente pas de circonstances particulières.

Les expériences délicates dont nous venons d'indiquer en peu de mots les résultats les plus saillants montrent d'une manière évidente, comme le fait très-bien remarquer M. Bazin, que la distribution des vitesses dans un courant découvert est beaucoup plus compliquée qu'on aurait pu le penser, en voyant la régularité parfaite avec laquelle elles se répartissent au contraire dans l'intérieur d'un tuyau fermé.

Comment ces différences dans les vitesses des filets qui traversent une même section et leur répartition dans cette section se produisent-elles, sans que le volume d'eau débité paraisse en être influencé, ainsi que semblent le prouver les observations comparatives faites entre les débits des tuyaux fermés et des canaux découverts dont nous avons rapporté plus haut les résultats?

Nous l'ignorons encore, mais si ce fait important était bien établi et pouvait être vérifié dans des conditions plus diverses encore que celles qui ont été offertes par les deux expériences que nous avons rapportées, il s'ensuivrait cette conséquence remarquable et conforme d'ailleurs aux principes généraux de la mécanique que les tourbillonnements, les mouvements intérieurs des filets liquides les uns par rapport aux autres n'altéreraient en rien le mouvement général de la masse liquide écoulée.

La science expliquera et pourra même peut-être soumettre à l'analyse ces phénomènes délicats et complexes, dont quelques-uns ont déjà été signalés par divers hydrauliciens.

Quoi qu'il en soit, M. Bazin ayant eu le soin de déterminer pour un grand nombre de profils réguliers rectangulaires ou circulaires, sept, huit et jusqu'à dix courbes de situation des filets animés de vitesses égales, il a fourni par ce long et patient travail aux géomètres, qui voudront s'occuper de la recherche des lois de la répartition des vitesses dans les nappes fluides, des *données* précieuses, qui leur manquaient jusqu'à ce jour, pour vérifier l'exactitude des hypothèses que l'on peut faire sur ces phénomènes délicats.

127. *Variation de la vitesse des filets fluides dans une même verticale.* — M. Bazin s'est aussi occupé de cette recherche, qui a été tentée par beaucoup d'hydrauliciens, et il a employé à cet effet le tube jaugeur de M. Darcy, à l'aide duquel on peut obtenir des indications plus exactes et surtout beaucoup plus comparables entre elles que celles que fournissent les autres moyens mis en usage. Mais les canaux sur lesquels il a fait ses observations ne présentaient malheureusement que des profondeurs d'eau comprises entre $0^m,107$ à $0^m,350$, avec des vitesses moyennes respectivement égales à $2^m,509$ et à $1^m,675$, c'est-à-dire comprises entre des limites beaucoup trop restreintes pour

qu'il lui ait été possible de démêler la véritable loi de la variation des vitesses.

De la discussion des observations, qu'il lui a été possible de faire, M. Bazin a pensé pouvoir déduire que l'excès de la vitesse V à la surface sur la vitesse v d'un filet situé à une profondeur h au-dessous de cette surface, dans un canal de pente I et de profondeur H données, variait comme le carré de la profondeur h et était exprimée par la formule

$$V - v = \sqrt{RI}.\ K\left(\frac{h}{H}\right)^2,$$

dans laquelle

V, est la vitesse maximum supposée très-voisine de la surface;

v, la vitesse d'un filet situé à la profondeur h;

H, la profondeur totale du courant;

K, un coefficient constant peu différent de 20.

On tire de cette formule :

$$v = V - \frac{K}{H^2}\sqrt{RI} \times h^2.$$

Ce qui montre que la vitesse à une profondeur donnée h, croît à mesure que la profondeur totale augmente, mais non d'une quantité constante ou que le paramètre $\frac{K}{H^2}\sqrt{RI}$, de la parabole dont l'abscisse est $V - v$ varie avec la profondeur H au lieu de rester constant, comme le pense un savant ingénieur qui a proposé une théorie du mouvement uniforme des eaux courantes.

La formule précédente ne s'applique d'ailleurs qu'à des cas où la vitesse maximum est très-voisine de la surface, ce qui est celui des expériences discutées par M. Bazin.

Elle s'éloigne un peu de celle que M. Boileau a, de son côté, cru pouvoir déduire d'expériences faites aussi sur de faibles profondeurs d'eau et d'après laquelle la relation géométrique entre les profondeurs et les vitesses de différents filets situés sur une même verticale, serait aussi représentée par une courbe à peu près parabolique, dont le sommet correspondant à la plus

grande vitesse serait, pour les cas observés par cet officier, à une profondeur voisine du cinquième de celle de l'eau dans le canal.

Il serait, comme on le voit, à désirer que, profitant de la facilité que donne le tube jaugeur de M. Darcy, d'obtenir la vitesse des filets situés à toutes les profondeurs, M. Bazin ou quelqu'autre ingénieur, placé dans des circonstances favorables, pût opérer sur un grand cours d'eau, tel que le Rhin ou le Rhône, et étendre ces recherches entre des limites assez larges pour qu'il fût possible de démêler la véritable loi des variations des vitesses des filets qui passent dans une même verticale.

128. *Vitesse de fond.* — Outre l'intérêt que cette question présente au point de vue purement scientifique, comme elle conduirait à la connaissance, au moins très-approchée, de la vitesse de fond, elle pourrait avoir pour l'art de l'ingénieur une véritable utilité.

En effet, en supposant dans cette formule $h = H$, ce qui doit donner la vitesse au fond du canal, que nous appellerons W, on a

$$W = V - 20\sqrt{RI},$$

et, en rapprochant cette dernière formule de celle qui donne la relation entre la vitesse moyenne et la plus grande vitesse qui est, comme nous l'avons vu,

$$V = U + 14\sqrt{RI},$$

l'on en déduit, pour la vitesse de fond,

$$W = U - 6\sqrt{RI},$$

formule qui doit être substituée à celle de Dubuat, laquelle revient à

$$W = 2U - V = U - 14\sqrt{RI},$$

et conduirait à estimer la vitesse de fond beaucoup trop bas, ce qui peut avoir des inconvénients graves.

129. *Nouvelles formules du mouvement uniforme de l'eau dans les canaux.* — Les considérations générales sur les mouvements

gyratoires que produisent les aspérités des parois des canaux et des tuyaux de conduite, d'accord avec les expériences discutées par M. Bazin conduisent donc à des formules différentes de celles de Prony et qui nous semblent devoir être adoptées à l'avenir.

En raisonnant d'ailleurs comme au n° 105, nous admettrons que la résistance des parois d'un canal est proportionnelle :

1° A la densité du fluide, égale à 1000 kilog.

2° Au périmètre mouillé S.

3° A la longueur développée L du canal.

4° Au carré de la vitesse moyenne.

5° A un facteur $\left(\alpha+\frac{\beta}{R}\right)$, dans lequel α et β sont des coefficients dépendant de la nature des parois et $R=\frac{A}{S}$, le rapport de la section transversale A au périmètre mouillé S, ou ce que l'on nomme le rayon moyen.

D'après cela, l'expression de cette résistance sera :

$$1\,000\,SLU^2\left\{\alpha+\frac{\beta}{R}\right\},$$

et le travail qu'elle développera en une seconde sera :

$$1\,000\,SLU^2\left\{\alpha+\frac{\beta}{R}\right\}U.$$

Le mouvement de l'eau dans le canal étant supposé uniforme et celui que développe la gravité en une seconde étant

$$1000\,QH^{km},$$

l'on doit avoir la relation

$$1000\,QH=1000\,SLU^2\left\{\alpha+\frac{\beta}{R}\right\}U;$$

d'où, à cause de $Q=AU$, l'on tire

$$\frac{A}{S}\frac{H}{L}=\left\{\alpha+\frac{\beta}{R}\right\}U^2;$$

ou, d'après les notations

$$\frac{A}{S}=R \text{ et } \frac{H}{L}=I,$$

$$RI=\left\{\alpha+\frac{\beta}{R}\right\}U^2,$$

relation dans laquelle on devra pour les applications, introduire pour α et β les valeurs numériques correspondantes à celui des quatre types de parois auxquels se rapportent celles du canal que l'on aura à considérer.

130. *Application des formules à un canal à section en trapèze.* — Supposons qu'un canal doive débiter un volume d'eau $Q=3^{mc},50$ par seconde et que la vitesse moyenne U y soit de $0^m,70$ en 1″ avec une profondeur d'eau $H=1^m,00$ et des talus à 45°. L'on déduira d'abord de ces données :

$$A=\frac{Q}{U}=\frac{3^{mc},50}{0,70}=5^{mq},00 \text{ et } S=6^m,86, \text{ d'où } R=\frac{A}{S}=0,729.$$

L'introduction de ces données dans les formules relatives aux quatre types principaux des courants nous donnera :

1er type.. $I=\frac{U^2}{R}0,0001\left\{1+\frac{0,03}{R}\right\}=0^m,00007,$ puis $\sqrt{RI}=0,00224.$

2e type.. $I=\frac{U^2}{R}0,00019\left\{1+\frac{0,07}{R}\right\}=0^m,00014,$ puis $\sqrt{RI}=0,0101.$

3e type.. $I=\frac{U^2}{R}0,00024\left\{1+\frac{0,25}{R}\right\}=0,000216,$ puis $\sqrt{RI}=0,0125.$

4e type.. $I=\frac{U^2}{R}0,00028\left\{1+\frac{1,25}{R}\right\}=0^m,00051,$ puis $\sqrt{RI}=0,01925.$

D'où l'on déduira pour le

1er type,	vitesse maximum,	$V=0^m,773$;	vitesse de fond,	$W=0^m,686$
2e type,	—	$V=0^m,840$;	—	$W=0^m,640$
3e type,	—	$V=0^m,875$;	—	$W=0^m,624$
4e type,	—	$V=0^m,969$;	—	$W=0^m,584$

L'on voit par ces chiffres que, pour un même débit et une même section, la vitesse maximum croît, et que la vitesse de fond diminue à mesure que la résistance des parois augmente.

131. *Limites de la vitesse que l'eau peut atteindre sans dégrader le fond des canaux.* — Il résulte des observations de Dubuat et d'autres ingénieurs que les matériaux qui constituent le sol des canaux sont entraînés aux vitesses indiquées dans le tableau suivant :

NATURE DU FOND.	LIMITES de la vitesse.
	m.
Terres détrempées, brunes	0.076
Argiles tendres	0.152
Sables	0.305
Graviers	0.609
Cailloux	0.614
Pierres cassées, silex	1.220
Cailloux agglomérés, schistes tendres	1.520
Roches en couches	1.830
Roches dures	3.050

Il importe donc que la vitesse au fond des canaux n'atteigne jamais les vitesses indiquées dans ce tableau pour chaque sol, même en temps de crues.

132. *Vitesse de l'eau à l'extrémité des coursiers qui accompagnent les orifices.* — Quoique la présence d'un coursier n'altère pas la dépense dans les cas ordinaires où les charges sur le seuil sont considérables, la vitesse de sortie n'en est pas moins diminuée à une certaine distance de l'orifice, et peut ensuite être modifiée par la pente et par la résistance des parois. Il est d'ailleurs important de connaître la vitesse avec laquelle le liquide arrive sur les récepteurs hydrauliques, et par conséquent il faut, au préalable, déterminer celle qu'il possède à l'extrémité du coursier qui le guide depuis cet orifice.

133. *Perte de vitesse après l'orifice.* — Après sa sortie, et à une

distance ordinairement supérieure à deux fois la plus petite dimension de l'orifice, la veine fluide s'épanouit à peu près comme dans les ajutages cylindriques, et occupe toute la largeur du canal. Sa vitesse diminue en raison inverse de l'accroissement de la section transversale, de sorte qu'en appelant, comme par le passé, O l'aire de cette section à une petite distance en aval de l'orifice, et A l'aire de cet orifice, on aura, de même que pour les ajutages (n° 37), la vitesse moyenne U dans la section O par la formule

$$U = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{1+\left(\frac{O}{mA}-1\right)^2}}.$$

La section O ne peut pas, ici, comme pour les tuyaux, se déduire immédiatement de la dimension du coursier, parce que la surface supérieure du liquide est libre. Il faudra donc la mesurer directement, ce qui, dans beaucoup de cas, ne présentera pas de difficulté, et alors la formule ci-dessus donnera la vitesse U avec l'exactitude désirable.

Mais il y a des cas où l'on ne peut obtenir facilement cette mesure directe : tels sont ceux des roues à aubes planes et des roues à aubes courbes recevant l'eau à leur partie inférieure, et qui, la plupart du temps, sont trop voisines de l'orifice pour qu'on puisse aborder celui-ci en aval. Dans des cas pareils, et comme estimation approximative, on supposera que $O = A$; ce qui ramènera la formule à celle des tuyaux additionnels

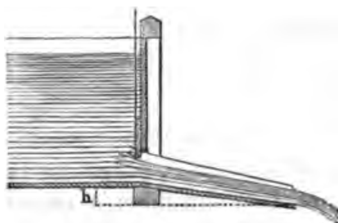
$$U = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}}.$$

Exemple. $H = 1^m,10$. $m = 0,64$; on a

$$\frac{1}{0,64} = 1,562, \left(\frac{1}{0,64}-1\right)^2 = 0,316, \qquad \frac{1}{\sqrt{1,316}} = \frac{1}{1,147},$$

$$U = \frac{\sqrt{19,61 \times 1,10}}{1,147} = 4^m,05.$$

134. *Observation.* — La contraction n'étant jamais nulle à la sortie de l'orifice, on voit que, par la présence du coursier, il y a toujours une perte de vitesse et de force vive, ce qui équivaut, comme on sait, à une perte du travail moteur. On remarquera que cette perte sera d'autant moindre que le multiplicateur m sera plus grand ou que la contraction aura été supprimée sur un plus grand nombre de côtés. On voit par là l'avantage qu'il y a, dans tous les vannages de roues hydrauliques, à diminuer la contraction.



135. *Vitesse à l'extrémité du coursier.* — Si le coursier est très-court, et que sa pente soit sensible, en nommant h celle qu'il a depuis le seuil de l'orifice jusqu'à l'extrémité, et en négligeant l'influence de la résistance des parois, vu la faible longueur du coursier, on déterminera d'abord, comme on vient de le dire, la vitesse U vers l'orifice à une distance égale à deux ou trois fois sa plus petite dimension, et de ce point à l'extrémité du coursier on aura, par le principe des forces vives, en nommant u la vitesse cherchée

$$M(u^2 - U^2) = 2Mgh,$$

M étant la masse d'eau dépensée en 1″, d'où

$$u = \sqrt{U^2 + 2gh} = \sqrt{2g(H+h)},$$

en appelant H la hauteur due à la vitesse U.

Si l'on peut aborder le dessus du coursier, on prendra le profil de la section d'eau vers son extrémité, en un point où il n'y ait pas de dénivellation, s'il verse à l'air libre, et alors, en divisant la dépense connue Q de l'orifice par l'aire de cette section, on aura directement la vitesse moyenne u à l'extrémité du coursier.

136. *Coursier d'une grande longueur.* — Lorsque les coursiers ont une certaine longueur, la résistance des parois exerce une influence qu'il n'est plus permis de négliger; mais comme le

mouvement s'accélère ou se retarde, et n'a pas le temps de parvenir à l'uniformité, ce n'est que comme moyen d'approximation que l'on peut employer les règles relatives au mouvement uniforme dans les canaux. Pour simplifier les calculs, on pourra admettre que la résistance des parois est proportionnelle au carré de la vitesse, et représentée par l'expression

$$\frac{1000}{g}\,\mathrm{SL}b\mathrm{U}_1^2,$$

dans laquelle on fera $b=0{,}0035$,

U_1 étant une vitesse moyenne, que l'on substituera à la vitesse variable pour estimer approximativement l'influence de la résistance des parois.

Pour déterminer cette vitesse moyenne, on calculera d'abord, comme dans le cas précédent, la vitesse u, qui aurait lieu à l'extrémité du canal, en négligeant la résistance des parois. Cette vitesse sera plus grande que la vitesse réelle, et l'on prendra pour vitesse moyenne la moyenne arithmétique $\frac{\mathrm{U}+u}{2}$ entre elle et la vitesse à l'origine du coursier. Alors la résistance des parois aura pour expression

$$\frac{1000}{g}\,\mathrm{SL}\times 0{,}0035\left(\frac{\mathrm{U}+u}{2}\right)^2,$$

et le travail qu'elle développera dans l'unité de temps sera

$$\frac{1000}{b}\,\mathrm{SL}\times 0{,}0035\left(\frac{\mathrm{U}+u}{2}\right)^2\times\left(\frac{\mathrm{U}+u}{2}\right)=\mathrm{M}\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{A}}.0{,}0035\left(\frac{\mathrm{U}+u}{2}\right)^2,$$

attendu qu'en nommant toujours M la masse de l'eau dépensée, l'on a

$$\mathrm{M}g=1000\,\mathrm{A}\left(\frac{\mathrm{U}+u}{2}\right);$$

d'où

$$\frac{1000}{g}\times\frac{\mathrm{U}+u}{2}=\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{A}}.$$

D'après cela le principe des forces vives donnera, en appe-

tant U' la vitesse cherchée à l'extrémité du coursier et h la pente,

$$M(U'^2-U^2)=2Mgh-2\times M\frac{SL}{A}0,0035\left(\frac{U+u}{2}\right)^2;$$

d'où l'on tire

$$U'=\sqrt{U^2+2gh-0,007\frac{SL}{A}\left(\frac{U+u}{2}\right)^2}.$$

Exemple. Dans le cas de l'exemple précédent n° **135**, où l'on avait $H=1^m,10$, $m=0,64$, ce qui avait donné $U=4^m,05$, si la largeur de l'orifice était de $1^m,00$ et sa hauteur de $0^m,25$, la dépense serait

$$Q=0,64\times1^m,00\times0^m,25\sqrt{19\,62\times1^m,10}=0^{mc},743.$$

Si $h=0^m,35$, $L=7^m$, la vitesse u, calculée en négligeant d'abord la résistance des parois, serait

$$u=\sqrt{(4,05)^2+19,62\times0^m,35}=4^m,823;$$

d'où l'on déduit

$$\frac{U+u}{2}=\frac{4,05+4,823}{2}=4^m,436,$$

et par suite

$$A=\frac{Q}{\frac{U+u}{2}}=\frac{0^{mc},743}{4^{mc},436}=0^{mq},167.$$

Le coursier étant supposé avoir la même largeur que l'orifice, on a

$$S=1^m+2\times0^m,25=1^m,50,$$

et alors

$$0,007\frac{S}{A}L.\left(\frac{U+u}{2}\right)^2=8,66,$$

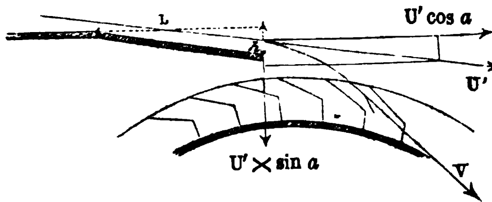
et enfin

$$U'=\sqrt{(4,05)^2+19,62\times0,35-8,66}=2^m,15.$$

137. *Cas où l'on peut aborder la partie supérieure du canal.* — Lorsque l'on pourra atteindre la partie supérieure et l'extrémité du canal, il sera évidemment plus facile et plus exact de relever

le profil transversal de la veine liquide un peu en amont de l'endroit où se produit la dénivellation de la surface, et, en divisant la dépense Q de l'orifice par l'aire de cette section, on aura la vitesse moyenne en cet endroit.

138. *Vitesse d'arrivée de l'eau sur les roues hydrauliques.* — A partir de l'extrémité des coursiers, l'eau qu'ils versent sur les roues hydrauliques est soumise à l'action de la pesanteur, et se meut en ligne courbe. Il est nécessaire, pour le calcul de l'effet utile, et surtout pour l'établissement des roues hydrauliques,



de déterminer au moins approximativement la direction et la vitesse avec lesquelles le filet moyen atteint la circonférence extérieure des roues. A cet effet, appelant toujours h la pente, et L longueur totale du coursier, la vitesse U' de l'eau à l'extrémité de ce coursier, que l'on regardera comme celle d'un filet moyen traversant le milieu de la section faite en cet endroit, et qui est parallèle au fond du coursier, pourra être décomposée en deux : l'une horizontale, égale à

$$U'\frac{\sqrt{L^2-h^2}}{L}=U'\cos a;$$

l'autre verticale

$$U'\frac{h}{L}=U'\sin a,$$

a étant l'angle d'inclinaison du coursier sur l'horizon.

Ce filet se mouvra donc dans le sens de l'horizontale avec une vitesse uniforme

$$U'.\cos a=U'.\frac{\sqrt{L^2-h^2}}{L},$$

et, au bout d'un temps T, aura parcouru dans le sens horizontal, en vertu de cette vitesse, un espace

$$x=U'\cos a.\,T.$$

Dans le sens vertical, sa vitesse initiale s'accroît, par l'effet de la gravité de quantités proportionnelles au temps, et au bout du temps T elle est

$$U'\frac{h}{L}+gT$$

et l'espace parcouru dans ce sens après le même temps est

$$y=U'\frac{h}{L}T+\frac{1}{2}gT^2.$$

A l'aide de ces deux relations, il est donc facile de calculer les abscisses x et les ordonnées y de la courbe décrite par le filet moyen correspondantes aux mêmes valeurs du temps T; mais, en mettant dans la seconde pour T sa valeur

$$T=\frac{x}{U'\cos a'}$$

tirée de la première, elle devient

$$y=\frac{gx^2}{2U'^2\cos^2 a}+x.\text{tang}\, a=\frac{gL^2x^2}{2U'^2(L^2-h^2)}+x.\frac{h}{\sqrt{L^2-h^2}},$$

ce qui donnera directement la relation entre les abscisses et les ordonnées de la courbe du filet moyen, ou l'équation de cette courbe.

En prenant ensuite sur une ligne horizontale menée par le centre de la section, où l'on a déterminé la vitesse U', des longueurs égales à $x=0^m,05$, $0^m,10$, $0^m,20$, $0^m,30$, etc. on déduira par la relation ci-dessus les valeurs correspondantes de y ou des ordonnées de la courbe du filet moyen, que l'on tracera ainsi par points un peu au delà de sa rencontre avec la circonférence extérieure de la roue.

On obtiendrait donc par le tracé la position de ce point de rencontre, et en appelant h' sa hauteur au-dessous de l'origine de la courbe, où la vitesse du filet moyen était U', il est facile de voir que la vitesse de ce filet à sa rencontre avec la circonférence de la roue sera

$$V=\sqrt{U'^2+2gh'}.$$

Quant à la direction de cette vitesse, elle sera évidemment celle de la tangente à la courbe du filet moyen qu'on peut mener à la règle au point de rencontre avec la circonférence extérieure; on connaîtra donc cette vitesse d'arrivée de l'eau en grandeur et en direction, et l'on en déduira l'angle qu'elle forme avec la vitesse de la circonférence extérieure.

139. *Cas où la vitesse* U' *est horizontale.* — Si le coursier est horizontal, ou s'il s'agit d'un déversoir, la vitesse U' est horizontale; alors $h=0$, et la relation ou l'équation ci-dessus se réduit à

$$y=\frac{g \cdot x^2}{2\, U'^2}.$$

Pour les déversoirs il convient d'ajouter que la hauteur ou l'épaisseur de la lame d'eau qui passe par dessus est 0,80 H environ, quand le déversoir a la même largeur que le canal, ce qui convient pour les roues hydrauliques, et qu'alors le filet moyen est à 0,6 H au-dessous du niveau du réservoir, ce qui donne pour la vitesse moyenne à l'origine de la courbe décrite par le filet moyen

$$U'=\sqrt{19.62\times 0,6\,H},$$

vitesse dirigée dans le sens horizontal.

Exemple. Supposons qu'il s'agisse d'une roue hydraulique de $3^m,50$ de diamètre, dont l'axe soit à $0^m,25$ en avant de la verticale, qui passe par l'extrémité du coursier, et que cette extrémité soit à $0^m,02$ au-dessus du sommet de la roue; soit $U'=3^m,00$ l'épaisseur de la lame d'eau $=0^m,10$, et le coursier incliné à $\frac{1}{12}$, de sorte que

$$\text{tang}\, a=\frac{1}{12}=0,083, \quad \cos a=0,995,$$

on a pour l'équation de la courbe

$$y=\frac{9,81\times x^2}{2\times(3\times 0,995)^2}+0,083x=0,55x^2+0,083x.$$

En se donnant les valeurs suivantes de x :

$$x=0^m,100,\quad 0^m,200,\quad 0^m,300,\quad 0^m,400,\quad 0^m,500,\quad 0^m,600,$$

on en déduit

$$y=0^m,014,\quad 0^m,038,\quad 0^m,074,\quad 0^m,121,\quad 0^m,178,\quad 0^m,248.$$

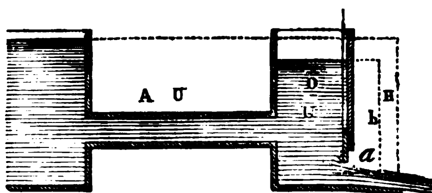
L'intersection de la courbe, ainsi déterminée, avec la circonférence extérieure de la roue, est à $0^m,07$ au-dessous de l'origine de la courbe, et, la hauteur due à la vitesse initiale de $3^m,00$ étant $0^m,46$, la hauteur totale à laquelle est due la vitesse cherchée est $0^m,53$, et par conséquent cette vitesse est de $3^m,23$ en $1''$.

140. *Des cabinets d'eau.* — On emploie quelquefois dans les usines, pour amener l'eau sur les roues hydrauliques, des tuyaux de conduite qui passant au-dessus ou au-dessous du sol, établissent une communication entre le réservoir principal et un petit réservoir particulier appelé *cabinet d'eau*, placé immédiatement auprès de la roue, et qui y verse l'eau par une vanne ordinaire. Cette disposition occasionne toujours entre le niveau du réservoir et celui du cabinet d'eau une différence ou perte de chute qu'il est nécessaire de pouvoir calculer, et de renfermer dans des limites convenables par de bonnes proportions.

Nommant toujours

A l'aire de section du tuyau supposée constante, et égale à celle de l'orifice d'entrée, qui reste constamment ouvert;

U la vitesse moyenne dans le tuyau;



O l'aire de la section du cabinet d'eau faite perpendiculairement au sens général du mouvement de transport du fluide: dans le cas de la figure actuelle ce serait le profil vertical perpendiculaire à la direction du canal;

U' la vitesse moyenne dans cette section;

a l'aire de l'orifice ouvert dans le cabinet;

v la vitesse moyenne de sortie à cet orifice;

m le multiplicateur de la dépense à l'entrée du tuyau;

m' — — — à l'orifice du cabinet;

H la hauteur du niveau du réservoir au-dessus du centre de l'orifice du cabinet versant par hypothèse à l'air libre;

h la hauteur du niveau du cabinet au-dessus du même point,

On remarque d'abord qu'il se fait à l'entrée du tuyau une perte de force vive exprimée pour chaque masse M écoulée en 1″ par

$$M\left(\frac{1}{m}-1\right)^2U^2,$$

d'après ce que l'on a vu au nº 37.

Au débouché du tuyau dans le cabinet il se fait une nouvelle perte de force vive (nº 41) exprimée par

$$M(U-U')^2.$$

Enfin à sa sortie l'eau possède la force vive Mv^2.

La somme des forces vives communiquées, en regardant toujours celle qu'elle possède dans le réservoir comme négligeable, est donc

$$Mv^2+M\left(\frac{1}{m}-1\right)^2U^2+M(U-U')^2,$$

ou, à cause de $m'av=AU=OU'$,

$$Mv^2\left[1+\frac{m'^2a^2}{A^2}\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{m'^2a^2}{A^2}\left(1-\frac{A}{O}\right)^2\right].$$

D'un autre côté, le travail développé par la gravité sur le liquide depuis le réservoir jusqu'à sa sortie de l'orifice est MgH, et le travail consommé par la résistance des parois en 1″ peut être exprimé par

$$\frac{1000\,LS}{g}b.U^2.U,$$

en faisant $b = 0{,}0035$, comme on le verra plus loin quand nous parlerons des tuyaux.

En appliquant donc à ce mouvement du fluide le principe des forces vives, on a la relation

$$\mathrm{M}v^2\left[1+\frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}\left(1-\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{O}}\right)^2\right]$$

$$= 2\,\mathrm{M}g\mathrm{H} - 2\,\frac{1000\,\mathrm{SL}}{g}\,0{,}0035\,\mathrm{U}^2,$$

ou, en se rappelant que

$$\mathrm{M} = \frac{1000\,\mathrm{AU}}{g}$$

et divisant tout par M

$$\left[1+\frac{m^2a^2}{\mathrm{A}^2}\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}\left(1-\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{O}}\right)^2\right]$$

$$= 2g\mathrm{H} - \frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{A}}\,0{,}007\,\mathrm{U}^2.$$

Or, de plus, on a

$$v^2 = 2gh \quad \text{et} \quad \mathrm{U}^2 = \frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}\times v^2 = \frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}.2gh.$$

De sorte que cette relation se réduit à

$$\mathrm{H}-h = \frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}\left[\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\left(1-\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{O}}\right)^2+0{,}007\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{A}}\right]h.$$

Dans la plupart des cas de la pratique, l'aire de section du tuyau est assez petite par rapport à la section du cabinet d'eau pour que le rapport $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{O}}$ puisse être négligé vis-à-vis de l'unité, et la formule se réduit à

$$\mathrm{H}-h = \frac{m'^2a^2}{\mathrm{A}^2}\left[\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+1+0{,}007\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{A}}\right]h.$$

Dans l'application de ces formules, il faut s'assurer que la distance entre l'extrémité du tuyau et l'orifice de sortie est au moins deux à trois fois la dimension du tuyau de conduite : car

il résulte d'expériences inédites de M. Poncelet que, quand cette distance est moindre, et surtout quand l'orifice de la vanne est plus grand que la section transversale du tuyau, le liquide passe du tuyau à l'orifice sans tourbillonnements et sans perte sensible de force vive.

Exemple. Il y avait, il y a quelques années, à la scierie de l'arsenal de Metz, un semblable cabinet d'eau, pour lequel on avait

$$m' = 0,67;\quad m = 0,62,\quad a = 0^{mk},0682,\quad A = 0^{mq},25,$$

$$L = 7^{m},60,\quad S = 2^{m},00,\quad h = 1^{m},625.$$

La formule donne

$$H - h = \left(\frac{0,67 \times 0,0682}{0,25}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{0,62} - 1\right)^2 + 1 + 0,007 \times \frac{2^{m} \times 7,60}{0,25}\right] 1^{m},625$$
$$= 0^{m}.0978.$$

La mesure directe a donné $H - h = 0^{m},100$.

On voit d'ailleurs que, pour diminuer cette perte dans les cas où l'usage d'un cabinet d'eau serait commandé par les localités, il faudra augmenter l'aire de section du tuyau par rapport à l'aire de l'orifice, et diminuer le plus possible la longueur de ce tuyau, ainsi que la contraction à tous les passages.

Établissement des canaux.

141. *Établissement des canaux d'usine.* — Dans cette question d'application, comme il importe de réduire la vitesse moyenne U à une valeur qui, pour les usines, est presque toujours indiquée par les conditions locales ou par l'économie, on adoptera généralement la valeur $U = 0^{m},50$ à $0^{m},60$, et l'on calculera la dimension du canal en conséquence, d'après le volume d'eau qu'il devra débiter.

Une aussi faible vitesse correspondant presque toujours à une pente par mètre excessivement petite, l'on n'aura pas même à se préoccuper de celle qu'il conviendra de donner au fond du canal, qu'il sera permis, dans la plupart des cas, de tenir de niveau. On pourra d'ailleurs calculer la pente par mètre courant

et la pente totale comme nous l'avons fait au n° **129** en appliquant les formules de M. Bazin.

Si la nature du sol ou la disposition du terrain dans lequel le canal devrait être creusé obligeait à en restreindre beaucoup les dimensions, et à donner à la vitesse moyenne U une valeur assez grande, le calcul de la pente deviendrait indispensable. C'est ce qui arrive dans les pays de montagnes, où les canaux sont établis souvent sur des pentes assez abruptes et parfois taillées dans le roc.

Si, par exemple, il s'agissait d'un canal à creuser dans le roc pour débiter un volume d'eau $Q = 1^{mc},00$ en $1''$, en admettant que la vitesse moyenne fût $U = 1^m,50$, et en donnant au canal à section rectangulaire une largeur de $1^m,20$, la profondeur en devrait être de $0^m,555$, et l'on aurait

$$A = \frac{1^{mc},00}{1^m,50} = 0^{mq},666$$

puis

$$S = 2^m,31 \quad R = 0^m,288.$$

La formule relative au quatrième type des parois très-résistantes donnerait

$$I = \frac{(1^m,50)^2}{0^m,288} 0^m,00028 \left\{ 1 + \frac{1^m,25}{0^m,288} \right\} = 0,0031 \text{ par mètre.}$$

L'on voit que si le canal avait 500^m de longueur, la pente totale, qui serait une perte sur la chute, s'élèverait à

$$500 \times I = 1^m,55.$$

Mais dans les pays de montagnes, les chutes disponibles sont généralement assez grandes pour qu'on puisse faire un semblable sacrifice à l'économie de l'établissement d'un canal de prise d'eau.

142. *Cas où la section transversale du canal est donnée.*—Lorsque le volume d'eau à débiter est donné, et que les dimensions du canal sont fixées par des conditions particulières, la vitesse moyenne est alors déterminée par la relation $U = \frac{Q}{A}$ et il ne reste

plus à régler que la pente convenable pour que le mouvement soit uniforme.

143. *Aire du profil transversal du canal.* — Dans les cas ordinaires, la vitesse étant déterminée par les conditions indiquées ci-dessus, et le volume d'eau à débiter étant connu, on en déduira l'aire A de la section transversale par la relation

$$A = \frac{Q}{U}.$$

144. *Proportions des canaux.* — Pour les canaux en bois ou en maçonnerie à section rectangulaire, la proportion de la largeur du fond à la hauteur d'eau doit être déterminée par la condition que la résistance des parois soit un minimum, ce qui conduit à faire la largeur b double de la profondeur h, et donne $b = 2h$, et par suite $A = bh = 2h^2$; d'où la profondeur

$$h = \sqrt{\frac{A}{2}}$$

Pour les canaux en terre avec talus, il convient, en général, pour la facilité du creusement, que la largeur au fond soit comprise entre quatre et six fois la profondeur d'eau.

Il est bien évident qu'il n'est d'ailleurs ici question que des canaux d'usines, et nullement des canaux de navigation, dont la profondeur dépend du tirant d'eau des bateaux qui doivent les parcourir, et la largeur de celle de ces mêmes bateaux.

Si l'on appelle n le rapport de la base des talus à leur hauteur, on a d'abord pour l'aire du profil de la section d'eau

$$A = bh + nh^2;$$

puis, selon que l'on fera

$$b = 4h, \qquad b = 5h, \qquad b = 6h,$$

on aura

$$A = h^2(4 + n), \qquad A = h^2(5 + n), \qquad A = h^2(6 + n).$$

On choisit d'ailleurs le rapport de b à h d'après les circonstances locales, telles que la nature du sol, la facilité plus ou

moins grande de faire les déblais, la chute totale disponible, etc. Quelquefois même la profondeur du canal est donnée d'avance par des conditions particulières de localité.

Quant au talus des terres, exprimé par le rapport n de la base à la hauteur, il dépend de la nature des matériaux et du sol.

Pour des perrés ordinaires, on fait $n=0,50$; pour des terres fortes on prend $n=1$, mais pour des terres ordinaires, et le plus souvent par prudence, on fait $n=2$.

Des relations précédentes on déduira respectivement pour

$$b=4h, \qquad b=5h, \qquad b=6h.$$

$$h=\sqrt{\frac{A}{4+n}} \qquad h=\sqrt{\frac{A}{5+n}} \qquad h=\sqrt{\frac{A}{6+n}}$$

145. *Périmètre mouillé.* — La largeur et la profondeur du canal étant déterminé, on en déduit le périmètre mouillé S, qui est pour

$n=0.$	$n=0,50.$	$n=1.$	$n=2.$
$S=b+2b.$	$S=b+2b\sqrt{1.25}$ ou $S=b+2.23h.$	$S=b+2h\sqrt{2}$ ou $S=b+2.83h.$	$S=b+2h\sqrt{5}$ ou $S=b+4.47h.$

146. *Vannes de prise d'eau et de garde.* — On établit ordinairement à l'origine des canaux d'usine des vannes de prise d'eau pour régler le volume à admettre dans le canal, volume qui est souvent déterminé par un règlement d'eau. Ce règlement statue que, quand le niveau sera à hauteur d'un repère fixe donné, et habituellement déterminé par l'élévation de la crête d'un déversoir de superficie établi sur le réservoir principal, les vannes ne devront laisser passer qu'un volume d'eau déterminé correspondant à une fraction donnée du produit total connu de la rivière au moment de l'étiage ou des plus basses eaux. Il faut donc que les orifices de prise d'eau soient disposés et limités de telle sorte qu'il ne puisse pas y avoir abus ou fraude à cette époque, où, le produit de la rivière étant au minimum,

il importe à chaque partie prenante que les autres ne dépensent que leur part de la force motrice.

Pour pouvoir calculer avec le degré d'exactitude convenable le volume d'eau admis dans un canal en pareille circonstance, il convient d'employer pour les vannes de prise d'eau des orifices noyés avec charge sur le sommet, pour lesquels la dépense se détermine, comme on sait, par la formule (n° 14),

$$Q = m\,LE\,\sqrt{2g(H - H')}.$$

La différence de niveau H — H' du réservoir principal au canal étant d'ailleurs toujours une perte de chute pour l'usine placée sur ce canal, il est de l'intérêt du propriétaire de cette usine de la rendre un minimum. Mais pour dépenser des volumes un peu considérables, il est difficile de faire H — H' plus petit que $0^m,10$ à $0^m,08$ sans tomber dans de trop grandes largeurs ou ouvertures d'orifice. On connaîtra donc le facteur

$$\sqrt{2g\,(H - H')}.$$

La hauteur E de l'orifice devra être égale à la profondeur d'eau dans le canal de l'usine, qui est déterminée par ce qui précède. Par conséquent de la formule ci-dessus on tirera la largeur.

$$L = \frac{Q}{m\,E\sqrt{2g(H - H')}}.$$

On se rappellera d'ailleurs que, pour atténuer la perte de force vive en aval de l'orifice, il convient de disposer les abords de cette ouverture de manière que la contraction soit annulée sur le fond et sur les deux côtés verticaux, ce qui en pareil cas s'obtient tout naturellement, parce qu'on doit établir le radier à fleur du seuil, et les côtés des orifices dans le prolongement des faces des bajoyers ou des piles.

La différence H — H' de niveau devant rester constante, on placera le côté supérieur de l'orifice à la hauteur H — H' au-dessous de la crête du déversoir régulateur et du niveau des eaux du canal de l'usine. Il sera d'ailleurs prescrit à l'usine alimentée par le canal de travailler à un niveau constant et affleurant au moins le côté supérieur de l'orifice.

Soit par exemple

$$Q = 4^{mc},25, \quad E = 1^m,00, \quad H - H' = 0^m,10.$$

La contraction étant supprimée sur trois côtés, il semblerait d'abord que l'on dût admettre pour le coefficient ou multiplicateur de la dépense la valeur $m = 0,68$ environ ; mais il faut remarquer qu'ici l'eau coulant dans un canal à pente et à section constante, son mouvement est sensiblement uniforme, la vitesse à peu près la même pour tous les filets et toutes les hauteurs, de sorte que cette vitesse commune est due à la différence des niveaux d'amont et d'aval, ce qui conduit à prendre pour m la valeur 0,560 *, on a alors

$$L = \frac{4^m,25}{0,560 \times 1^m \times 1^m,40} = 5^m,421.$$

On pourra partager cette largeur en trois orifices, à chacun desquels on donnerait $1^m,807$, ou en quatre orifices de $1^m,355$.

Les vannes de prise d'eau à l'origine des canaux placés sur des rivières sujettes à des crues ou torrentielles doivent en même temps servir de vannes de garde pour empêcher l'introduction des hautes eaux et des corps flottants. Il faut donc qu'elles aient une fausse vanne formant retenue, dont l'arête supérieure, ainsi que les surfaces de bajoyers et celle des digues environnantes, soit au-dessus des plus hautes eaux. Quelquefois dans les pays de montagnes, où les ruisseaux entraînent des arbres et même des rochers en temps de crues, il sera prudent de faire précéder ces vannages d'une estacade solide en charpente, disposée de manière à rejeter ces corps dans le courant principal.

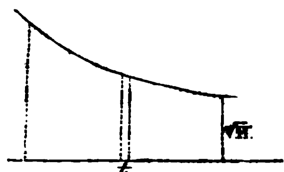
Dépense d'eau sous des charges variables.

147. *Dépense d'eau faite par un orifice ouvert dans un réservoir dont le niveau varie pendant l'écoulement.* — Les règles que l'on a

* On ne doit cependant pas dissimuler que la détermination du multiplicateur de la dépense présente dans ce cas quelque incertitude qu'il serait fort utile de faire cesser par de nouvelles expériences.

données dans ce qui précède pour calculer le volume d'eau qui s'écoule par seconde ou dans un temps donné par un orifice sont spécialement relatives au cas où le niveau du réservoir reste constant; mais il importe quelquefois de savoir apprécier les circonstances de l'écoulement, quand ce niveau varie, quelle que soit d'ailleurs la loi de cette variation.

148. *Orifice avec charge sur le sommet.* — D'après la notation adoptée précédemment nos 4 et suivants, la dépense faite en 1″ par un orifice avec charge sur le sommet a pour expression



$$Q = mLE\sqrt{2gH},$$

dans laquelle la charge H sur le centre de l'orifice est variable. Si l'on considère seulement le volume écoulé dans un intervalle de temps infiniment petit t, pendant lequel on peut faire abstraction de la variation de la charge, on aura pour ce volume

$$Qt = mLEt\sqrt{2gH} = 4,4292\, mLEt\sqrt{H}.$$

Pour obtenir la somme de tous les volumes élémentaires écoulés au bout d'un temps T quelconque, on peut avoir recours à la formule de Simson : car il est évident que, si l'on prend les temps pour abscisses d'une courbe qui ait pour ordonnées les valeurs de $\sqrt{H}$ correspondantes, le produit élémentaire $t\sqrt{H}$ représentera l'aire du petit trapèze élémentaire correspondant à l'ordonnée $\sqrt{H}$ et au temps infiniment petit t. Par conséquent, si l'on a pu tracer la courbe des valeurs de $\sqrt{H}$, correspondantes à tout l'intervalle de temps T, sa quadrature donnera pour cet intervalle la somme de toutes les valeurs de $t\sqrt{H}$, et par suite la dépense totale, en la multipliant par 4,4292 m LE. On aura donc, d'après la formule connue de Simson, en partageant, par exemple, l'intervalle de temps ou l'abscisse totale en un nombre pair de parties égales, soit quatre, le volume écoulé dans ce temps par l'expression

$$Q = 4,4292 . mLE \frac{T}{3 \times 4}[\sqrt{H_1} + 4(\sqrt{H_2} + \sqrt{H_4}) + 2\sqrt{H_3} + \sqrt{H_5}]$$

ou

$$Q = 1,476 . m LE \frac{T}{4} [\sqrt{H_1} + 4 (\sqrt{H_2} + \sqrt{H_4}) + 2 \sqrt{H_3} + \sqrt{H_5}].$$

Pour déterminer les valeurs de H_1, H_2, H_3, etc., on observera, à l'aide d'une montre à secondes, les hauteurs variables du niveau au-dessus du seuil de l'orifice, correspondantes, s'il est possible, à des intervalles de temps égaux, et en en retranchant la moitié de la levée de la vanne on aura la charge variable sur le centre. Mais souvent il serait fort difficile de faire ces observations précisément à des intervalles de temps égaux. Dans ce cas, on les exécutera aux instants les plus favorables et d'autant plus multipliés que l'abaissement sera plus rapide, et l'on construira la courbe dont les temps sont les abscisses et les valeurs de $\sqrt{H}$ les ordonnées, d'après les résultats mêmes de l'observation. Cela fait, on déterminera graphiquement les valeurs des ordonnées ou de $\sqrt{H}$ correspondantes aux intervalles de temps égaux, et en nombre pair, entre lesquels on aura partagé le temps total, ce qui fournira les éléments à introduire dans la formule précédente.

Exemple : Soient

$$L = 1^m,00, \quad E = 0^m,30, \quad T = 3' = 180''.$$

Supposons que les charges sur le centre de l'orifice prennent les valeurs successives.

Temps....................	0"	45"	90"	135"	180"
Charges sur le centre des orifices....................	m. 1.30	m. 1.10	m. 0.81	m. 0.63	m. 0.46
Racines carrées de ces charges	1.140	1.048	0.900	0.794	0.678

Le multiplicateur de la dépense est $m = 0,603$ en moyenne, et la règle précédente donne

$$Q = 1,476 \times 0,603 \times 1^m \times 0^m,3 \times 45'' [1,140 + 4 (1,048 + 0,794) + 2 \times 0,9 + 0,678]$$
$$= 132^{m.c.}.$$

149. *Orifices en déversoir.* — Si l'orifice devant lequel le niveau varié est un déversoir, la formule qui donnerait, à

niveau constant, le volume écoulé en 1″ est, comme on sait (n° 47)

$$Q = mLH\sqrt{2gH} = 0,405 \times 4,420\,LH\sqrt{H},$$

en donnant à m sa valeur moyenne 0,405 si le déversoir est, par exemple, à arêtes vives et si ses bords sont éloignés de ceux du réservoir.

Le volume d'eau qui passera sur ce déversoir dans un élément de temps t, pendant lequel on peut regarder la charge comme constante, sera exprimé par la formule

$$Q.t = 0,40 \times 4,429LHt\sqrt{H},$$

et le volume total écoulé au bout d'un temps quelconque T sera la somme de tous les volumes élémentaires analogues. On l'obtiendra approximativement, comme dans le cas précédent, par la formule Simson, qui donnera pour cinq valeurs de H :

$$Q = 0,405\,(4.429)\,\frac{L.T}{3.4}\left[H_1\sqrt{H_1} + 4(H_2\sqrt{H_2} + H_4\sqrt{H_4}) + 2H_3\sqrt{H_3} + H_5\sqrt{H_5}\right]$$

ou

$$Q = 0,598\,\frac{L\,T}{4}\left[H_1\sqrt{H_1} + 4(H_2\sqrt{H_2} + H_4\sqrt{H_4}) + 2H_3\sqrt{H_3} + H_5\sqrt{H_5}\right].$$

Exemple : Soit $L = 15^m$, $T = 20'$, la hauteur du niveau au-dessus du seuil du déversoir prenant successivement les valeurs suivantes :

Temps écoulés...........	0″	300″	600″	900″	1200″
Hauteurs du niveau H.....	m. 1.00	m. 0.80	m. 0.62	m. 0.47	m. 0.33
Valeurs de $H\sqrt{H}$..........	1.000	0.716	0.487	0.322	0.189

La formule ci-dessus donne ensuite

$$Q = 0,598 \times 15^m\,\frac{1200}{4}\left[1 + 4(0,716 + 0,322) + 2 \times 0,487 + 0,189\right] = 16967^{mc}.$$

150. *Orifices noyés.* — Enfin, si l'orifice avec charge sur le sommet est noyé, la dépense faite par seconde sous charge constante serait, comme on sait (n° 6), donnée par la formule

$$Q = mLE\sqrt{2g(H - H')} = 4,4292.mLE\sqrt{H - H'},$$

et si la charge est variable, la dépense dans le temps élémentaire t sera

$$Qt = 4,4292 m \mathrm{LE} \sqrt{\mathrm{H}-\mathrm{H}'}.t.$$

On en déduira la dépense au bout d'un temps quelconque T d'une manière analogue à ce qui a été dit pour les cas précédents, en observant ou en déterminant, à l'aide de constructions graphiques, les valeurs simultanées des charges H et H' en amont et en aval de l'orifice, et en employant la formule

$$Q = 1,476.m\,\mathrm{LE}\frac{\mathrm{T}}{4}\left[\sqrt{\mathrm{H}_1-\mathrm{H}'_1}+4\left(\sqrt{\mathrm{H}_2-\mathrm{H}'_2}+\sqrt{\mathrm{H}_4-\mathrm{H}'_4}\right)+2\sqrt{\mathrm{H}_3-\mathrm{H}'_3}+\sqrt{\mathrm{H}_5-\mathrm{H}'_5}\right].$$

Exemple : L $=0^m,70$, E$=0^m,60$, T$=5'$, quand les charges d'amont et d'aval sur le centre de l'orifice prennent les valeurs successives suivantes :

Tours		0"	75	150"	225"	300"
		m	m	m	m	m
Valeurs de	H	2.00	1.75	1.33	1.13	0.94
	H'	0.05	0.75	9.83	0.89	0.94
	H − H'	1.35	1.00	0.50	0.24	0.00
	$\sqrt{\mathrm{H}-\mathrm{H}'}$	1.16	1.00	0.707	0.49	0.00

La formule donne ensuite, en faisant $m=0,625$, comme pour les écluses

$$Q = 1,476\,(0,625)\,0^m,7\,(0^m,6)\,\frac{300''}{4}\,[1,16+4(1+0,49)+2(0,707)+0] = 248^{mc}.$$

151. *Orifice qui verse d'abord à l'air libre et qui est ensuite noyé.* — Enfin si, comme cela arrive pour les écluses, l'orifice commence par verser à l'air libre, et se trouve noyé au bout de quelque temps, on partagera le calcul du volume d'eau écoulé en deux périodes : la première relative à la durée pendant laquelle l'orifice verse à l'air libre, et la seconde pendant laquelle il est noyé. Dans la plupart des cas d'application il suffira de prendre pour moment du passage d'un cas à l'autre celui où le niveau d'aval arrivera à hauteur du centre de l'orifice.

Si l'on voulait procéder plus rigoureusement, il faudrait remarquer que l'orifice ne se noie que graduellement, et calculer à part le volume écoulé pendant cette période intermédiaire.

En appelant E′ la hauteur variable du niveau au-dessus du seuil de l'orifice, on regarderait cet orifice comme composé de deux autres, l'un inférieur et noyé de hauteur E′, dont la dépense dans chaque élément du temps t serait

$$mLE'\sqrt{2g(H-H')}.t,$$

et l'autre versant à l'air libre de hauteur E—E′, dont la dépense dans le même intervalle serait

$$mL(E-E')\sqrt{2g\left(H-\frac{(E-E')}{2}\right)}.t.$$

L'observation des valeurs de H et H′, d'où l'on déduirait celle de E′, conduirait, à l'aide de la formule de Simson, à calculer la somme de toutes les dépenses élémentaires, ou la dépense totale pendant la période qui s'écoule depuis l'instant où le niveau d'aval atteint le seuil jusqu'à celui où il arrive à hauteur du bord supérieur de l'orifice.

152. *Écoulement d'un liquide contenu dans un vase ou réservoir à section horizontale constante, qui se vide en versant à l'air libre.* — Lorsque le réservoir, qui se vide, est à section constante, on peut calculer directement le volume d'eau qui s'écoule dans un temps donné, quand on connaît la durée de l'écoulement. En effet, si l'on appelle A l'aire constante de section horizontale du réservoir, H et H′ les charges sur le centre de l'orifice, au commencement et à la fin de la période dont la durée est T, il est d'abord évident que le volume écoulé sera égal à A(H—H′), et l'on peut se proposer de déterminer la hauteur H′ quand le temps T est connu, ou le temps T nécessaire pour que le niveau s'abaisse à la hauteur H′.

Le volume écoulé dans l'élément du temps t par l'orifice est, comme on sait,

$$Qt = m.LE\sqrt{2g}\sqrt{H}.t.$$

D'une autre part le volume sorti du réservoir est A.h, en nommant h l'abaissement élémentaire du niveau pendant l'instant t, ces deux volumes devant être égaux, on a

$$Ah = mLE\sqrt{2g}\sqrt{H}.t.$$

d'où l'on tire

$$t=\frac{A}{m\mathrm{LE}\sqrt{2g}}\cdot\frac{h}{\sqrt{H}},$$

et le temps total T correspondant à une variation de niveau, H—H' sera la somme de toutes les valeurs semblables, ou de tous les éléments de temps écoulés depuis l'instant où la hauteur du niveau était H jusqu'à celui où elle est devenue H' au-dessus du centre de l'orifice. On pourra donc l'obtenir par la formule de Simson, mais le calcul intégral donne de suite *

$$T=\frac{A}{m\mathrm{LE}\sqrt{2g}}2(\sqrt{H}-\sqrt{H'})=\frac{0,451A}{m\mathrm{LE}}(\sqrt{H}-\sqrt{H'}).$$

Ce qui fournit la durée de l'abaissement du niveau H—H'.

Si la durée de l'abaissement est connue, et qu'on veuille savoir quelle a été sa hauteur, on tirera d'abord de la relation ci-dessus

$$\sqrt{H'}=\sqrt{H}-\frac{m\mathrm{LE}\sqrt{2g}}{2.A}T,$$

et par suite H', d'où l'on déduira ensuite le volume écoulé A(H—H').

Ce qui précède s'applique principalement aux écluses de navigation, pour la période où elles versent à l'air libre le liquide d'une écluse dans une autre ou dans un bief, et la formule à appliquer pour calculer la durée de l'abaissement est, tous calculs préparés

$$T=\frac{0,451.A}{m.\mathrm{LE}}[\sqrt{H}-\sqrt{H'}].$$

La valeur du multiplicateur m de la dépense se déterminera, comme il a été dit précédemment, suivant la disposition de l'orifice.

* On sait en effet que

$$\int_{H'}^{H}\frac{dH}{\sqrt{H}}=2(\sqrt{H}-\sqrt{H'}).$$

Exemple : Quel est le temps nécessaire pour vider une écluse pour laquelle on a

$$A=2^{mq},20,\ H=1^{m},20,\ H'=0^{m},30,\ L=1^{m},00,\ E=0^{m},60,$$

et deux orifices de mêmes dimensions?

Le multiplicateur de la dépense étant 0,625, la formule donne

$$T=\frac{0,451\times 220^{mq}}{0,625\times 2\times 1^{m},0\times 0^{m},60}\left(\sqrt{1,20}-\sqrt{0,30}\right)=72''5=1'\,12''\,5.$$

Partage des eaux.

153. *Règlement du partage des eaux entre plusieurs usines.* — Lorsque le volume d'eau fourni par une rivière doit être partagé dans des rapports déterminés entre plusieurs usines, il peut se présenter deux cas :

1° Celui où le volume d'eau à partager est constant, ou du moins où le partage ne doit être fait que quand le volume d'eau a atteint une valeur minimum fixée ;

2° Celui où le partage doit être fait soit dans des rapports constants, soit dans des rapports variables, mais déterminés, pour toutes les valeurs que peut acquérir le produit de la rivière depuis les eaux moyennes, ou une certaine limite supérieure, jusqu'aux plus basses eaux formant la limite inférieure.

154. *Premier cas.* — Dans le premier cas, le règlement des eaux se fera sans difficulté de la manière suivante : le volume total à partager étant déterminé, soit par des données préalables, soit par un jaugeage spécial, et la proportion à affecter à chacune des parties prenantes étant connue, on réglera les dimensions des orifices, les levées ou abaissement des vannes, et les charges sur le seuil en amont et en aval, s'il y a lieu, pour chaque orifice, de façon qu'il débite dans des conditions données le volume d'eau voulu. Le produit et la dépense étant par hypothèse constants, le niveau du réservoir ou bassin général de prise d'eau est aussi constant, ainsi que la largeur des orifices, et ces quantités sont habituellement don-

nées d'avance par la nature du moteur hydraulique ou par la disposition de la prise d'eau. Dès lors il ne reste à déterminer pour les orifices avec charge sur le sommet que la levée de la vanne ou pour les orifices en déversoir que l'abaissement de la vanne.

Une fois que ces dimensions auront été réglées, on prendra des dispositions pour qu'elles ne puissent pas être altérées, et pour que les infractions soient facilement constatées.

155. *Exemple :* Supposons qu'il s'agisse de partager le produit d'un cours d'eau égal à $6^{mc},00$ en $1''$ entre trois usines qui doivent recevoir :

La première, $2^{mc},50$ par un orifice d'une largeur $L=2^{m},00$, incliné à un de base sur deux de hauteur, dont le seuil est à $1^{m},80$ au-dessous du niveau, et pour lequel, la contraction étant annulée sur le fond et les côtés verticaux, on a $m=0,74$;

La deuxième, $2^{mc},40$ par un orifice d'une largeur $L=1^{m},50$, vertical, dont le seuil est à $1^{m},60$ au-dessous du niveau, et pour lequel le multiplicateur de la dépense soit $m=0,65$;

La troisième, $1^{mc},10$ par une vanne en déversoir de $4^{m},00$ de largeur, dont les côtés verticaux soient dans le prolongement des parois du canal, et pour laquelle on ait $m=0,443$.

On aura, d'après ces données, pour calculer les ouvertures de ces orifices, les formules suivantes, dans lesquelles E représente la levée de la vanne pour les orifices avec charge sur le sommet, et H l'abaissement de la vanne en déversoir.

Premier orifice.

$$Q=2^{mc},500=0,74\times 2^{m},00\times E\sqrt{19,62\left(1^{m},80-\frac{E}{2}\right)}.$$

Deuxième orifice.

$$Q=2^{mc},400=0,65\times 1^{m},50\times E\sqrt{19,62\left(1^{m},60-\frac{E}{2}\right)}.$$

Troisième orifice.

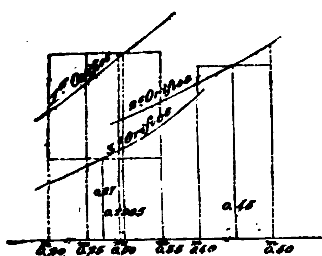
$$Q=1^{mc},100=0443\times 4^{m},00\times H\sqrt{19,62\times H}.$$

Dans ces relations la quantité inconnue à déterminer c'est la

levée E de la vanne pour les deux premiers orifices, ou son abaissement H pour le troisième; mais pour les obtenir il faudrait, pour les deux premiers cas, résoudre une équation du troisième degré.

On évitera les difficultés de ce calcul à l'aide de la méthode graphique suivante :

On se donnera pour chaque orifice des valeurs de E ou de H différentes, croissant de quantités égales, et en les substituant dans chacune de ces relations, on en déduira des dépenses d'eau correspondantes plus grandes ou plus petites que celles qui sont allouées. Dès la première substitution on reconnaîtra s'il faut augmenter ou diminuer les orifices, on le fera progressivement jusqu'à ce que l'on ait pour chacun d'eux au moins trois ou quatre dépenses, les unes plus petites, les autres plus grandes que celle qu'il doit faire. Cela posé, on prendra les levées de vannes pour abscisses, à une échelle aussi voisine que possible de la grandeur réelle, et les dépenses pour ordonnées, à l'échelle de $0^m,001$ au moins pour un litre, et, s'il se peut, à celle de $0^m,01$ par litre.



On aura ainsi une série de points pour chaque orifice, et en les réunissant par une courbe continue, on aura une partie de la loi graphique qui lie les dépenses aux ouvertures des orifices. Menant ensuite pour chacun d'eux une parallèle à la ligne des abscisses à une hauteur qui, à l'échelle, représente la dépense qu'il doit faire, cette droite rencontrera la courbe en un point dont l'abscisse sera la hauteur d'orifice correspondante à cette dépense.

En opérant comme nous venons de l'indiquer, on trouve d'abord les résultats suivants :

1er orifice.	Levées de vanne.....	0m.20	0m.25	0m.30	0m.35	»
	Dépenses...........	1mc.720	2m.120	2mc.525	2mc.929	»
2e orifice.	Levées de vanne.....	0m.30	0m.35	0m.40	0m.45	0m.50
	Dépenses...........	1mc.640	1mc.900	2mc.150	2mc.390	2mc.620
3e orifice.	Abaissem. de vanne..	1m.20	1m.25	1m.30	0m.35	1m.40
	Dépenses...........	0mc.700	0mc.980	1mc.290	1mc.625	1mc.985

Si maintenant on exécute le tracé que l'on a indiqué plus haut, on trouve pour le premier orifice que la parallèle menée de l'axe des abscisses à une distance égale à 2mc,50, qui est la dépense affectée à cet orifice, coupe la courbe qui lui correspond en un point dont l'abscisse $E = 0^m,2995$.

La même opération, exécutée pour la dépense de 2mc,400 du second orifice, donne $E = 0^m,4500$.

Enfin, pour la vanne en déversoir, la parallèle menée à la distance qui représente sa dépense, égale à 1mc,100, donne, pour l'abaissement H de cette vanne au-dessous du niveau de repère, $H = 0^m,270$.

La troisième formule donne pour la valeur de H

$$H' = \sqrt[3]{\left(\frac{1,10}{0,443 \times 4}\right)^2 \times \frac{1}{19,62}} = 0^m,269,$$

ce qui montre que cette méthode graphique donne une approximation bien suffisante pour la pratique.

156. *Cas où le partage doit être fait dans des rapports constants ou variables, et pour toutes les valeurs du produit de la rivière.* — La solution que nous venons de donner du cas où le partage a lieu d'une manière constante pour un seul volume d'eau déterminé peut s'étendre facilement au cas plus général où il s'agit de faire le partage dans des rapports donnés, constants ou variables, quel que soit le produit de la rivière. Pour en montrer un exemple qui pourra servir de solution générale, je rapporterai le projet de règlement du partage des eaux de la rivière de l'Aisne entre six usines existant à Rethel. Voici quelles étaient les conditions de ce partage :

L'Aisne éprouve en été de grandes variations dans son volume d'eau, et à Rethel elle alimente six usines qui ont un droit égal au partage. Ainsi le volume d'eau que chacune de ces usines peut dépenser est le sixième du produit de la rivière; mais, ce produit étant très-variable pendant l'été, il s'agissait de déterminer les ouvertures ou les levées de vannes simultanées à prescrire à ces usines, pour qu'en tout temps chacune d'elles ne dépensât que le sixième du volume total. Il faut ajouter que tous les orifices étaient différents de dimensions et de dispositions, et que le produit total de la rivière qu'il s'agissait de partager en tout temps ne pouvait être, du moins sans des observations et un travail prolongés, déterminé directement à chacune de ses variations. Il existait en outre de ce droit général des conventions particulières entre quelques usines, et dont on parlera plus tard.

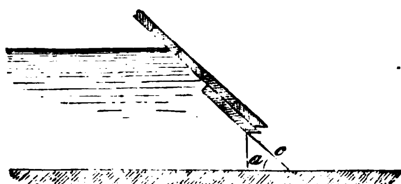
Le niveau des eaux devait être maintenu à une petite hauteur en contre-bas de la crête d'un barrage formant déversoir, de telle sorte que, pendant les reprises de travail, il ne baissât que d'une quantité telle, qu'il pût remonter à peu près à hauteur de la crête pendant les heures de repos. Cette disposition avait pour objet de ne jamais laisser à cette époque passer d'eau sur le déversoir, et de ne pas produire pendant les reprises de travail un abaissement de niveau ou une diminution de chute nuisible à tous les intérêts, et qui aurait obligé à des chômages momentanés.

Nous désignerons les usines par les lettres A, B, C, D, E, F, et nous ne nous arrêterons pas aux opérations préalables par lesquelles on a déterminé la hauteur des seuils de chaque orifice, sa largeur et sa disposition particulière. Établissons d'abord les formules propres à calculer le volume d'eau dépensé par chacune des usines.

Usine A. Le seuil est à $1^m,785$ au-dessous de la crête du barrage servant de repère. $L=1^m,16$. Le vannage est incliné à $43°34'$ sur l'horizon. On sait que, pour des vannages inclinés, où la contraction est supprimée sur le fond et les côtés, le multiplicateur de la dépense est 0,74 pour une inclinaison de 1 de base sur 2 de hauteur, ou de $63°26'$ environ, et 0,80 pour l'inclinaison de 45°. Il augmente de 0,06 pour $18°26'$, ou de 0,0032 pour chaque degré de rapprochement vers l'horizontale.

Par conséquent, on peut approximativement fixer pour cette usine le multiplicateur de la dépense à la valeur

$$m = 0{,}80 + 0{,}0032 \times 1^{\circ}433 = 0{,}805.$$



L'ouverture réelle E de l'orifice est mesurée par la perpendiculaire abaissée du bord inférieur de la vanne sur le radier, qui pour toutes ces usines est horizontal; de sorte qu'en appelant a l'angle d'inclinaison de la vanne sur le radier, et C la course de la vanne inclinée dans le sens de ses coulisses, on a

$$E = C \sin a.$$

D'après ces observations, la formule qui donnera la dépense de cet orifice sera

$$Q = 0{,}805 \times 1^{m}{,}16 \times E\sqrt{2g\left(1^{m}{,}785 - \frac{E}{2}\right)} =$$

$$0{,}805 \times 1^{m}{,}16 \times 0{,}689198C \times 4{,}4298\sqrt{1^{m}{,}785 - 0{,}3446C},$$

à cause de

$$a = 43^{\circ}34', \ \sin a = 0{,}689198, \text{ et } \frac{E}{2} = 0{,}344599C;$$

ou, en effectuant les calculs,

$$Q = 1{,}67330.C\sqrt{4^{m}{,}17992 - C}.$$

Usine B. Pour cette usine

$$H = 1^{m}{,}573, \ L = 1^{m}{,}88, \ a = 58^{\circ}31', \ \sin a = 0{,}852792,$$

$$58^{\circ}31' - 45^{\circ} = 13^{\circ}517, \ m = 0{,}800 - 13{,}517 \times 0{,}0032 = 0{,}757.$$

$$Q = 0{,}757 \times 1^{m}{,}88 \times E\sqrt{2g\left(1^{m}{,}573 - \frac{E}{2}\right)} =$$

$$0{,}757 \times 1^{m}{,}88 \times 0{,}852792.C \times 4{,}4298\sqrt{1^{m}{,}573 - 0{,}426346C},$$

ou, tous calculs faits,

$$Q = 3{,}50550C\sqrt{3^{m}{,}60910 - C}.$$

Usine C. Pour cette usine

$$H=1^m,60,\ L=1^m,38,\ a=55^0,\ \sin a=0,819152,$$

$$55^0-45^0=10,\ m=0,80-10^0\times 0,0032=0,768.$$

$$Q=0,768\times 1^m,38.E\sqrt{2g\left(1^m,60-\frac{E}{2}\right)}=$$

$$0,768\times 1^m,38\times 0,819152.C\times 4,4298\sqrt{1^m,60-0,409576C},$$

ou, tous calculs faits,

$$Q=2,45750C\sqrt{3^m,90649-C}.$$

Usine D. Pour cette usine

$$H=1^m,684,\ L=2^m,015.\ a=53^o26',\ \sin a=0,803164,$$

$$63^o26'-53^o26'=10^o,\ m=0,74+10^o\times 0,0032=0,772$$

$$Q=0,773\times 2^m,015.E\sqrt{2g\left(1^m,684-\frac{E}{2}\right)}=$$

$$0,772\times 2^m,015\times 0,803163C\times 4,498\sqrt{1^m,684-0,401583C},$$

ou, tous calculs faits,

$$Q=3,5113C\sqrt{4^m,19350-C}.$$

Usine E. Cette usine reçoit l'eau par un canal de $1^m,70$ de largeur sur $15^m,80$ de long, à l'entrée duquel il se fait une dénivellation assez sensible au-dessous du niveau du bassin général; ce qui occasionne une perte de chute et de charge sur son seuil, variable avec la dépense d'eau, et dont il faut tenir compte dans le calcul de cette dépense.

Pour apprécier cette dénivellation, que nous désignerons par h, nous rappellerons que, d'après ce que l'on a vu aux numéros 37 et suivants, il se fait à l'entrée du canal une perte de force vive exprimée par

$$M\left(\frac{1}{m}-1\right)^2,$$

de sorte que la force vive totale communiquée à la masse M de liquide qui passe en 1″ est

$$M\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]U^2.$$

Le travail développé par la pesanteur est Mgh, celui de la résistance des parois a pour expression (n° 124)

$$\frac{1000\,SL}{g}\left\{\alpha+\frac{\beta}{R}\right\}U^3.$$

L'application du principe des forces vives à ce cas conduit donc à la relation

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]=2gh-\frac{2S}{A}L\left(\alpha+\frac{\beta}{R}\right)U^2.$$

Cette équation est analogue à celle que Prony a donnée pour le mouvement uniforme des eaux dans les canaux, mais où il a négligé la perte de force vive à l'entrée, perte qui est sans influence notable pour les canaux d'une grande longueur, mais qui, au contraire, en a une assez sensible pour les canaux courts.

On tire de cette équation

$$h=\frac{U^2}{2g}\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{2S}{A}L\left(\alpha+\frac{\beta}{R}\right)U^2,\right]$$

en admettant toujours pour $\frac{\alpha}{g}$ et $\frac{\beta}{g}$ les valeurs données par M. de Darcy et rapportées au numéro 127 pour le 3ᵉ type.

L'aire A de la section d'eau et le périmètre mouillé S dépendent de la hauteur moyenne des eaux dans le canal, et, par suite, de la dénivellation, mais, comme ce canal est court, et que le terme le plus influent est celui qui se rapporte à la perte de force vive à l'entrée, on pourra admettre que ces deux quantités ont toujours la valeur qui correspond à la hauteur du niveau des eaux dans le réservoir ou bassin général, ou à celui du barrage, ce qui tendra à faire estimer A et S un peu au-dessus de leur valeur réelle, et U un peu au-dessous, mais sans occa-

sionner d'erreur notable. D'après cela, le barrage étant à $1^m,54$ au-dessus du fond du canal, on a

$$m = 0,625, \quad A = 1^m,70 \times 1^m,54 = 2^{mq},618,$$

$$S = 1^m,70 + 2 \times 1^m,54 = 4^m,78, \quad L = 15^m,80, \quad R = \frac{A}{S} = 0,546.$$

Pour chaque dépense Q on aura $U = \frac{Q}{A}$, et l'on pourra ainsi calculer approximativement les dénivellations h pour chaque valeur de la dépense Q à faire par ce canal. En donnant à Q différentes valeurs, on trouve d'abord pour les vitesses moyennes de l'eau dans le canal les valeurs approximatives suivantes :

Valeurs de Q.........	mc 0.600	mc 0.800	mc 1.000	mc 1.200	mc 1.500	mc 1.800	mc 2.000	mc 2.500
Vitesses moyennes U.	mc 0.22918	mc 0.30558	mc 0.38198	mc 0.45834	mc 0.57296	mc 0.68755	mc 0.76394	mc 0.95493

Puis, à l'aide de la formule ci-dessus, qui se réduit, tous calculs faits, à

$$h = 0,069\,U^2 + 28,83\,U^2 \left[0,00024 \left\{ 1 + \frac{0,25}{0,546} \right\} \right]$$

ou

$$h = 0,079\,U^2$$

on en déduit

Dénivellation h.......	mc 0.00440	mc 0.00770	mc 0.01190	mc 0.0179	mc 0.02610	mc 00.379	mc 0.04664	mc 0.07256

Ces valeurs pouvant n'être pas suffisantes pour tous les cas à comprendre dans le règlement des eaux, on a construit une courbe dont les abscisses étaient les dépenses d'eau, et les ordonnées les dénivellations, de sorte que du tracé de cette courbe on a pu ensuite déduire les dénivellations pour tous les autres cas, et l'on a formé la table suivante :

Q	mc 0.6	mc 0.7	mc 0.8	mc 0.9	mc 1.0	mc 1.1	mc 1.2	mc 1.3	mc 1.4	mc 1.5
h	m 0.0044	m 0.0060	m 0.0077	m 0.0096	m 0.0119	m 0.0147	m 0.0170	m 0.0200	m 0.0230	m 0.0261
Q	mc 1.6	mc 1.7	mc 1.8	mc 1.9	mc 2.0	mc 2.1	mc 2.2	mc 2.3	mc 2.4	mc 2.5
h	m 0.0300	m 0.0336	m 0.0379	m 0.0418	m 0.0466	m 0.0510	m 0.0560	m 0.0615	m 0.0670	m 0.0725

Cela fait, on avait pour données de la formule d'écoulement de cette usine

$$H = 1^m,656 - h,\ L = 1^m,235,\ a = 61°30',\ \sin a = 0,878817,$$

$$61°30' - 45° = 16°50',\ 16,50 \times 0,0032 = 0,053,$$

$$m = 0,80 - 0,053 = 0,747;$$

$$Q = 0,747 \times 1^m,235 \times E\sqrt{2g\left(1,656 - h - \frac{E}{2}\right)} =$$

$$0,747 \times 1^m,235 \times 0,878817 \times 4,5298\, C\sqrt{1^m,656 - h - 0,439408\, C},$$

ou, tous calculs faits,

$$Q = 2,37727\, C\sqrt{3^m,76876 - 2,27579 h - C}.$$

Usine F. Cette usine a une vanne en déversoir qui démasque un orifice garni de directrices en tôle d'environ $0^m,004$ d'épaisseur. La largeur totale de la vanne est de $3^m,758$, dont il faut déduire pour les saillies extérieures, les crémaillères et des barres de fer, $0^m,927$, ce qui la réduit à $2^m,831$, avec contraction latérale. Les abaissements de la vanne devant toujours être supérieurs à $0^m,22$, on peut prendre $m = 0,385$.

De l'abaissement H de la vanne au-dessous du niveau général il faut déduire l'épaisseur e des directrices, qui correspondent à cet abaissement, et dont chacune a $0^m,004$, mais seulement dans le terme relatif à l'aire théorique de l'orifice. Il résulte de là que la dépense de cet orifice sera donnée par la formule

$$Q = 0,385 \times 2,831\,(H - e)\sqrt{2gH} = 4,82819\,(H - e)\sqrt{H},$$

tous calculs faits.

On a donc les six formules suivantes relatives à chacun des orifices :

Usine A ..... $Q = 1,6733\ C\sqrt{4^m,17992 - C}$,

Usine B ..... $Q = 3,5055\ C\sqrt{3^m,60910 - C}$,

Usine C ..... $Q = 2,4575\ C\sqrt{3^m,90648 - C}$,

Usine D ..... $Q = 3,5113\ C\sqrt{4^m,19350 - C}$,

Usine E ..... $Q = 2,37727\ C\sqrt{3^m,76876 - 2,27579 h - C}$,

Usine F ..... $Q = 4,82819\,(H - e)\sqrt{H}$.

153. *Représentation et solution graphique de ces équations.* — Pour en déduire la course de la vanne de chaque usine correspondante à une dépense donnée, il faudrait résoudre une équation du troisième degré, et cela pour autant de dépenses qu'il y aurait de produits de la rivière à partager. Les propriétaires des usines demandant d'ailleurs qu'on multipliât autant que possible les séries de levées de vannes, afin de répondre à un plus grand nombre de cas, il aurait fallu, par exemple, pour 20 levées correspondantes à autant de dépenses, résoudre 120 équations de troisième degré, et l'on n'eût pas été certain encore d'avoir donné assez de solutions. Pour éviter ces calculs, et fournir un règlement qui pût répondre à tous les besoins, on a construit (pl. I) sur une même feuille et à même échelle toutes ces équations, en prenant pour chacune d'elles les courses de vannes pour abscisses, et pour ordonnées les dépenses d'eau à faire par chaque orifice. Cette construction a fourni la solution complète de la question.

En effet, en divisant chaque produit total de la rivière supposé connu par 6, on a eu la dépense à faire par chaque orifice; et la parallèle à la ligne des abscisses correspondante à cette dépense a coupé chacune des courbes en un point, dont l'abscisse était la course de vanne convenable à l'orifice correspondant pour cette dépense. Il a donc été très-facile de former le tableau suivant, qui donne vingt courses de vannes pour chaque orifice et pour autant de dépenses; et si l'expérience montre à l'avenir qu'il en faut davantage, la figure donnera le moyen d'en obtenir de suite autant qu'on le voudra.

PROJET DE RÈGLEMENT DES OUVERTURES DE VANNES DES USINES DE RETHEL POUR UN PARTAGE ÉGAL.

VOLUME d'eau à dépenser en 1″ par chaque orifice.	COURSES DES VANNES MESURÉES DANS LE SENS DU MOUVEMENT.					
	Usine A L=1m.16.	Usine B L=1m.88.	Usine C L=1m.38.	Usine D L=2m.015.	Usine E L=1.m235.	Usine F L=2m.831.
mc	m	m	m	m	m	m
0.300	0.079	0.045	0.062	0.042	0.064	0.231
0.400	0.106	0.060	0.083	0.056	0.087	0.264
0.500	0.133	0.075	0.104	0.070	0.108	0.295
0.600	0.160	0.090	0.125	0.084	0.131	0.325
0.700	0.188	0 105	0.147	0.099	0.154	0.357
0.800	0.215	0.121	0.168	0.113	0.178	0.383
0.900	0.243	0.136	0.190	0.127	0.202	0.408
1.000	0.270	0.152	0.212	0.142	0.226	0.432
1.100	0.297	0.167	0.234	0.156	0.249	0.455
1.200	0.325	0.183	0.256	0.170	0.273	0.477
1.300	0.354	0.199	0.278	0.185	0.297	0.504
1.400	0.382	0.215	0.300	0.200	0.321	0.525
1.500	0.410	0.230	0.322	0.215	0.345	0 545
1.600	0.438	0.246	0.334	0.229	0.370	0.566
1.700	0.468	0.262	0.367	0.244	0.395	0.586
1.800	0.497	0.279	0.391	0.259	0.420	6.606
1.900	0.527	0.295	0.414	0.274	0.445	0.625
2 000	0.556	0.311	0.437	0.288	0.471	0.644
2.100	0.585	0.327	0.460	0.303	0.497	0.667
2.200	0.615	0.343	0.484	0.318	0.525	0.686
2.300	0.645	0.360	0.508	0.333	0.552	0.704
2.400	0.676	0.377	0.532	0.348	0.582	0.722
2.500	0.706	0.393	0.556	0.364	0.611	0.739

154. *Emploi de ces courbes pour connaître le produit total de la rivière.* — On remarquera que cette méthode n'exige pas que l'on connaisse le produit total de la rivière qu'il s'agit de partager, et que l'application du règlement d'eau auquel elle conduit servira précisément à déterminer ce produit. A cet effet, voici comment on procéderait : Supposons qu'une série de levées de vannes ayant été adoptée un jour, on s'aperçoive que, pendant les reprises de travail, le niveau des eaux ait monté un peu et ait dépassé le barrage, ou que ce niveau se soit maintenu constant

à cette hauteur, de sorte que pendant le repos suivant, les usines ne marchant pas, l'eau se perde par-dessus le barrage; alors, pour éviter la perte d'eau produite dans ces deux hypothèses, on passera de suite à une levée supérieure, jusqu'à ce que l'on ait atteint celle pour laquelle, pendant les reprises du travail, le niveau ne baisse que d'une quantité assez faible pour que, pendant le repos, il remonte à très-peu près à hauteur de la crête. Si, à l'inverse, l'excès de la dépense sur le produit de la rivière est tel, que le niveau ne remonte pas à peu près à hauteur du barrage pendant le repos, et aille par conséquent toujours en s'abaissant, ce serait un signe qu'il faudrait passer à une série de levées moindres, sans quoi toutes les usines travailleraient avec des chutes trop faibles précisément en temps de basses eaux.

On satisfera ainsi à la condition fondamentale du règlement d'eau demandé.

Or, les variations de niveau étant très-faibles dans chaque reprise de travail, en prenant la moyenne des hauteurs du niveau sur le seuil de chacun des orifices d'ouverture constante et connue pendant cette reprise, on aura le volume d'eau débité par chaque orifice, et par suite le volume total, 6Q, débité en 1"; et, si l'on nomme T la durée en secondes de chaque reprise, le volume d'eau total dépensé par les usines sera 6QT.

D'une autre part, si le produit de la rivière en 1" est Q_1, elle aura produit dans le temps T le volume Q_1T, et en outre les orifices auront dépensé en plus un volume Q' correspondant à l'abaissement du niveau dans toute l'étendue du bassin formé par la rivière. Mais si, dans le temps T' des repos, où les usines ne dépensent pas d'eau, le bassin s'est rempli à la même hauteur, le produit de la rivière dans ce temps sera $Q_1T' = Q'$. Donc on aura

$$6QT = Q_1(T + T'),$$

d'où

$$Q_1 = \frac{6QT}{T + T'},$$

ce qui donne le produit de la rivière en 1".

Ce que nous venons de dire pour plusieurs orifices ouverts simultanément pouvant s'appliquer encore plus facilement à un seul, on voit combien cette méthode graphique serait utile pour étudier la marche des variations d'un cours d'eau.

155. *Conditions particulières à quelques usines de Rethel.* — Outre la condition générale d'un égal partage entre les six usines dont il a été question, il existait encore des conventions particulières par lesquelles l'une d'elles, l'usine C, avait le droit d'employer la nuit l'eau affectée à l'usine D. Par conséquent la nuit les levées de vannes de l'usine C devaient être telles, qu'elle pût dépenser le double de chacune des autres, ou le tiers du produit de la rivière. Pour déterminer cette levée, il suffisait donc de prendre une dépense ou une ordonnée double de celle qui servait à trouver la levée des autres usines, et le point de rencontre de la parallèle menée à cette hauteur à la ligne des abscisses avec la courbe de l'usine C donnait la levée de vanne de nuit pour cette usine.

De plus, par une autre clause, lorsque le produit de la rivière descendait au-dessous d'une certaine quantité, l'usine C avait le droit de compléter sa dépense jusqu'au minimum correspondant aux dépens de l'usine D, qui alors ne pouvait plus dépenser que l'excès de sa part sur ce qu'elle aurait fourni à l'usine C. Ainsi, par exemple, lorsque la part de chaque usine était au-dessous de $1^{mc},755$, et n'était que de $1^{mc},200$, l'usine C avait le droit de compléter sa dépense à ce chiffre de $1^{mc},755$ en prenant $0^{mc},555$ sur la part de l'usine D, qui alors n'avait plus que $1^{mc}200 - 0^{mc},555$, ou $0^{mc},645$, à employer.

Le tracé des courbes fournit de suite la solution de ce cas, en cherchant les levées de vanne qui correspondent pour l'usine C à une dépense de $1^{mc},755$, laquelle est de $0^{m},389$, et pour l'usine D à une dépense de $0^{mc},645$, la somme de ces deux dépenses étant égale à $2^{mc},400$, c'est-à-dire à deux parts dans le volume total.

On voit donc qu'à l'aide de cette représentation graphique de la loi des dépenses et des levées de vanne on a pu résoudre toutes les questions, qui, depuis plusieurs années, divisaient les propriétaires de ces usines, et donner un règlement qui fixât pour chacun la levée de vanne convenable pour lui assurer sa part dans le produit total de la rivière d'Aisne.

Quant à l'exécution de ce règlement, elle doit se faire par un agent spécial, qui chaque jour, et au besoin plusieurs fois, viendra déterminer la position de l'arrêt qui fixe l'ouverture maximum de l'orifice.

Canaux et rigoles d'irrigation.

156. *Observations relatives aux canaux et aux rigoles d'irrigation.* — Ce que nous avons dit pour la détermination des pentes qu'il convient de donner aux canaux est plus spécialement relatif aux canaux de navigation, et surtout à ceux des usines de l'industrie.

Mais quand il s'agit des canaux et des rigoles distributrices employées dans les irrigations, des considérations diverses et spéciales aux localités peuvent conduire à s'écarter notablement des résultats indiqués par les formules précédentes. Nous allons chercher à donner à ce sujet quelques indications, dont nous emprunterons la plus grande partie au cours d'industrie agricole professé à l'École des ponts et chaussées par M. Nadault de Buffon.

Dans les localités où les eaux sont toujours claires, comme il convient en général de ménager les pentes, afin de conserver la facilité de faire participer au bénéfice de l'irrigation la plus grande étendue possible de terrain, l'on adoptera de préférence des pentes faibles de 3 à 4 millimètres par mètre.

Si, au contraire, les eaux d'arrosage sont troubles, il y a deux cas à examiner. Le premier, où les eaux sont limoneuses, fertilisantes, comme dans certaines contrées du Midi, dans la Meuse, etc. Il importe alors de les répandre autant que possible sur toute la surface des prés, au lieu de les laisser déposer dans les rigoles, qui seraient rapidement obstruées. Dans ce cas il convient de donner aux rigoles une pente assez prononcée, qui paraît pouvoir être habituellement de 5 à 6 millimètres par mètre, et pouvoir s'élever jusqu'à 9 millimètres, ainsi que cela se remarque, par exemple, dans les anciens canaux qui reçoivent les eaux de la Durance.

Le deuxième cas présente plus de difficulté, c'est celui où les eaux entraînent habituellement des sables fins, comme dans les vallées voisines des Vosges. Ces sables sont lourds, ils ne sont entraînés par l'eau que quand elle a une vitesse de $0^m,300$ environ par seconde. Si la rigole a beaucoup de pente, ils la parcourent et se déposent sur les prés, ce qui nuit à ceux-ci. Si au contraire la pente est assez faible, la rigole est bientôt obstruée, et il faut la curer souvent. Je crois cependant que ce dernier

inconvénient est moins grave que le premier, et qu'après avoir donné une pente de 6 à 8 millimètres par mètre aux canaux et aux rigoles, il faudra se résigner à les curer quand il sera nécessaire.

La rapidité avec laquelle les herbes croissent dans les canaux et rigoles de distribution des eaux est aussi un obstacle à l'écoulement, et il sera bon d'augmenter un peu les pentes dans les localités où cet inconvénient se présente plus fortement. On peut aussi, dans ce cas, donner aux rigoles plus de profondeur pour pouvoir remédier plus tard à la diminution de vitesse par l'accroissement de la section.

157. *Influence retardatrice des herbes, des broussailles et des arbres sur l'écoulement des eaux.* — Ce que nous venons de dire n'est relatif qu'aux petits canaux et aux rigoles d'irrigation. Mais des effets analogues se produisent aussi dans les grands canaux et dans les rivières, soit lorsqu'il y croît des herbes, des roseaux en grande quantité; soit quand les eaux débordant les rives se répandent sur des terrains plantés d'arbres et de haies.

Ajoutons enfin que l'obstacle apporté par les herbes et les joncs au mouvement de l'eau, dans les canaux d'arrivée et de décharge des usines, a pour effet de diminuer la hauteur du niveau en amont et de l'augmenter à l'aval : ce qui tend doublement à restreindre la chute disponible. Je pourrais citer telle usine qui par cette seule cause perd $0^m,80$ à $1^m,00$ de chute, par suite de la négligence apportée au curage des biefs et au faucardement des herbes.

Mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite.

158. *Du mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite.* — Lorsqu'il s'agit de conduire les eaux d'une source ou d'un bassin dans un réservoir placé à une grande distance, on emploie des tuyaux cylindriques en bois, en terre cuite, en mortier hydraulique, en fonte ou en tôle de fer, dont les parois offrent au mouvement du liquide une résistance qu'il est nécessaire d'apprécier. On conçoit en effet que, le mouvement de l'eau étant produit par la différence de pression que le liquide éprouve aux deux extrémités de la conduite, ou par la différence de hau-

teur des réservoirs supérieur et inférieur, le travail consommé par la résistance des parois absorbera une portion de celui que développera la pesanteur ou la différence des pressions, et diminuera par conséquent celui qui produit le mouvement de transport du liquide, et par suite le volume écoulé ou le débit de la conduite. Il importe donc de proportionner convenablement les dimensions et les pentes des conduites au volume d'eau à débiter dans un temps donné, selon les différences de niveau, existantes ou à établir, entre l'origine de la conduite et le point où elle amènera l'eau.

Cette étude comprend les questions relatives à la distribution des eaux dans les villes; et, sous ce point de vue, elle a depuis longtemps attiré l'attention des ingénieurs et des physiciens.

Prony, en suivant une marche analogue à celle qu'il avait adoptée pour discuter les expériences de ses prédécesseurs sur le mouvement de l'eau dans les canaux, et en admettant encore pour la résistance des parois l'expression proposée par Coulomb, a discuté les expériences de Couplet, de Bossut et de Dubuat, en les comparant à la formule du n° 78

$$\frac{1000}{g} \mathrm{SL}[a\mathrm{U} + b\mathrm{U}^2],$$

qui exprime la résistance des parois, et dont la notation est connue.

En raisonnant ainsi comme aux n°s 78 et suivants, on voit que, quand le mouvement du fluide sera parvenu à la permanence, la quantité de travail consommée par seconde par la résistance des parois de la conduite sera exprimée par

$$\frac{1000}{g} \mathrm{SL}[a\mathrm{U} + b\mathrm{U}^2]\mathrm{U}.$$

Si la conduite établit la communication entre deux points ou deux réservoirs dont la différence de niveau soit H, le travail moteur développé dans chaque seconde par la gravité dans ce mouvement sera exprimé par $\mathrm{M}g\mathrm{H}$, M étant la masse du liquide écoulé en 1''.

D'une autre part le liquide étant ordinairement en repos, ou tout au moins animé d'une vitesse très-faible dans le réservoir supérieur, on peut négliger la force vive qu'il y possède; et alors

la force vive qui a été communiquée à la masse liquide se compose de celle qu'elle possède dans la conduite et qui est MU^2, et de celle qu'elle a perdue à l'entrée de la conduite, et qui, selon ce que l'on a vu au n° 37, a pour expression

$$M\left(\frac{1}{m}-1\right)^2 U^2.$$

De sorte que la force vive totale communiquée au fluide dans chaque seconde est

$$M\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]^2 U^2.$$

On a donc, en appliquant à ce mouvement le principe des forces vives, la relation

$$M\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]U^2=2MgH-2.\frac{1000SL}{g}(aU+bU^2)U.$$

Dans cette expression l'on voit facilement que le poids de l'eau écoulée en 1″ étant 1000AU, en appelant A l'aire de la section du tuyau, on a

$$1000AU=Mg,$$

d'où

$$\frac{1000U}{g}=\frac{M}{A}.$$

Et comme les conduites d'eau sont presque toujours à section circulaire, on a

$$A=\frac{\pi D^2}{4}=\frac{3,14\,D^2}{4} \quad \text{et} \quad S=\pi D=3,14\,D,$$

d'où

$$\frac{S}{A}=\frac{4}{D}.$$

Il en résulte que l'équation ci-dessus revient à

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]=2gH-\frac{8L}{D}(aU+bU^2).$$

Prony, qui n'avait à discuter que des observations faites sur des conduites d'eau d'une grande longueur par rapport à leur

diamètre, n'a pas tenu compte de la force vive communiquée au liquide, et a cru pouvoir négliger le terme

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]$$

de la relation ci-dessus, ce qui l'a conduit à la suivante :

$$gH=\frac{4L}{D}(aU+bU^2).$$

En la mettant ensuite sous la forme

$$\frac{1}{4}g\frac{DH}{LU}=a+bU,$$

ou

$$\frac{1}{4}g\frac{DJ}{U}=a+bU,$$

en posant $\frac{H}{L}=J$, ou la pente par mètre courant, il a comparé les résultats de cette formule avec ceux des expériences.

Cette dernière formule peut aussi se mettre sous la forme

$$RJ=\frac{2a}{g}U+\frac{2b}{g}U^2,$$

ou

$$RJ=a'U+b'U^2,$$

en posant

$$a'=\frac{2a}{g} \text{ et } b'=\frac{2b}{g},$$

de sorte que les coefficients a' et b' sont égaux à ceux de la formule adoptée par Prony, multipliés par $\frac{2}{g}$. Cette observation était nécessaire pour permettre la comparaison des résultats de Prony avec ceux des expériences plus récentes de M. Darcy dont nous allons parler.

159. *Représentation graphique employée par Prony.* — Pour déduire des résultats des expériences les relations qui lient les divers éléments dont il importait de démêler l'influence, Prony eut recours à la méthode simple et rapide de la représentation graphique de ces résultats, ainsi qu'il l'avait fait

pour discuter les expériences sur le mouvement de l'eau dans les canaux.

A cet effet, connaissant, d'après ces expériences, le diamètre, la pente totale et la longueur de chaque conduite observée, ainsi que son produit, et par suite, la vitesse moyenne U, il a pu calculer les valeurs du terme $\frac{1}{4} g \frac{DJ}{U}$ correspondantes pour chaque expérience à la valeur de U.

Prenant ensuite pour abscisses les valeurs de la vitesse U trouvées par l'expérience, et pour ordonnées celles du terme $\frac{1}{4} g \frac{DJ}{U}$ correspondantes, il a représenté graphiquement les résultats des 21 expériences de Couplet, de Bossut et de Dubuat, sur l'emploi desquelles nous aurons plus tard quelques observations critiques à faire, quand nous parlerons des expériences beaucoup plus complètes de feu M. Darcy.

Les données qui lui ont servi pour cette discussion sont rapportés dans le tableau suivant, et leur représentation graphique est reproduite pl. IV, fig. 2.

TABLEAU DES RÉSULTATS DES 51 EXPÉRIENCES SUR LE MOUVEMENT DES EAUX DANS LES TUYAUX DE CONDUITE DISCUTÉES PAR M. DE PRONY.

NUMÉROS des expériences.	NOMS des observateurs.	CHARGE D'EAU sur l'orifice inférieur H.	DIAMÈTRES des tuyaux D.	LONGUEUR des tuyaux L.	VALEURS de $\frac{1}{4}\frac{gDJ}{U}$.	VALEURS DE LA VITESSE U données par l'expérience.	le calcul.
		m	m	m	m	m	m
1	Dubuat.	0.0041	0.0271	19.9506	0.00031409	0.0430142	0.04275
2	Couplet.	0.1511	0.1353	2280.37	0.00040412	0.0544296	0.059132
3	*Id.*	0.3068	*Id.*	*Id.*	0.00052299	0.0853786	0.092124
4	Dubuat.	0.0135	0.02707	19.951	0.00045929	0.0980744	0.092602
5	Couplet.	0.4534	0.1333	2280.37	0.00059072	0.111718	0.126321
6	*Id.*	0.5105	*Id.*	*Id.*	0.00063849	0.130098	0.133029
7	*Id.*	0.6497	*Id.*	*Id.*	0.00067009	0.141116	0.143345
8	*Id.*	0.6767	*Id.*	*Id.*	0.00068358	0.144096	0.146739
9	Dubuat.	0.0189	0.0271	3.749	0.00142651	0.235211	0.289495
10	*Id.*	0.1137	0.0271	*Id.*	0.00113843	0.282637	0.308824
11	*Id.*	*Id.*	0.0271	*Id.*	0.00130958	0.288863	*Id.*
12	Bossut.	0.1083	0.0271	16.242	0.00133748	0.330876	0.335905
13	*Id.*	0.3248	0.0361	58.471	0.00144598	0.340053	0.355330
14	Dubuat.	0.1605	0.0271	19.951	0.00148184	0.360437	0.371316
15	Bossut.	0.3248	0.0361	48.726	0.00154968	0.380766	0.391471
16	Dubuat.	0.2106	0.0271	19.951	0.00171296	9.409081	0.428717
17	Bossut.	0.3248	0.0361	38.981	0.00168746	0.436584	0.440183
18	Dubuat.	0.2425	0.0271	19.951	0.0018808	0.440807	0.461806
19	Bossut.	0.3248	0.0544	58.47	0 00167204	0.443325	0.441608
20	Dubuat.	0.2425	0.0271	19.951	0.0017932	0.450038	0.461806
21	Bossut.	0.3248	0.0544	48.726	0.00179521	0.495488	0.486011
22	*Id.*	0.6497	0.0361	58.471	0.00192257	0.511514	0.512245
23	*Id.*	0.3248	*Id.*	29.235	0.00191780	0.512786	*Id.*
24	Dubuat.	0.3335	0.0271	19.951	0.00205052	0.541155	0.545006
25	Bossut.	0.3248	0.0544	38.981	0 001981315	0.560537	0.545851
26	Dubuat.	6.3709	0 0271	19.951	0.00217375	0.567657	0.576653
27	Bossut.	0.6497	0.0361	48.726	0.00207278	0.569335	0.563405
28	Dubuat.	0.3952	0.0271	19.951	0.00222265	0.591641	0.596064
29	Bossut.	0.3248	0.0271	26.242	0.00220106	0.603173	0.599029
30	*Id.*	0.3248	0.0361	19.490	0.00233276	0.632354	0.632726
31	*Id.*	0.3248	0.0544	29.235	0.002300502	0.644427	0.634365
32	*Id.*	0.6497	0.0361	38.981	0.00226756	0.649787	0.632347
33	*Id.*	0.6497	0.0544	58.471	0.00221446	0.669467	0.634366
34	*Id.*	*Id.*	*Id.*	48.726	0.00239239	0.743612	0.697201
35	*Id.*	*Id.*	0.0361	29.233	0.00258798	0 739989.	0.734322
36	Dubuat.	0.6416	0.0271	19.951	0.0027506	0.776068	0 766011
37	Bossut.	0.3248	0.0544	19.490	0.0028119	0.790849	0.782336
38	Dubuat.	0.1624	0.0271	3.749	0.0036206	0.794259	0.892970
39	Bossut.	0.6497	0 0544	38.981	0.0026558	0 836353	0.781872
40	*Id.*	0.3248	0.0361	9.745	0.00328667	0.897639	0.904784
41	*Id.*	0.6500	*Id.*	19.490	0.0031615	0.933183	*Id.*
42	*Id.*	*Id.*	0.0544	29.235	0.0030625	0.968157	0.907103
43	Couplet.	3.9274	0.4873	1169.42	0.0037855	1.06003	1.059247
44	Bossut.	0.3248	0.0544	9.745	0.0040737	1.09151	1.116427
45	*Id.*	0.6497	*Id.*	19.490	0.0038209	1.16401	*Id.*
46	*Id.*	*Id.*	0.0361	9 743	0.0044911	1.31381	1.289627
47	Dubuat.	0.4873	0.0271	3.167	0.0064639	1.57845	1.704337
48	*Id.*	0.5671	*Id.*	3.749	0.0063075	1.59193	1.689767
49	Bossut.	0.6497	0.0544	9.745	0.0055786	1.5945	1.588977
50	Dubuat.	0.7219	0.0271	3.167	0.0078386	1.98011	2.079787
51	*Id.*	0.9745	*Id.*	*Id.*	0.0088825	2.29946	2.420487

On voit par la fig. 2, pl. IV, que tous les points qui ont pour ordonnées les valeurs de $\frac{1}{4}g\frac{DJ}{U}$ se trouvent, sauf les incertitudes inhérentes à des observations de ce genre, sur une même ligne droite qui ne passe pas par l'origine des coordonnées, ce qui indique que, pour une vitesse nulle, ce terme $\frac{1}{4}g\frac{DJ}{U}$ n'est pas nul.

La valeur de ce terme pour $U=0$ donne celle du coefficient constant a de l'expression de la résistance des parois, et l'inclinaison de la ligne droite, ou le rapport de la différence de deux ordonnées quelconques, et de leur distance respective donne celle du second coefficient b.

C'est en procédant ainsi que Prony a été conduit à assigner à ces coefficients numériques les valeurs

$$a=0,00017 \quad \text{et} \quad b=0,003416,$$

ce qui lui a donné pour la relation entre le diamètre D de la conduite, sa déclivité J ou sa pente par mètre, et la vitesse moyenne U, la relation

$$\frac{1}{4}gDJ=0,00017\,U+0,002416\,U^2.$$

ou à cause de $g=9^{m},8088$,

$$\frac{1}{4}DJ=\frac{RJ}{2}=0,0000173314\,U+0,000348259\,U^2.$$

Cette relation permet de déterminer la vitesse moyenne U que prend l'eau dans un tuyau de conduite, lorsque l'on connaît le diamètre et la pente moyenne par mètre de conduite. Elle est du deuxième degré, et en la résolvant par rapport à U, on en tire

$$U=53,58\sqrt{\frac{DJ}{U}}-0^{m},025.$$

Prony, pour faciliter le calcul de la vitesse U, a donné la table suivante des valeurs de $\frac{1}{4}$ DJ, correspondantes à des valeurs de U, équidifférentes de centimètre en centimètre depuis $U=0^{m},01$ jusqu'à $U=3^{m},00$.

TABLE DE PRONY POUR FACILITER LES CALCULS QUI ONT POUR OBJET LA RECHERCHE DES RAPPORTS ENTRE LES VITESSES DE L'EAU DANS UN TUYAU, LEURS LONGUEURS, LEURS PENTES, ET LE DIAMÈTRE DU TUYAU. *(Suite.)*

Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}DJ$.	Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}DJ$.	Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}DJ$.
m		m		m	
0.01	0.0000002	0.35	0.0000487	0.69	0.0001778
0.02	0.0000005	0.36	0.0000514	0.70	0.0001828
0.03	0.0000008	0.37	0.0000541	0.71	0.0001879
0.04	0.0000013	0.38	0.0000569	0.72	0.0001930
0.05	0.0000017	0.39	0.0000597	0.73	0.0001982
0.06	0.0000023	0.40	0.0000627	0.74	0.0002035
0.07	0.0000029	0.41	0.0000656	0.75	0.0002089
0.08	0.0000036	0.42	0.0000687	0.76	0.0002143
0.09	0.0000044	0.43	0.0000718	0.77	0.0002198
0.10	0.0000052	0.44	0.0000750	0.78	0.0002254
0.11	0.0000061	0.45	0.0000783	0.79	0.0002310
0.12	0.0000071	0.46	0.0000817	0.80	0.0002368
0.13	0.0000081	0.47	0.0000851	0.81	0.0002425
0.14	0.0000093	0.48	0.0000886	0.82	0.0002484
0.15	0.0000104	0.49	0.0000921	0.83	0.0002543
0.16	0.0000117	0.50	0.0000957	0.84	0.0002603
0.17	0.0000130	0.51	0.0000994	0.85	0.0002665
0.18	0.0000144	0.52	0.0001032	0.86	0.0002725
0.19	0.0000159	0.53	0.0001070	0.87	0.0002787
0.20	0.0000174	0.54	0.0001109	0.88	0.0002849
0.21	0.0000190	0.55	0.0001149	0.89	0.0002913
0.22	0.0000207	0.56	0.0001189	0.90	0.0002977
0.23	0.0000224	0.57	0.0001230	0.91	0.0003042
0.24	0.0000242	0.58	0.0001272	0.92	0.0003107
0.25	0.0000261	0.59	0.0001315	0.93	0.0003173
0.26	0.0000280	0.60	0.0001358	0.94	0.0003240
0.27	0.0000301	0.61	0.0001402	0.95	0.0003308
0.28	0.0000322	0.62	0.0001446	0.96	0.0003376
0.29	0.0000343	0.63	0.0001491	0.97	0.0003445
0.30	0.0000365	0.64	0.0001537	0.98	0.0003515
0.31	0.0000388	0.65	0.0001584	0.99	0.0003585
0.32	0.0000412	0.66	0.0001631	1.00	0.0003656
0.33	0.0000436	0.67	0.0001679	1.01	0.0003728
0.34	0.0000462	0.68	0.0001728	1.02	0.0003800

TABLE DE PRONY POUR FACILITER LES CALCULS QUI ONT POUR OBJET LA RECHERCHE DES RAPPORTS ENTRE LES VITESSES DE L'EAU DANS UN TUYAU, LEURS LONGUEURS, LEURS PENTES, ET LE DIAMÈTRE DU TUYAU. (*Suite.*)

Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}$DJ.	Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}$DJ.	Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}$JD.
m		m		m	
1.03	0.0003873	1.37	0.0006774	1.71	0.0010480
1.04	0.0003947	1.38	0.0006871	1.72	0.0010601
1.05	0.0004022	1.39	0.0006970	1.73	0.0010723
1.06	0.0004097	1.40	0.0007069	1.74	0.0010845
1.07	0.0004173	1.41	0.0007168	1.75	0.0010969
1.08	0.0004249	1.42	0.0007268	1.76	0.0011093
1.09	0.0004327	1.43	0.0007369	1.77	0.0011217
1.10	0.0004405	1.44	0.0007471	1.78	0.0011343
1.11	0.0004483	1.45	0.0007573	1.79	0.0011469
1.12	0.0004563	1.46	0.0007677	1.80	0.0011596
1.13	0.0004643	1.47	0.0007780	1.81	0.0011723
1.14	0.0004724	1.48	0.0007885	1.82	0.0011851
1.15	0.0004805	1.49	0.0007990	1.83	0.0011980
1.16	0.0004887	1.50	0.0008096	1.84	0.0012110
1.17	0.0004970	1.51	0.0008202	1.85	0.0012240
1.18	0.0005054	1.52	0.0008310	1.86	0.0012371
1.19	0.0005138	1.53	0.0008418	1.87	0.0012[illegible]02
1.20	0.0005223	1.54	0.0008526	1.88	0.00[illegible]2635
1.21	0.0005309	1.55	0.0008636	1.89	0.0012768
1.22	0.0005395	1.56	0.0008746	1.90	0.0012901
1.23	0.0005482	1.57	0.0008856	1.91	0.0013036
1.24	0.0005570	1.58	0.0008968	1.92	0.0013471
1.25	0.0005658	1.59	0.0009080	1.93	0.0013307
1.26	0.0005747	1.60	0.0009195	1.94	0.0013443
1.27	0.0005837	1.61	0.0009306	1.95	0.0013584
1.28	0.0005928	1.62	0.0009420	1.96	0.0013718
1.29	0.0006019	1.63	0.0009535	1.97	0.0013857
1.30	0.0006111	1.64	0.0009651	1.98	0.0013996
1.31	0.0006204	1.65	0.0009767	1.99	0.0014136
1.32	0.0006297	1.66	0.0009884	2.00	0.0014277
1.33	0.0006391	1.67	0.0010002	2.01	0.0014418
1.34	0.0006486	1.68	0.0010120	2.02	0.0014560
1.35	0.0006581	1.69	0.0010240	2.03	0.0014703
1.36	0.0006677	1.70	0.0010359	2.04	0.0014847

TABLE DE PRONY POUR FACILITER LES CALCULS QUI ONT POUR OBJET LA RECHERCHE DES RAPPORTS ENTRE LES VITESSES DE L'EAU DANS UN TUYAU, LEURS LONGUEURS, LEURS PENTES, ET LE DIAMÈTRE DU TUYAU. (*Suite et fin.*)

Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}$ DJ.	Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}$ DJ.	Vitesse moyenne.	Valeur de $\frac{1}{4}$ JD.
m		m		m	
2.05	0.0014991	2.37	0.0019972	2.69	0.0025667
2.06	0.0015136	2.38	0.0020139	2.70	0.0025856
2.07	0.0015281	2.39	0.0020307	2.71	0.0026046
2.08	0.0015428	2.40	0.0020476	2.72	0.0026237
2.09	0.0015575	2.41	0.0020645	2.73	0.0026429
2.10	0.0015722	2.42	0.0020815	2.74	0.0026621
2.11	0.0015871	2.43	0.0020985	2.75	0.0026814
2.12	0.0016020	2.44	0.0021157	2.76	0.0027007
2.13	0.0016169	2.45	0.0021329	2.77	0.0027202
2.14	0.0016320	2.46	0.0021502	2.78	0.0027397
2.15	0.0016471	2.47	0.0021675	2.79	0.0027592
2.16	0.0016623	2.48	0.0021849	2.80	0.0027789
2.17	0.0016775	2.49	0.0022024	2.81	0.0027986
2.18	0.0016928	2.50	0.0022199	2.82	0.0028184
2.19	0.0017082	2.51	0.0022376	2.83	0.0028382
2.20	0.0017237	2.52	0.0022553	2.84	0.0028581
2.21	0.0017392	2.53	0.0022730	2.85	0.0028781
2.22	0.0017548	2.54	0.0022908	2.86	0.0028982
2.23	0.0017705	2.55	0.0023087	2.87	0.0029183
2.24	0.0017862	2.56	0.0023267	2.88	0.0029385
2.25	0.0018021	2.57	0.0023448	2.89	0.0029588
2.26	0.0018179	2.58	0.0023629	2.90	0.0029791
2.27	0.0018339	2.59	0.0023810	2.91	0.0029995
2.28	0.0018499	2.60	0.0023993	2.92	0.0030200
2.29	0.0018660	2.61	0.0024176	2.93	0.0030405
2.30	0.0018822	2.62	0.0024360	2.94	0.0030612
2.31	0.0018984	2.63	0.0024545	2.95	0.0030819
2.32	0.0019147	2.64	0.0024730	2.96	0.0031026
2.33	0.0019310	2.65	0.0024916	2.97	0.0031234
2.34	0.0019475	2.66	0.0025102	2.98	0.0031443
2.35	0.0019640	2.67	0.0025290	2.99	0.0031653
2.36	0.0019806	2.68	0.0025478	3.00	0.0031863

160. *Usage de cette table.* — Lorsque l'on connaît le diamètre D, la longueur développée L et la pente totale H ou la pente par mètre courant J d'une conduite, on calcule la valeur de $\frac{1}{4}$ DJ, et, en cherchant dans la table le nombre qui s'en rapproche le plus, on en déduit à moins d'un centimètre près la valeur de la vitesse moyenne de l'eau dans cette conduite.

Il faut toutefois remarquer que l'application de cette formule ne peut être faite avec cette simplicité qu'autant que la conduite ne présente pas de coudes, et encore moins des étranglements donnant lieu à des pertes de force vive.

161. *Détermination du volume d'eau fourni par une conduite.* — Connaissant la vitesse moyenne et le diamètre de la conduite, on en déduit le volume Q écoulé en 1″ par la formule

$$Q = \frac{D^2U}{1,273}.$$

162. *Résultats des recherches d'Eytelwein.* — Ce savant ingénieur prussien, dont on a déjà cité les travaux, a traité la question du mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite en tenant compte du terme

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]$$

négligé par Prony, et il a trouvé pour les coefficients constants a et b de l'expression de la résistance des tuyaux les valeurs

$$a = 0,0002193 \quad \text{et} \quad b = 0,0027496.$$

Mais depuis, Prony a montré, par la comparaison des résultats auxquels conduit sa formule et celle d'Eytelwein avec ceux de l'expérience que, pour les conduites de grande longueur, il était assez indifférent de prendre l'une ou l'autre.

Enfin, Eytelwein a aussi fait voir que l'on pouvait, avec une exactitude suffisante pour la pratique, admettre que la résistance des parois d'un tuyau était simplement proportionnelle au carré de la vitesse, et supposer le coefficient $a = o$, en faisant $b = 0,0035$, ce qui réduirait l'équation du n° **158** à

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right] = 2gH - \frac{8 \times 0,0035\,L}{D}U^2.$$

et il a fait

$$1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2 = 1,515,$$

ce qui correspond à $m = 0,59$, valeur un peu faible pour le multiplicateur de la dépense à l'entrée du tuyau. Au moyen de

cette valeur, la relation ci-dessus donne pour la vitesse U l'expression :

$$U = 26,44 \sqrt{\frac{HD}{L+54D}}.$$

Ces formules d'Eytelwein conduisent pour les grandes conduites d'eau à des résultats au moins aussi exacts que celles de Prony, et devraient être préférées parce qu'elles tiennent compte de la perte de force vive à l'entrée des conduites.

163. *Expériences de feu M. Darcy.*—Tel était l'état de la question et le point où l'avaient amenée les recherches des deux illustres ingénieurs que nous venons de citer, en discutant les expériences connues jusqu'à eux et exécutées par divers observateurs en des lieux différents, lorsque M. Darcy, savant ingénieur des ponts et chaussées, entreprit de vérifier, par des expériences faites sur une grande échelle et dans les conditions mêmes du service des eaux, l'exactitude et la généralité des règles que Prony avait données.

L'importance de la question pour les services de distribution d'eau, qui ont pris dans les grandes villes de si vastes développements, rendait ces recherches d'autant plus opportunes, que d'habiles ingénieurs, au premier rang desquels il faut placer M. d'Aubuisson, à qui la ville de Toulouse doit ses établissements hydrauliques, avaient constaté par l'observation et par des expériences faites sur des conduites de grandes dimensions, en service depuis plusieurs années, que les pertes de charges occasionnées par le frottement de l'eau dans ces conduites étaient parfois plus que doubles de celles qu'indiquaient les formules de Prony, et que ce même ingénieur avait été amené à employer pour le calcul des produits des conduites où la vitesse atteint et dépasse $0^m,60$, une formule qui supposait la résistance proportionnelle au simple carré de la vitesse et qui donnait des débits plus faibles d'un tiers environ que ceux des formules de Prony.

Ces dernières formules supposent, en effet, que l'état des surfaces intérieures des conduites n'exerce pas d'influence sensible sur la résistance des parois. Il est cependant fort possible qu'en réunissant dans une même discussion et en représentant par une même formule les résultats de 26 expériences de Bossut et de

18 expériences de Dubuat, faites sur de petits tuyaux de 1 à 2 pouces de diamètre, en fer-blanc, à 7 expériences faites par Couplet sur des conduites en fonte de grands diamètres, mais déjà anciennes, Prony ait pu être induit en erreur sur l'influence de l'état des surfaces sur la résistance, par l'effet d'une compensation fortuite, qui se sera établie entre la diminution de résistance que pouvait produire l'accroissement du diamètre et l'augmentation due à la présence des dépôts.

Pour lever ces doutes, M. Darcy a recherché, par des expériences étendues et approfondies, quelles étaient :

1° L'influence de l'état des surfaces sur le débit;

2° L'influence du diamètre des conduites sur la résistance.

A cet effet, il a expérimenté sur des diamètres très-variés, depuis les plus petits que l'on emploie jusqu'à ceux de 0m, 50; sur des fuyaux en fer étiré, en plomb étiré, en fer bitumé et en verre neuf, sans dépôt; ainsi que sur des tuyaux en fonte, les uns neufs, les autres altérés par des dépôts et ensuite nettoyés.

164. *Organisation générale des expériences de M. Darcy.* — Nous ne pouvons donner ici la description détaillée des appareils employés par M. Darcy pour l'exécution de ses expériences, et nous renverrons le lecteur au mémoire qu'il a présenté à l'Académie des sciences et qui a été publié peu de temps avant la mort de ce savant ingénieur*. Nous dirons seulement qu'en expérimentant sur des conduites d'un diamètre uniforme de 100 mètres et plus de longueur, il a observé avec des tubes indicateurs des niveaux ou piézomètres, les pressions exercées :

1° Sur les parois des réservoirs d'alimentation, dont le niveau était parfaitement réglé;

2° Un peu en amont de l'entrée de l'eau dans la conduite;

3° En aval de cette entrée, à une distance où le régime et le mouvement permanent du liquide devaient être bien établis;

4° A 50 mètres et à 100 mètres en aval de ce dernier point.

---

* *Recherches expérimentales relatives aux mouvements de l'eau dans les tuyaux*, par M. Darcy, inspecteur des ponts et chaussées. Paris, 1857.

De la sorte, les trois derniers piézomètres lui donnaient la pression éprouvée par la paroi ou la hauteur de charge à laquelle l'eau aurait été soutenue pendant le mouvement, d'abord à l'origine de la longueur des tuyaux en expérience, puis à 50 et à 100 mètres plus loin. Les différences de ces charges lui donnaient donc la mesure de l'effet produit ou de la perte de charge occasionnée par la résistance des parois.

Pour les conduites en plomb, qui n'avaient que 50 mètres de longueur, ce qui correspondait à plus de 1200 fois le diamètre des plus gros tuyaux que M. Darcy ait employés, les piézomètres étaient placés à 25 mètres l'un de l'autre.

Les conduites en verre avaient $44^m,80$ de longueur, ce qui correspondait à peu près à mille fois leur diamètre.

Le produit des conduites était recueilli dans des bassins de jauge dont la capacité était parfaitement connue.

Les vitesses moyennes obtenues dans les expériences ont varié depuis $0^m,08$ jusqu'à 5 ou 6 mètres par seconde, ce qui dépasse de beaucoup les limites de celles qui sont en usage dans la pratique.

Les pentes ont été réglées avec le plus grand soin au moment de la pose des conduites.

Le mesurage du diamètre des tuyaux a été fait avec toutes les précautions nécessaires par le remplissage, à l'exception des tuyaux en plomb qui, obtenus par l'étirage, étaient parfaitement calibrés, et des grands tuyaux de fonte de forts diamètres, pour lesquels on a procédé par mesure directe.

165. *Conséquences générales de ces expériences.* — Les résultats des expériences, au nombre de 198, exécutées par M. Darcy, l'ont conduit à conclure que, contrairement à l'opinion admise jusqu'à lui, la nature et l'état des surfaces exercent une influence notable sur le produit des conduites. On y voit en effet :

Que les conduites en fer enduites de bitume donnent des produits plus considérables que ceux que l'on déduirait des formules de Prony, dans le rapport de 4 à 3 environ ;

Que le verre offre des résultats analogues ;

Qu'à l'inverse, dans des conduites en fonte dont des dépôts, même légers, n'avaient diminué le diamètre que d'une faible quantité, la vitesse, et par suite la dépense, se sont trouvées no-

tablement inférieures à ce qu'indiquaient les formules de Prony, tandis qu'après le nettoyage de ces mêmes conduites il y avait accord entre ces formules et l'expérience;

Enfin, les conduites en plomb des diamètres de 14, 27 et 41 millimètres, ont fourni des résultats d'accord avec les formules de Prony;

Quant au diamètre, l'auteur constate aussi, par des expériences, que les formules de Prony ne lui assignent pas une influence assez grande, et il montre que, pour les petits diamètres, les résultats de l'expérience sont inférieurs à ceux des formules, tandis que, pour les grands diamètres, ils leur sont supérieurs.

En représentant graphiquement, comme Prony, les résultats des diverses séries d'expériences, l'auteur a constaté que la formule

$$RJ = a'U + b'U^2$$

exprime pour *chaque tuyau* la loi de la résistance, excepté pour les tuyaux de très-petits diamètres et pour les faibles vitesses inférieures à $0^m,10$, auxquelles le terme relatif au carré de la vitesse paraît avoir si peu d'influence, que cette résistance devient sensiblement proportionnelle à la simple vitesse.

Mais en passant d'un diamètre à un autre pour une même nature de tuyaux, ou d'une espèce de tuyau à une autre, les expériences de M. Darcy montrent que les valeurs des coefficients a' et b' des deux puissances de la vitesse ne restent pas les mêmes, et qu'elles varient avec les surfaces, lorsque celles-ci offrent des degrés de poli inégaux, et avec les rayons lorsque les surfaces sont au contraire à peu près identiques.

Enfin, pour des tuyaux recouverts de dépôts, les expériences de l'auteur font voir que la résistance pourrait, ainsi que l'avait proposé M. Girard et comme M. d'Aubuisson l'avait admis, être considérée comme simplement proportionnelle au carré de la vitesse, ce qui en simplifierait l'expression et le calcul dans les applications.

166. *Influence des pressions sur la résistance.* — Dans les expériences de M. Darcy, les pressions ont été assez différentes entre elles et assez élevées pour qu'il lui fût possible de bien vérifier le principe admis par Dubuat, et par les hydrauliciens

qui lui ont succédé, que la résistance opposée par les parois des tuyaux au mouvement des liquides est indépendante de la pression que leur fait supporter le liquide en mouvement.

C'est ce qui résulte clairement :

1° De deux expériences où les charges ont varié dans les rapports de 17 à 26 mètres et de 22 à 40 mètres entre les deux parties de tuyaux soumises aux observations ;

2° D'une autre expérience où les charges ont varié dans le rapport de 18 à 41 mètres.

Dans les deux cas, les pertes de charge sont restées les mêmes, malgré la différence des pressions.

167. *Discussion des valeurs des coefficients numériques des formules.* — Par la représentation graphique et par une discussion mathématique des résultats directs des expériences, M. Darcy a déterminé les valeurs des coefficients constants a' et b' à introduire dans les formules de la résistance

$$RJ = a'U + b'U^2,$$

et dans la formule

$$RJ = b_1U^2,$$

selon que l'on suppose la résistance exprimée par une fonction des deux premières puissances de la vitesse moyenne du liquide, ou simplement proportionnelle au carré de cette vitesse, pour que ces formules représentent les résultats des expériences faites sur chaque espèce et sur chaque diamètre de tuyaux. Puis, reprenant le calcul à l'inverse et déterminant, à l'aide des formules ainsi complétées, les vitesses correspondantes aux différentes pentes employées, il les a comparées aux vitesses observées directement. Les résultats de cette comparaison, qui donnent la mesure du degré de confiance que l'on peut avoir dans les formules, font voir que, pour chaque tuyau et chaque diamètre, dès que les vitesses ont atteint quelques décimètres, la formule de la résistance

$$RJ = b_1U^2$$

reproduit les résultats de l'expérience avec une exactitude qui

est sensiblement la même que celle que l'on obtient avec la formule plus compliquée, à deux termes,

$$RJ = a'U + b'U^2.$$

L'on remarque même que cette coïncidence se manifeste surtout pour les tuyaux recouverts d'une couche de dépôts, ce qui est l'état normal des conduites et celui que l'on doit avoir en vue lors de leur établissement.

168. *Influence de l'état des surfaces.* — En comparant ensuite, pour des tuyaux de même diamètre ou de diamètres peu différents, les valeurs obtenues pour le coefficient numérique qui détermine la valeur absolue de la résistance, M. Darcy montre que l'état des surfaces, leur poli plus ou moins grand, exerce une influence très-notable sur l'intensité de la résistance. C'est ainsi que pour des tuyaux de $0^m,196$, $0^m,188$ et $0^m,243$ de diamètre respectivement, en tôle recouverte de bitume et par conséquent à surface polie, en fonte neuve et en fonte recouverte de dépôts, le coefficient de la formule

$$RJ = b_1U^2$$

a pris dans les expériences les valeurs suivantes :

NATURE ET ÉTAT DES TUYAUX.	VALEURS DU COEFFICIENT b_1.
Tôle enduite de bitume...... D = 0.196 m.	0.000433990
Fonte neuve................ D = 0.188	0.000584393
Fonte recouverte de dépôts... D = 0.2432	0.001167779

ce qui montre que selon que les tuyaux sont en tôle enduite de bitume, en fonte neuve ou en fonte couverte de dépôts, ce coefficient varie à peu près dans les rapports de

1 à 1, 5 et à 3.

Les deux derniers chiffres, dans le rapport de 1 à 2, justifient

la règle pratique que M. d'Aubuisson avait adoptée et d'après laquelle il calculait les dimensions des conduites, en admettant une perte de charge double de celle que fournissait la formule de Prony.

Ce résultat, très-important pour le service des eaux, montre que, pour assurer la production régulière et normale des conduites, il faut les supposer parvenues, par la prolongation du service, à l'état de surfaces couvertes de dépôts, quelle que soit d'ailleurs la matière plus ou moins polie qui les forme. Dans les premiers temps de la mise en service, le produit sera plus considérable que celui qu'indiqueraient les formules, mais il s'en rapprochera de plus en plus et le produit normal sera celui que l'on comptait obtenir.

169. *Influence du diamètre des conduites sur l'intensité de la résistance.* — Après avoir constaté que le coefficient numérique b_1 de cette résistance diminue à mesure que le diamètre de la conduite augmente, M. Darcy a recherché une formule propre à en représenter la loi en fonction du diamètre d'une manière assez simple pour la facilité des calculs.

En employant la formule

$$RJ = b_1 U^2$$

qui suppose la résistance simplement proportionnelle au carré de la vitesse, il montre que les valeurs numériques du coefficient b_1 de cette formule peuvent être représentées par l'expression très-simple

$$b_1 = a_1' + \frac{b_1'}{R},$$

c'est-à-dire qu'elle se compose d'un terme constant et d'un terme qui varie en raison inverse du rayon du tuyau.

Ainsi, pour des tuyaux en fer étiré et en fonte, sensiblement au même degré de poli, et dont les diamètres ont varié depuis $0^m,0122$ jusqu'à $0^m,50$, M. Darcy trouve que la valeur du coefficient b_1 peut être représentée par la formule

$$b_1 = 0,000507 + \frac{0,00000647}{R}.$$

En mettant en regard les résultats de cette formule avec ceux

que l'expérience avait fournis directement, il a formé le tableau comparatif suivant :

DIAMÈTRES.	VALEURS DE b_1 DÉDUITES de l'expérience.	VALEURS DE b_1 DÉDUITES de la formule d'interpolation.	
m 0.0122	0.001673	0.001568	
0.0266	0.000918	0.000993	
0.0395	0.000785	0.000835	
0.0819	0.000695	0.000665	
0.1370	0.000553	0.000601	Tuyau d'un poli remarquable.
0.1880	0.000584	0.000576	
0.2970	0.000612	0.000551	Tuyau qui avait déjà servi et avait été nettoyé.
0.5000	0.000509	0.000532	

A l'exception du tuyau de $0^m,137$ qui était d'un poli remarquable supérieur à celui des autres et qui a donné par l'expérience une valeur b_1 plus faible que celle de la formule, et du tuyau de $0^m,297$, qui, ayant déjà servi, a donné au contraire par l'expérience un résultat un peu plus fort que celui de la formule, l'on voit qu'il existe entre ces résultats un accord assez satisfaisant. C'est ce qui a permis à M. Darcy de calculer à l'aide de sa formule une table des valeurs du coefficient b_1 de la formule

$$RJ = b_1 U^2,$$

pour tous les diamètres depuis $0^m,01$, croissant de centimètre en centimètre jusqu'à $0^m,50$, et de 5 en 5 centimètres jusqu'à $1^m,00$.

M. Darcy a aussi calculé et donné dans cette table les valeurs des quantités

$$\frac{b_1}{R} = \frac{2b_1}{D} \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{R}{b_1}} = \sqrt{\frac{D}{2b_1}}$$

pour tous les diamètres indiqués ci-dessus.

L'auteur fait d'ailleurs remarquer que la variation du coefficient de la résistance, dont il est convenable de tenir compte pour les petits tuyaux, est beaucoup moins sensible à partir du diamètre de $0^m,12$ à $0^m,15$ et au delà, et qu'il y a peu d'inconvénients à le considérer comme constant pour les tuyaux de ces grandes dimensions.

170. TABLE DES VALEURS DES QUANTITÉS b_1, $\frac{b_1}{R}$, ET $\sqrt{\frac{R}{b_1}}$ POUR DES TUYAUX EN FONTE NEUVE.

DIAMÈTRES D.	RAYONS R.	b_1.	$\frac{b_1}{R}=\frac{2b_1}{D}$	$\sqrt{\frac{R}{b_1}}=\sqrt{\frac{D}{2b_1}}$
m.	m.			
0.01	0.005	0.001801	0.36020	1.666
0.02	0.01	0.001154	0.11540	2.943
0.027	0.0135	0.000986	0.073056	3.699
0.03	0.015	0.000938	0.062555	3.998
0.04	0.02	0.000830	0.041525	4.907
0.05	0.025	0.000765	0.030632	5.713
0.054	0.027	0.000746	0.027653	6.013
0.06	0.03	0.000722	0.024089	6.443
0.07	0.035	0.000691	0.019767	7.112
0.08	0.04	0.000668	0.016718	7.733
0.081	0.0405	0.000666	0.016463	7.793
0.09	0.045	0.000650	0.014461	8.315
0.10	0.05	0.000636	0.012728	8.863
0.108	0.054	0.000626	0.011607	9.231
0.11	0.055	0.000624	0.011357	9.383
0.12	0.06	0.000614	0.010247	9.878
0.13	0.065	0.000606	0.009331	10.352
0.135	0.0675	0.000602	0.008931	10.581
0.14	0.07	0.000599	0.008563	10.806
0.15	0.075	0.000593	0.007910	11.243
0.16	0.08	0.000587	0.007348	11.665
0.162	0.081	0.000586	0.007245	11.748
0.17	0.085	0.000583	0.006860	12.073
0.18	0.09	0.000578	0.006432	12.468
0.19	0.09	0.000575	0.006053	12.705
0.20	0.10	0.000571	0.005717	13.225
0.21	0.105	0.000568	0.005415	13.588
0.216	0.108	0.000566	0.005249	13.802
0.22	0.11	0.000565	0.005143	13.943
0.23	0.115	0.000563	0.004897	14.288
0.24	0.12	0 000560	0.004674	14.626
0.25	0.125	0.000558	0.004470	14.956
0.26	0.13	0.000556	0.004282	15.280
0.27	0.135	0.000554	0.004110	15.597

TABLE DES VALEURS DES QUANTITÉS b_1, $\frac{b_1}{R}$ ET $\sqrt{\frac{R}{b_1}}$ POUR DES TUYAUX EN FONTE NEUVE.

(Suite.)

DIAMÈTRES D.	RAYONS R.	b_1.	$\frac{b_1}{R}=\frac{2b_1}{D}$	$\sqrt{\frac{R}{b_1}}=\sqrt{\frac{D}{2b_1}}$
m.	m.			
0.28	0.14	0.000553	0.003951	15.908
0.29	0.145	0.000551	0.003804	16.213
0.30	0.15	0.000550	0.003667	16.512
0.31	0.155	0.000548	0.003540	16.806
0.32	0.16	0.000547	0.003421	17.095
0.325	0.1625	0.000546	0.003365	17.238
0.33	0.165	0.000546	0.003310	17.380
0.34	0.17	0.000545	0.003206	17.660
0.35	0.175	0.000543	0.003108	17.936
0.36	0.18	0.000542	0.003016	18.207
0.37	0.185	0.000541	0.002929	18.475
0.38	0.19	0.000541	0.002847	18.739
0.39	0.195	0.000540	0.002770	18.999
0.40	0.20	0.000539	0.002696	19.256
0.41	0.205	0.000538	0.002627	19.510
0.42	0.21	0.000537	0.002561	19.760
0.43	0.215	0.000537	0.002498	20.007
0.44	0.22	0.000536	0.002438	20.251
0.45	0.225	0.000535	0.002381	20.493
0.46	0.23	0.000535	0.002326	20.731
0.47	0.235	0.000534	0.002274	20.967
0.48	0.24	0.000533	0.002224	21.200
0.49	0.245	0.000533	0.002177	21.431
0.50	0.25	0.000532	0.002131	21.659
0.55	0.275	0.000530	0.001929	22.767
0.60	0.30	0.000528	0.001761	23.823
0.65	0.325	0.000526	0.001621	24.835
0.70	0.35	0.000525	0.001501	25.807
0.75	0.375	0.000524	0.001398	26.745
0.80	0.40	0.000523	0.001307	27.650
0.85	0.425	0.000522	0.001228	28.527
0.90	0.45	0.000521	0.001158	29.378
0.95	0.475	0.000520	0.001096	30.205
1.00	0.50	0.000519	0.001039	31.010

171. *Modification de la formule du mouvement de l'eau dans un tuyau de conduite, d'après les résultats des expériences de M. Darcy, et formules à employer.* — D'après tout ce qui précède, l'on voit qu'au lieu de supposer la résistance que les tuyaux opposent au mouvement de l'eau composée de deux termes, il convient de ~~se borner à~~ la représenter, en raisonnant d'ailleurs comme au n° 158, par une expression de la forme.

$$\frac{1000}{g}\,\mathrm{SL}b\mathrm{U}^2,$$

et alors, le principe des forces vives conduit à la relation

$$\mathrm{M}\left\{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right\}\mathrm{U}^2=2\mathrm{M}g\mathrm{H}-2.\frac{1000\,\mathrm{SL}}{g}.b\mathrm{U}^2.$$

En remarquant encore ici que

A étant l'aire de la section transversale du tuyau, l'on a, pour exprimer le poids Mg de l'eau débitée,

$$1000\,\mathrm{AU}=\mathrm{M}g,$$

d'où

$$\frac{1000\,\mathrm{U}}{g}=\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{A}},$$

ou pour les conduites à section circulaire de diamètre D pour lesquelles

$$\mathrm{A}=\frac{\pi\mathrm{D}^2}{4}\quad\text{et}\quad\mathrm{S}=\pi\mathrm{D},$$

ce qui donne

$$\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{A}}=\frac{4}{\mathrm{D}}$$

on voit facilement que la relation ci-dessus revient à

$$\mathrm{U}^2\left\{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right\}=2g\mathrm{H}-\frac{8\mathrm{L}}{\mathrm{D}}b\mathrm{U}^2,$$

d'où l'on tire

$$\mathrm{H}=\frac{\mathrm{U}^2}{2g}\left\{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\frac{8\mathrm{L}}{\mathrm{D}}b\right\},$$

formule qui donne la hauteur H du réservoir supérieur au-dessus du réservoir ou du débouché inférieur nécessaire pour

engendrer la vitesse U, et pour vaincre la résistance des parois.

Le coefficient m de contraction à l'entrée de la conduite, a pour valeur environ

$$m=0,60,$$

et par suite l'on a

$$1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2=1+\left(\frac{1}{0,60}-1\right)^2=1,443,$$

quantité que l'on devra ajouter au terme $\frac{8Lb}{D}$ provenant de la résistance des parois, toutes les fois qu'elle aura une valeur comparable à celle-ci.

172. *Cas où les conduites ont une grande longueur.* — Mais quand les conduites ont une grande longueur, le terme relatif à la résistance des parois acquiert une influence telle, qu'il est permis de négliger celui qui est relatif à la force vive qui a été communiquée au fluide à son entrée, et celle qu'il a perdue après son passage par l'orifice d'entrée, ce qu'à l'exemple de Prony, M. Darcy a aussi supposé dans le calcul des résultats de ses expériences. La formule ci-dessus se réduit ainsi à

$$gH=\frac{4L}{D}bU^2,$$

qui peut être mise sous la forme

$$\frac{1}{4}D\frac{H}{L}=\frac{b}{g}U^2 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{4}DJ=b_1U^2;$$

en posant

$$\frac{b}{g}=b_1.$$

En employant la formule

$$RJ=b_1U^2,$$

dans laquelle $R=\frac{1}{2}D$ est le rayon du tuyau, et qui revient par conséquent à

$$\frac{1}{4}DJ=\frac{b_1}{2}U^2;$$

M. Darcy a donc représenté par $\frac{b_1}{2}$ le facteur $\frac{b}{g}$, ce qui revient à poser

$$\frac{b}{g}=\frac{b_1}{2}, \quad b=\frac{b_1 g}{2}.$$

D'après cela l'expression de la résistance des parois serait en général

$$\frac{1000\text{SL}}{g}bU^2=\frac{1000\text{SL}}{2}b_1U^2=\frac{1000\pi\text{DL}}{2}b_1U^2.$$

et la quantité de travail qu'elle consommera en 1″ sera

$$\frac{1000\,\text{SL}}{2}b_1U^3=\frac{1000\times 3{,}14\,\text{DL}}{2}b_1U^3$$

b_1 ayant les valeurs qui seront indiquées dans les tables de M. Darcy rapportées au n° **170**.

Cette observation était nécessaire pour mettre d'accord les notations de l'ouvrage de M. Darcy avec les précédentes.

173. *Applications de la formule proposée par M. Darcy.* — La formule

$$RJ=b_1U^2 \quad \text{ou} \quad \frac{D}{2}J=b_1U^2$$

dans laquelle

$$R=\frac{D}{2}$$

est le rayon même du tuyau.

$$J=\frac{H}{L}$$

est la pente par mètre courant de la conduite, donne

1° $$J=\frac{b_1}{R}U^2,$$

pour déterminer la pente par mètre courant que doit avoir une conduite de diamètre $2R=D$, pour que le liquide puisse y conserver une vitesse moyenne donnée U;

2° $$U=\sqrt{J\,.\,\frac{R}{b_1}},$$

pour déterminer la vitesse que peut conserver l'eau dans un tuyau de diamètre $2R = D$, incliné d'une quantité J par mètre courant.

Si l'on voulait connaître la relation entre le diamètre, la pente d'une conduite et le volume d'eau qu'elle peut débiter, il faudrait se rappeler que l'on a

$$Q = \frac{D^2}{1,273} U,$$

et par suite

$$U^2 = \frac{(1,273\,Q)^2}{D^4},$$

ce qui ramènerait la formule

$$\frac{D}{2} J = b_1 U^2$$

à la forme

$$\frac{D}{2} J = b_1 \frac{1,273^2}{D^4} Q^2,$$

d'où

$$D^5 J = 3,241\, b_1 Q^2$$

ou

$$D = \sqrt[5]{\frac{3,241 b_1 Q^2}{J}},$$

expression d'où l'on tirera facilement par logarithmes la valeur du diamètre D à donner à la conduite, pour qu'elle débite un volume d'eau Q avec une pente donnée J

La même formule donne aussi

$$J = \frac{3,241\, b_1}{D^5} Q^2,$$

ce qui permet d'établir, pour les différents diamètres des conduites, des formules pratiques, qui, pour chaque volume d'eau à dépenser, fournissent la valeur de la pente par mètre courant; c'est ainsi que nous avons calculé les formules à employer pour les conduites en fonte neuves ou en service courant qui seront données au n° 177.

174. *Application aux tuyaux en fer bitumé, en verre ou en plomb.* — M. Darcy a conclu de ses expériences, que les con-

duites en fer bitumé et en verre dont la surface est polie, donnent des produits plus considérables que ceux que l'on déduirait des formules de Prony dans le rapport de 4 à 3, ou que les valeurs du coefficient b_1 pour ces tuyaux, sont à celui qui convient pour de la fonte neuve dans le rapport de 1 à 1,5.

Si l'on veut appliquer cette conséquence pour le calcul des dimensions des tuyaux de ce genre, il suffira, dans les formules, de réduire le coefficient b_1 aux 0,66 de sa valeur, et alors les formules à employer pour les tuyaux bitumés et les tuyaux en verre neufs seraient

$$J = \frac{0,66 b_1}{H} U^2, \quad U = \sqrt{\frac{J}{\left(0,66 \frac{b_1}{R}\right)}}, \quad D = \sqrt[5]{\frac{2,161}{J} Q^2}.$$

Mais nous ferons observer que, malgré le poli des surfaces de ces tuyaux, les eaux ferrugineuses, et à plus forte raison les eaux chargées de sels calcaires, y forment des dépôts qui diminuent le volume d'eau débité, et qu'il sera toujours plus prudent de calculer les dimensions des tuyaux et leurs pentes, dans l'hypothèse où leurs surfaces seraient recouvertes de dépôts, et par conséquent d'employer les mêmes formules que pour les tuyaux en fonte à l'état normal. L'on devra faire de même pour les tuyaux en plomb.

175. *Comparaison des résultats de la formule de M. Darcy et de celle de Prony.* — Si nous appliquons successivement à des tuyaux de $0^m,50$, $0^m,20$ et $0^m,10$ de diamètre pour des vitesses de $2^m,00$, $1^m,00$ et $0^m,50$, la formule de M. Darcy, et que dans les tables calculées à l'aide de celle de Prony nous cherchions les valeurs correspondantes de la perte de charge J par mètre courant, nous trouverons les résultats suivants:

VITESSES moyennes U.	PERTES DE CHARGES DANS DES TUYAUX DU DIAMÈTRE DE					
	0m.50, d'après		0m.20, d'après		0m.10, d'après	
	M. Darcy.	Prony.	M. Darcy.	Prony.	M. Darcy.	Prony.
m. 2.00	m. 0.008526	m. 0.011554	m. 0.022868	m. 0.028705	m. 0.050910	m. 0.059225
1.00	0.002132	0.002886	0.005717	0.007580	0.012728	0.014428
0.50	0.000533	0.000778	0.001429	0.001983	0.003182	0.003779

L'on voit, par cette comparaison, que, pour les tuyaux neufs en fonte, la formule de M. Darcy donne des pertes de charges moindres que celle de Prony, pour les grands comme pour les petits tuyaux, et pour les grandes comme pour les petites vitesses.

Mais si l'on se rappelle que M. Darcy a trouvé, pour les tuyaux en fonte recouverts de dépôts, les valeurs du coefficient b_1 de la résistance doubles de celles qui correspondent à la fonte neuve, et que l'on doit calculer les dimensions et les pentes des conduites, non pour l'état neuf, mais dans l'hypothèse d'un long service, il s'ensuivra qu'on devra doubler toutes les pertes de charge déduites du tableau suivant, ou, ce qui revient au même, employer pour les conduites à l'état normal, c'est-à-dire chargées de dépôts, même légers, des valeurs doubles pour b_1, et, par suite, les formules suivantes.

Formules pour les tuyaux en fonte recouverte de dépôts :

$$\frac{4b_1}{DJ_1}=U^2,\quad U=\sqrt{\frac{J}{\frac{4b_1}{D}}},\quad D=\sqrt[3]{\frac{6,482b_1}{J}Q^2}.$$

176. *Observations relatives à la troisième formule.*—L'application des deux premières formules ne présente aucune difficulté

quand il s'agit de tuyaux d'un diamètre donné, et que l'on veut déterminer l'une des quantités J ou U, parce que la table précédente donne la valeur de b_1, et celle de $\frac{b_1}{R}$ qui convient pour le diamètre donné.

Mais lorsque l'on veut déterminer le diamètre d'une conduite destinée à fournir, à l'aide d'une pente donnée J, un volume d'eau Q, la troisième formule présente une difficulté, en ce que la valeur du coefficient numérique b_1, qu'il faut y introduire, dépend en partie, comme on l'a dit au nº **169**, du diamètre D qu'il s'agit de chercher.

177. *Formules correspondantes aux tuyaux en fonte de différents diamètres.* — Ainsi que nous l'avons dit au nº **174**, la formule

$$J = \frac{3,241\, b_1}{D^5} Q^2$$

pour les tuyaux neufs en fonte, et la formule (nº **175**)

$$J = \frac{6.482 b_1}{D^5} Q^2$$

pour les tuyaux en fonte chargés de dépôts et en service courant appliquées aux différents diamètres en usage, fournissent une relation directe entre la pente ou perte de charge J par mètre courant, et le volume d'eau Q débité en 1″, si l'on y substitue la valeur du diamètre D et la valeur du coefficient b_1 correspondante à ce diamètre, pour les tuyaux neufs.

C'est ainsi que nous avons calculé les formules pratiques suivantes, qui pourront servir pour les applications que l'on aura à faire.

TABLE DES FORMULES CORRESPONDANTES AUX TUYAUX EN FONTE DES DIFFÉRENTS DIAMÈTRES.

DIAMÈTRES.	FORMULES RELATIVES AUX TUYAUX neufs.	FORMULES RELATIVES AUX TUYAUX en service courant.
m.		
0.027	$J = 222460.Q^2$	$J = 444920.Q^2$
0.040	$J = 26250.Q^2$	$J = 52500.Q^2$
0.050	$J = 7929.Q^2$	$J = 15858.Q^2$
0.054	$J = 5262.Q^2$	$J = 10524.Q^2$
0.060	$J = 3004.Q^2$	$J = 6008.Q^2$
0.080	$J = 660.3Q^2$	$J = 1320.6Q^2$
0.081	$J = 618.6Q^2$	$J = 1237.2Q^2$
0.100	$J = 205.9Q^2$	$J = 411.8Q^2$
0.108	$J = 138.02Q^2$	$J = 276.04Q^2$
0.135	$J = 43.49Q^2$	$J = 86.98Q^2$
0.150	$J = 25.27Q^2$	$J = 50.54Q^2$
0.162	$J = 17.01Q^2$	$J = 34.02Q^2$
0.200	$J = 5.78Q^2$	$J = 11\ 56Q^2$
0.216	$J = 3.90Q^2$	$J = 7.80Q^2$
0.250	$J = 1.85Q^2$	$J = 3.70Q^2$
0.300	$J = 0.7325Q^2$	$J = 1.4650Q^2$
0 325	$J = 0.4879Q^2$	$J = 0.9758Q^2$
0.350	$J = 0.3351Q^2$	$J = 0.6702Q^2$
0.400	$J = 0.1704Q^2$	$J = 0.3408Q^2$
0.450	$J = 0.0938Q^2$	$J = 0.1876Q^2$
0.500	$J = 0.05517Q^2$	$J = 0.11034Q^2$
0.600	$J = 0.02199Q^2$	$J = 0.04398Q^2$
0.700	$J = 0.01011Q^2$	$J = 0.02022Q^2$
0.800	$J = 0.00517Q^2$	$J = 0.01034Q^2$
0.900	$J = 0.002858Q^2$	$J = 0.005716Q^2$
1.000	$J = 0.001682Q^2$	$J = 0.003364Q^2$

178. *Observations sur ces formules.* — Ces formules mettent en évidence la rapidité avec laquelle la résistance des tuyaux de conduite et la perte de charge, qui en résulte, croissent avec le volume d'eau que la conduite doit débiter. Aussi, à moins que la charge motrice ne soit très-considérable et qu'il ne soit indifférent d'en perdre une portion plus ou moins grande, doit-on, en général, choisir les diamètres de telle façon que les vitesses n'excèdent pas 3m,00 par seconde. Mais, d'une autre part, il faut aussi, toutes les fois que les eaux peuvent laisser des dépôts, adopter des tuyaux d'un diamètre assez petit pour que la vitesse de l'eau atteigne la limite où ces dépôts légers sont entraînés, c'est-à-dire un ou deux décimètres par seconde.

179. *Représentation graphique des formules précédentes.* — Toutes ces formules peuvent être représentées, soit comme nous l'avons dit plus haut, par des lignes droites dont les abscisses seraient les carrés Q^2 des volumes d'eau à débiter, et les ordonnées les pertes de charge J par mètre courant; soit par des paraboles dont les abscisses seraient les pertes de charge J, et dont les ordonnées seraient les volumes d'eau Q à débiter.

On pourrait aussi traduire ces formules en tables, qui, pour chaque diamètre, donneraient la perte de charge correspondante à un volume d'eau donné, débité par la conduite. Mais leur usage est tellement simple, que l'on peut se dispenser d'avoir recours à des tables.

180. *Usage des formules précédentes.* — En nous bornant ici à considérer ce qui concerne les conduites à diamètre constant, sans aucune prise d'eau sur leur longueur, l'on voit que, dans l'établissement d'une semblable conduite, il n'y a jamais que trois quantités à mettre en rapports convenables, savoir:

Le volume d'eau Q débité par seconde;

Le diamètre D de la conduite;

La perte de charge J, par mètre courant, que les résistances des parois peuvent occasionner.

Deux de ces quantités étant données, les formules précédentes permettront toujours de déterminer la troisième. Examinons les trois cas qui peuvent se présenter.

181. 1° *La déclivité ou la perte de charge par mètre courant J étant donnée, ainsi que le volume d'eau à débiter Q, trouver le diamètre de la conduite pour le cas du service courant.*

En remarquant que le coefficient numérique des formules du n° 177 est égal au quotient $\frac{J}{Q^2}$ de la perte de charge par mètre courant, par le carré du volume d'eau débité par la conduite, on est conduit à la règle suivante:

On divisera la déclivité donnée J par le carré Q^2 du volume d'eau à débiter par seconde. Le quotient sera un nombre identique à très-

peu près avec celui d'une des formules précédentes, ou qui sera compris entre deux d'entre eux.

Dans le premier cas, le diamètre cherché sera celui qui correspond au coefficient ainsi trouvé; dans le second, ce diamètre sera compris entre ceux qui se rapportent aux deux coefficients donnés.

Éclaircissons ceci par un exemple: soient

$H = 2^m,00$ la différence des niveaux entre le réservoir supérieur et le réservoir inférieur, ou la charge totale à consommer, pour produire le mouvement de l'eau;

$L = 250^m$ la longueur développée de la conduite;

$Q = 0^{mc},153$ le volume d'eau à débiter en 1".

On aura d'abord

$$J = \frac{H}{L} = 0^m,008,$$

et par suite,

$$\frac{J}{Q^2} = \frac{0,008}{(0,153)^2} = 0,3418.$$

En cherchant dans la colonne des formules relatives aux conduites en service courant, on trouve que cette valeur du rapport $\frac{J}{Q^2}$ est, à très-peu près, la même que celle qui correspond au tuyau de $0^m,400$ de diamètre, pour lequel on a

$$J = 0,3408\,Q^2;$$

on pourra donc adopter le diamètre de $0^m,400$.

Si le volume d'eau à débiter avait été

$$Q = 0^{mc},200,$$

on aurait eu

$$\frac{J}{Q^2} = \frac{0,008}{(0,200)^2} = 0,200.$$

Cette valeur étant comprise entre les coefficients 0,3408 et 0,1876 des formules du tableau, le diamètre convenable sera lui-même compris en $0^m,400$ et $0^m,450$, et l'on pourra déterminer approximativement sa valeur en opérant, ainsi qu'il suit, par parties proportionnelles.

La différence de 0,3408 à 0,1876, égale à 0,1532, correspondant à un accroissement de diamètre de $0^m,05$ la différence de 0,3408 à 0,2000, égale à 0,1408, correspondra à une différence donnée par la proportion :

$$0,1532:0^m,05::0,1408:x=\frac{0,1408}{0,1532}\times 0,05=0^m,046;$$

par conséquent le diamètre convenable serait

$$D=0^m,446.$$

On aurait pu aussi opérer par construction graphique.

L'on observera d'ailleurs que les dimensions des tuyaux étant déterminées par des séries de modèles, on sera presque toujours conduit à adopter le diamètre de la série correspondant à la valeur de $\frac{J}{Q^2}$, immédiatement supérieure à celle que fourniront les données du problème, laquelle dans le cas actuel serait

$$D=0^m,450.$$

182. 2° *Le diamètre* D *de la conduite et le volume d'eau qu'elle doit débiter étant donnés, trouver la perte de charge* J, *par mètre courant, occasionnée par les résistances passives et, par suite, la perte totale de charge.*

Pour résoudre cette question, il suffira évidemment de chercher dans la table des formules correspondantes aux diamètres en usage celui qui est donné, et de prendre la formule qui se rapporte à ce diamètre. En introduisant dans cette formule la valeur Q du volume que la conduite doit débiter, l'on aura la déclivité J cherchée, et, en multipliant cette valeur par la longueur L de la conduite, la perte totale de charge $H=JL$ sera connue.

Exemple. Quelle est la perte de charge totale d'une conduite de $0^m,200$ de diamètre, qui doit débiter $0^{mc},040$ en $1''$, et dont la longueur est de 500^m ?

La formule qui correspond au diamètre $D=0^m.20$ pour les conduites en service courant est (table du n° **177**)

$$J=11,56Q^2;$$

on en déduit, pour $Q = 0^{mc},040$,

$$J = 11,56 \times (0,040)^2 = 0,018496,$$

$$H = JL = 0^m,018496 \times 500 = 9^m,248.$$

Si la hauteur H′ du réservoir supérieur au-dessus du débouché de la conduite était donnée, en en retranchant la perte de charge H, la différence H′ — H serait la hauteur à laquelle pourrait s'élever le niveau du réservoir inférieur.

Si, par exemple, $H' = 15^m$, le réservoir inférieur pourrait avoir son niveau à une hauteur

$$H' - H = 15^m,000 - 9^m,248 = 5^m,752$$

au-dessous du niveau du réservoir supérieur.

Il est d'ailleurs évident que, dans la pratique, lorsque la hauteur des niveaux des deux réservoirs sera fixée à l'avance, l'on devra choisir le diamètre de telle façon que la perte de charge soit toujours inférieure à la différence de ces hauteurs.

183. 3° *Le diamètre et la déclivité d'une conduite étant donnés, déterminer son débit* Q.

Le diamètre étant donné et supposé compris parmi ceux de la table du n° **177**, l'on aura la relation comprise entre la déclivité donnée J et le volume Q cherché. En divisant la déclivité J par le coefficient numérique correspondant à l'état de la conduite, et extrayant la racine carrée du quotient, l'on aura le volume d'eau débité par la conduite.

Exemple. On demande le produit d'une conduite de $0^m,060$ de diamètre, ayant une déclivité $J = 0^m,015$, en la supposant en service courant.

Dans la formule relative aux conduites du diamètre $D = 0^m,60$ en service courant qui est

$$J = 0,04398 Q^2,$$

on fera

$$J = 0,015,$$

et l'on en tirera

$$Q = \sqrt{\frac{0,015}{0,04398}} = 0^{mc},344.$$

Il est clair d'ailleurs que si la conduite est neuve ou récemment nettoyée, le débit sera plus considérable, ainsi que cela résulte des expériences mêmes de M. Darcy.

184. *Déterminer à quelle hauteur l'eau pourra s'élever à l'extrémité ou dans un branchement d'une conduite dont le diamètre et le produit sont donnés.* — La solution de cette question est la conséquence immédiate de celle du second cas examiné au nº **182**, puisque, sachant à quelle hauteur l'eau pourrait s'élever dans le réservoir inférieur, on peut regarder l'extrémité du branchement comme formant ce réservoir.

Il en est de même de la hauteur à laquelle pourrait s'élever un jet d'eau, qui s'échapperait par un orifice pratiqué à l'extrémité de la conduite ou en un point quelconque de sa longueur. Il suffira, dans ce cas, de déduire de la hauteur du réservoir supérieur au-dessus de l'orifice la perte de charge occasionnée par les résistances de la conduite, le reste sera la hauteur d'élévation du jet.

Toutefois il faut se rappeler que ceci n'est vrai que pour les orifices percés en mince paroi, et que, quand il y a des ajutages, la forme de ceux-ci peut influer notablement sur la vitesse, et par suite sur l'élévation du jet, ainsi qu'on l'a vu au numéro **42**.

185. *Influence de la résistance des parois sur le travail des pompes.* — De même que, dans leur descente par des conduites, les eaux absorbent par la résistance des parois une portion de la puissance motrice de la chute, lorsqu'il s'agit à l'inverse de les refouler dans une conduite à l'aide de pompes, cette résistance exige un travail additionnel, qui s'ajoute à celui que consomme la pesanteur.

Les mêmes formules serviront encore à déterminer la hauteur de la colonne d'eau, qui ferait équilibre à la résistance des parois, et qui doit être alors ajoutée à celle du réservoir de réception au-dessus de celui de prise d'eau pour calculer la résistante totale que la pompe doit vaincre.

Dans l'établissement des machines d'élévation des eaux il est très-nécessaire de tenir compte du surcroît de force qu'il faut donner à la machine motrice pour vaincre ces résistances des parois. C'est ce que l'on peut mettre en évidence par l'application suivante, faite à l'élévation des eaux de la Seine, depuis

Marly jusqu'à un réservoir placé à 166 mètres au-dessus de son niveau, par une conduite de 1400 mètres de longueur développée. On a supposé que le volume d'eau à élever était de 180 litres en 1"; et, en appliquant les formules à des conduites de différents diamètres et de 1400 mètres de longueur, on a obtenu pour chaque cas la hauteur totale de la colonne d'eau qui représenterait les résistances passives, de sorte que le moteur devrait, pour les vaincre, développer une quantité de travail égale à l'élévation du volume d'eau fourni à cette hauteur, en sus de l'effet réellement utile, qui est égal au produit du poids de l'eau élevée par la hauteur réelle d'élévation.

C'est ainsi que l'on a formé le tableau suivant:

DIAMÈTRES.	CHARGE CONSOMMÉE par les frottements. Par mètre courant.	CHARGE CONSOMMÉE par les frottements. Totale.	TRAVAIL consommé par le frottement de l'eau dans la conduite en chevaux.	TRAVAIL utile en chevaux.	TRAVAIL total en chevaux.
m.	m.	m.	ch.	ch.	ch.
0.30	0.047466	66.45	159.46	398.40	557.86
0.35	0.021714	30.40	72.96	398.40	471.36
0.40	0.011042	15.46	37.10	398.40	435.50
0.45	0.006078	8.51	20.42	398.40	418.82
0.50	0.003575	5.00	12.00	398.40	418.40
0.60	0.001425	1.99	4 91	398.40	403.31

On voit par cet exemple quel excédant de force considérable exigerait l'emploi d'une conduite trop petite; mais en même temps l'on reconnaît qu'une conduite de $0^m,40$ à $0^m,45$ suffirait pour réduire le travail des résistances à une valeur convenable, et que l'économie devrait engager à ne pas en employer de plus grandes dans le cas actuel.

180. *Limites convenables de la vitesse de l'eau dans les tuyaux.* — La résistance des parois croissant rapidement avec la vitesse, il convient en général, pour ne pas perdre une trop grande por-

tion de la charge motrice par l'effet de cette résistance, de limiter la vitesse moyenne à quelques centimètres pour les petits tuyaux et à quelques décimètres pour les grands. Quoique dans certains cas, où l'on aura à sa disposition une chute surabondante, l'on puisse, pour diminuer la dépense des tuyaux, dépasser ces limites, il conviendra de ne pas admettre des vitesses supérieures à $2^m,00$, surtout si la circulation de l'eau doit être parfois brusquement interrompue par la fermeture de robinets, ce qui occasionne des chocs et des effets de bélier très-nuisibles à la solidité des joints.

D'une autre part, si les eaux sont sujettes à entraîner des vases, des sables, et à se troubler par les pluies, il est nécessaire, pour éviter les dépôts, que l'eau ait une vitesse moyenne un peu supérieure à celle qui entraîne ces corps, et qui est donnée par la table du numéro **131**.

187. *Distribution d'eau par une conduite d'un diamètre uniforme alimentant dans sa longueur divers écoulements d'un volume déterminé.* — Lorsqu'il se fait sur la longueur de la conduite des prises d'eau à différentes distances, on considère chaque intervalle entre deux orifices comme une conduite particulière, en commençant par la partie supérieure qui doit débiter le volume total. On peut alors, par les règles précédentes, calculer le diamètre ou la perte de chute par mètre courant, selon que le volume et la pente, ou que le volume et le diamètre sont donnés. Dans ce dernier cas, par exemple, après avoir calculé la perte de chute faite par la première partie de la conduite, on en déduira la hauteur à laquelle l'eau pourrait s'élever au premier orifice, hauteur qui, pour la seconde partie, devient la pression motrice. On opérera ensuite de même de proche en proche, et on aura la perte totale de chute produite par les résistances. Il est évident qne cette perte doit toujours être moindre que la pente totale de la conduite, qui est ordinairement donnée; s'il en était autrement, ce serait une preuve que la conduite n'a pas un diamètre assez grand pour débiter le volume d'eau proposé.

188. *Distribution d'eau par une conduite dont le diamètre varie.* — Lorsque l'on a une chute ou pente totale suffisante, l'économie doit engager à diminuer le diamètre de la conduite à mesure que le volume à débiter devient plus petit. La pente totale

étant donnée, on devra calculer les diamètres de chaque partie, de manière que la somme des pertes de charge n'excède pas cette pente, et de façon qu'à chaque point de prise d'eau il y ait encore une hauteur de pression suffisante pour assurer le débit voulu.

189. *Condition relative à la pression qui doit exister près des orifices de prise d'eau.* — Connaissant le volume d'eau qui doit être fourni par une prise faite sur une conduite, et la disposition de l'orifice d'écoulement, il sera toujours facile, par les formules précédemment données, de calculer la hauteur de pression exprimée en colonne d'eau nécessaire pour assurer ce débit. On devra vérifier, après le calcul du diamètre de la conduite, si, en retranchant la perte de charge, occasionnée par la résistance, de la charge totale au-dessus de l'orifice de la prise d'eau, le reste est encore supérieur à la hauteur nécessaire pour produire le débit voulu. Dans le cas où ce reste serait trop faible, il faudrait augmenter le diamètre de la conduite pour diminuer la perte de charge, et accroître la pression qui doit produire l'écoulement.

Pour les bornes-fontaines, par exemple, dont le débit est estimé en moyenne à deux litres au plus en 1″, on admet qu'avec les modèles de bouches adoptés à Paris, il suffit d'une hauteur de pression de quelques décimètres au-dessus de cette bouche, ordinairement placée à $0^m,50$ au-dessus du sol.

190. *Applications.* — Soit, par exemple, un volume d'eau $Q = 0^{mc},050$ à fournir par seconde au moyen d'une conduite ayant $1^m,50$ de pente totale, qui débite et partage ce volume par cinq orifices de prises d'eau, répartis comme il suit :

A 100^m de l'origine.	10	litres en 1″.
A 80^m plus loin ou à 180^m de l'origine.	10	—
A 70^m plus loin ou à 250^m de l'origine.	10	—
A 100^m plus loin ou à 350^m de l'origine.	10	—
A 80^m plus loin ou à 430^m de l'origine.	10	—
Longueur totale. . . 430^m —	50	litres.

En calculant d'abord par les formules du numéro **177**, les pertes de charge produites dans une conduite de $0^m,25$, débi-

tant successivement 50, 40, 30, 20 et 10 litres par seconde et pour laquelle la formule est $J = 3{,}70 Q^2$, l'on a

VOLUME d'eau débité en 1".	DIAMÈTRE de la conduite.	LONGUEURS partielles L.	PERTES DE CHARGE partielles — par mètre courant J.	PERTES DE CHARGE partielles — sur chaque longueur partielle L.	HAUTEURS de pression aux orifices.
lit.	m.	m.	m.	m.	m.
50	»	100	0.00925	0.925	0.575
40	»	80	0.00592	0.474	0.101
30	0.25	70	0.00333	0.233	»
20	»	100	0.00148	0.148	»
10	»	80	0.00037	0.030	»
Perte de charge totale..................				1.810	

L'on voit par ces résultats qu'une conduite de 0m,25 ne suffirait pas pour assurer le service, puisque la pente totale de 1m,50, dont on dispose, serait absorbée par la résistance de la conduite avant le troisième orifice qui doit débiter 30 litres par seconde. Il faut donc recourir à un diamètre plus grand, et si nous essayons celui de 0m,30 pour lequel la formule des pertes de charges est (n° **177**) $J = 1{,}465 Q^2$, nous obtenons les résultats suivants :

VOLUME d'eau débité en 1".	DIAMÈTRE de la conduite.	LONGUEURS partielles.	PERTES DE CHARGE partielles — par mètre courant.	PERTES DE CHARGE partielles — sur chaque longueur de conduite.	HAUTEURS de pression aux orifices.
lit.	m.	m.	m.	m.	m.
50	»	100	0.00366	0.366	1.134
40	»	80	0.00234	0.187	1.047
30	0.30	70	0.00132	0.092	0.955
20	»	100	0.00059	0.059	0.896
10	»	80	0.00015	0.012	0.884
Perte de charge totale..................				0.716	

D'après ce tableau, l'on voit que la pente totale de $1^m,50$ ne serait pas à beaucoup près consommée, et qu'il resterait sur le dernier orifice une hauteur de pression de $0^m,884$, plus que suffisante pour assurer l'écoulement de 10 litres par seconde.

On rappellera que la formule dont on se sert ne tient pas compte de la charge génératrice de la vitesse dans la conduite, ni de la perte de force vive ou de charge qui se produit après l'entrée de l'eau dans la conduite. Il est donc prudent d'adopter un diamètre tel, qu'il reste, tous calculs faits, un excédant de charge disponible pour compenser ces pertes, habituellement assez faibles d'ailleurs.

Si les prises d'eau étaient des conduites destinées, par exemple, à répartir les dix litres que chacune d'elles reçoit entre cinq orifices de bornes-fontaines, il faudrait s'assurer que la hauteur de pression à l'origine de ces conduites, appelées *branchements*, serait suffisante pour y produire le mouvement, en ayant égard à leur pente particulière et à leur diamètre; et si l'on trouvait qu'elle ne l'est pas, on recommencerait le calcul de la conduite principale avec un plus grand diamètre.

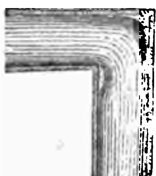
Si, au lieu d'une pente totale de $1^m,50$, on en avait une plus grande, et de $4^m,00$ par exemple, on pourrait, en sacrifiant aux résistances une plus grande portion de cette pente, employer une conduite de diamètres décroissants, ainsi qu'il suit :

VOLUME d'eau débité en 1".	DIAMÈTRE de la conduite.	LONGUEURS partielles.	PERTES DE CHARGE partielles par mètre courant.	PERTES DE CHARGE partielles sur chaque longueur de conduite.	HAUTEURS de pression aux orifices.
lit.	m.	m.	m.	m.	m.
50	0.30	100	0.00366	0.356	3.634
40	0.25	80	0.00592	0.474	3.160
30		70	0.00333	0.233	2.827
20	0.15	100	0.02022	2.022	0.805
10		80	0.00505	0.404	0.401
Perte de charge totale..................				3.499	

On voit par cet exemple combien la perte de charge produite

par les résistances augmente quand le diamètre des conduites diminue.

191. *Influence des changements brusques de direction des conduites.* — Lorsque l'eau qui circule dans une conduite éprouve un changement brusque de direction, ainsi que la figure ci-contre en offre un exemple, les filets fluides, rencontrant une paroi dont les arêtes sont perpendiculaires à leur direction, se dévient, et il se produit dans la nouvelle conduite, un peu au delà du coude, une contraction d'autant plus sensible que la vitesse est plus grande. Dans cette section contractée, la vitesse du fluide est considérablement augmentée; puis un peu plus loin les filets ont repris leur parallélisme, et si la nouvelle conduite a le même diamètre que l'autre, la vitesse redevient la même. Par conséquent le travail développé pour produire l'accélération au passage de la veine contractée dans le coude, ou la force vive communiquée, a été complétement perdu. Toute déviation de ce genre occasionne donc une perte de force vive ou de travail moteur, et consomme une portion de la charge motrice.



En raisonnant comme au numéro 37, on peut exprimer cette perte de force vive, et montrer qu'elle équivaut à une perte de charge motrice. En effet, dans la section contractée qui se forme après le passage du coude, la vitesse U' est plus grande que la vitesse moyenne U que le liquide possédait dans le tuyau avant le coude, et qu'il reprend après. Chaque tranche élémentaire de masse M perd donc, après ce passage, l'excédant de vitesse U'—U qu'elle avait acquis, et par conséquent perd la force vive

$$M(U'-U)^2.$$

et, comme le mouvement est permanent, les mêmes effets se reproduisent de la même manière dans chaque élément de temps, de sorte que la perte de force vive éprouvée dans chaque seconde par la masse M de liquide que débite la conduite a pour expression

$$M(U'-U)^2.$$

Si l'on désigne par m' le coefficient de la contraction qui

s'opère dans un semblable coude, l'on a, d'après la condition de la permanence du mouvement du liquide, la relation

$$m'AU'=AU \quad \text{d'où} \quad U'=\frac{U}{m'},$$

et l'expression de la perte de force vive produite dans chaque seconde par le changement brusque de direction devient

$$M\left(\frac{1}{m'}-1\right)^2 U^2.$$

Or en nommant :

H_1 la hauteur correspondante à la vitesse moyenne U du liquide dans le tuyau, l'on a

$$2gH_1 = U^2.$$

Ce qui donne pour l'expression de la perte de force vive produite par le coude

$$2MgH_1\left(\frac{1}{m'}-1\right)^2,$$

et pour le travail moteur correspondant consommé pour imprimer, dans chaque seconde, au liquide cet accroissement de vitesse au passage, détruit en tourbillonnements l'instant après,

$$MgH_1\left(\frac{1}{m'}-1\right)^2,$$

travail qui correspond à celui que la gravité développerait sur le poids Mg de l'eau écoulée descendant de la hauteur $\left(\frac{1}{m'}-1\right)^2 H_1$.

Ce qui montre que l'effet de ce changement brusque de direction équivaut à une perte sur la charge motrice exprimée par la hauteur $\left(\frac{1}{m'}-1\right)^2 H_1$, et fait voir que cet effet croît avec le carré de la vitesse moyenne dans la conduite.

Dans les distributions d'eau bien disposées, le changement de direction d'une conduite se fait en raccordant les deux directions données par un tuyau arrondi, dont la forme atténue beaucoup les effets que nous venons d'indiquer.

192. *Résultats d'expériences.* — Dubuat a fait à ce sujet des expériences sur des tuyaux de $0^m,027$ et de $0^m,54$ de diamètre de différentes longueurs, auxquels il a fait faire un certain nombre de coudes arrondis; et, en comparant pour des tuyaux coudés et des tuyaux droits de même longueur les charges motrices nécessaires pour produire l'écoulement d'un même volume d'eau, il a déterminé l'augmentation de charge qu'exigeaient les coudes.

En discutant les résultats de ces expériences, M. Navier a reconnu que l'on pouvait les représenter, avec une exactitude suffisante pour les applications, par la formule

$$h = H_1 [0,0039 + 0,0186 r] \frac{c}{r^2},$$

dans laquelle on exprime par

h la perte de la charge cherchée,

H_1 la hauteur due à la vitesse moyenne de l'eau dans la conduite,

r le rayon d'arrondissement de l'axe de la conduite,

c la longueur développée de cet axe du coude.

On voit que, d'après cette formule, la perte de charge produite par les coudes croîtrait comme les hauteurs dues aux vitesses moyennes, ou comme les carrés de ces vitesses, ce qui doit engager à limiter les vitesses moyennes.

En général, en donnant aux arrondissements des coudes des dimensions convenables, on parvient, dans la plupart des cas, à restreindre beaucoup la perte de charge due à cette cause.

Si, par exemple, une conduite de $0^m,20$ de diamètre présente trois coudes à angles droits, dont le rayon de raccordement soit $r = 0^m,75$, on aurait

$$(0,0039 + 0,0186\, r) \frac{c}{r^2} = 0,03737.$$

S'il doit passer au premier de ces coudes 80 litres en 1", au deuxième 40 litres, et au troisième 20 litres, les vitesses moyennes respectives seraient

$$2^m,5465, \quad 1^m,2732, \quad 0^m,6366;$$

et les hauteurs correspondantes H_1

$$0^m,330, \quad 0^m,083, \quad 0^m,020,$$

ce qui donne respectivement pour les pertes de charge produite par ces coudes

1er coude,	2e coude,	3e coude,
$0^m,0123$,	$0^m,0031$,	$0^m,0007$.

On voit que ces pertes sont faibles dès que les vitesses ne dépassent pas les limites convenables et quand les coudes ont un assez grand rayon de raccordement.

193. *Proportion des coudes dans le service des eaux de la ville de Paris.* — Dans le service des eaux de Paris on a adopté les proportions suivantes :

DIAMÈTRE des conduites.	RAYON de raccordement des axes.	DÉVELOPPEMENT de l'axe du coude en parties de la circonférence.
m.	m.	
0.05 0.06	0.45	0.250
0.08 0.10	0.50	0.250
0.15	0.75	0.250
0.20	1.00	
0.25 et au-dessus.	1.50	0.125

194. *Effet de la pénétration de deux tuyaux.* — Il se produit un effet analogue à ceux que nous venons d'étudier quand une conduite s'embranche sur une autre, et dans les distributions d'eau où il y a un grand nombre de branchements semblables, ces pertes peuvent se multiplier tellement qu'il importe de les éviter, autant que possible.

Malheureusement on manque d'expériences propres à déterminer les effets de la contraction qui se produit dans ce cas.

195. *Pression exercée par l'eau en un point quelconque de la conduite.* — Connaissant la perte de charge qui est produite par les résistances depuis l'origine de la conduite jusqu'au point que l'on considère, si on la retranche de la pression motrice totale depuis le réservoir supérieur jusqu'à ce point, on aura, comme on l'a vu au numéro **182**, la pression du point donné exprimée par la hauteur à laquelle l'eau prise en ce point pourrait s'élever.

196. *Épaisseur à donner aux conduites.* — Mais cette valeur de la pression supportée par la paroi du tuyau pendant le mouvement du liquide, non plus que la pression plus considérable qu'elle éprouve quand le mouvement n'a pas lieu, ne peut servir à calculer l'épaisseur des parois, si la circulation de l'eau est exposée à des arrêts brusques. Il faut alors donner aux tuyaux un excédant de résistance, et l'observation a fait connaître les dimensions convenables.

L'expérience a conduit à des règles pratiques pour déterminer l'épaisseur à donner aux tuyaux de conduite selon la matière dont ils sont formés. L'on doit de plus, pour les tuyaux en fonte, tenir compte de la manière dont ils sont coulés.

Nous rapporterons ici les formules consacrées par l'usage, et dans lesquelles on nomme

E l'épaisseur du tuyau en mètres,

D son diamètre intérieur en mètre,

n la pression d'épreuve à laquelle il doit résister exprimée en atmosphères et ordinairement égale à 10.

Le tableau suivant contient d'ailleurs les dimensions des tuyaux adoptés aujourd'hui dans la distribution des eaux de Paris.

Matières des tuyaux.	Formules.
	m. m.
Fer	$E = 0.00086\,nD + 0.0030$
Fonte, coulée horizontalement	$E = 0.00238\,nD + 0.0085$
Fonte, coulée verticalement	$E = 0.00160\,nD + 0.0080$
Cuivre laminé	$E = 0.00147\,nD + 0.0040$
Plomb	$E = 0.00242\,nD + 0.0050$
Zinc	$E = 0.00620\,nD + 0.0040$
Bois	$E = 0.0323\,nD + 0.0270$
Pierres naturelles	$E = 0.00363\,nD + 0.0300$
Pierres factices	$E = 0.00538\,nD + 0.0400$

M. Dupuis, ingénieur, Directeur du service municipal des eaux de Paris, a proposé une autre formule pratique pour la détermination des épaisseurs des tuyaux. Elle est

$$e = 0^{m},008 + 0,00016DH + 0,0128D.$$

Le premier terme et le second sont les mêmes que dans la formule précédente, attendu que H exprime la plus grande charge de la distribution, et que, pour le service de Paris, l'épreuve des tuyaux en fonte à la pression de dix atmosphères suppose H=100 mètres de hauteur d'eau environ.

Le troisième terme 0,0128 D donnerait les surcroîts d'épaisseur pour résister aux coups de bélier résultant de la fermeture brusque des tuyaux. Cet ingénieur fait lui-même remarquer que l'utilité de ce terme ou le surcroît d'épaisseur auquel il conduit pourrait être diminué de beaucoup par l'emploi de fermetures graduelles qui éviteraient les chocs.

Quoi qu'il en soit, les perfectionnements apportés depuis quelques années à la fabrication des tuyaux ont permis de diminuer les épaisseurs antérieurement admises, et leurs dimensions sont réglées selon les diamètres, comme l'indique le tableau suivant.

On pose les conduites de différentes manières, selon leur importance et leur destination.

1° Sous des galeries spéciales voûtées en maçonnerie : ce mode est dispendieux et on ne l'adopte que pour les galeries principales.

2° Dans les galeries d'égout : ce mode, moins dispendieux que le précédent, rend la pose et la visite des conduites difficiles et dangereuses ; le service des robinets est incommode.

3° Dans de petites rigoles en maçonnerie établies sous le pavé des rues et recouvertes d'un madrier : on reproche à ce procédé de rendre la recherche des fuites longue et dispendieuse.

4° En pleine terre sous le pavé des rues, à $1^{m},00$ de profondeur : ce moyen est généralement adopté comme le plus simple et le plus économique.

Il est bon de faire remarquer que le premier et le second

mode de pose ont l'inconvénient de permettre pendant l'été l'échauffement des eaux qui circulent dans les conduites.

La garniture des joints doit être élastique; on la fait ordinairement avec de la corde goudronnée et du plomb fondu. La corde se place dans le fond du joint et empêche le plomb de couler dans le corps du tuyau quand on le verse. On matte fortement la corde d'abord et le plomb ensuite.

Quand on n'a pas de bons ouvriers habitués à ce genre de travail, on peut employer un mastic composé de 98 parties de limaille de fonte tamisée, non oxydée, et d'une partie de fleurs de soufre. Sur ce mélange on verse une dissolution d'une partie de sel ammoniac dans l'eau bouillante, et l'on brasse fortement. Le mélange doit avoir la consistance du mortier ordinaire; on l'emploie de suite et on le bourre fortement dans les joints.

L'on doit à MM. Fortin Hermann frères un nouveau mode d'assemblage des tuyaux qui paraît avoir, pour la pose et les réparations, des avantages notables.

Les tuyaux, tout à fait cylindriques, sont placés bout à bout et réunis par une bague en plomb qui recouvre le joint. Deux anneaux en fonte, mobiles sur les tuyaux, sont ensuite rapprochés l'un contre l'autre, en comprimant la bague de plomb, qui ferme ainsi hermétiquement le joint.

DIMENSIONS DES TUYAUX EN FONTE.

DIAMÈTRES INTÉRIEURS.	LONGUEUR TOTALE des tuyaux droits.					FILETS.		CORDONS.			ÉPAISSEUR normale.		EMBOITEMENTS.			BRIDES.				OBSERVATIONS.
	à emboîtement et cordon.	à emboîtement et bride.	à bride et cordon.	à 2 emboîtements.	à 2 brides.	Largeur.	Saillie sur le fût fixant la surépaisseur de l'emboîtement.	Largeur.	Saillie sur le fût.	Diamètre sur l'emboîtement.	Droits.	Courbes.	Longueur.	Épaisseur.	Diamètre intérieur.	Diamètre extérieur.	Épaisseur à la jonction des tuyaux.	Frais.	Nombre de trous.	
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m. 0.0095	m. 0.0115	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	Les tuyaux courbes ne diffèrent des tuyaux droits que par leur épaisseur. Les longueurs et les largeurs des emboîtements, brides et cordons restent les mêmes.
0.081	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.0095	0.0115	0.11	0.0135	0.12	0.224	0.0165	0.003	3	
0.108	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.010	0.012	0.11	0.014	0.148	0.253	0.017	0.003	4	
0.135	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.010	0.012	0.11	0.014	0.175	0.280	0.017	0.003	5	
	2.61	2.61	2.50	2.72	2.50	0.086	0.004	0.016	0.006	0.02	0.0095	0.0115	»	»	»	»	»	»	»	
0.162	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.0105	0.014	0.11	8.0145	0.203	0.317	0.0175	0.003	6	
0.190	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.011	0.0145	0.11	0.015	0.232	0.347	0.018	0.003	6	
0.216	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.0115	0.015	0.11	0.0155	0.259	0.377	0.0185	0.003	6	
0.250	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.012	0.015	»	0.017	0.298	0.411	0.020	0.003	6	
0.300	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.013	0.016	»	0.018	0.350	0.474	0.021	0.003	8	
0.325	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.0135	0.016	»	0.0185	0.376	0.499	0.0215	0.003	8	
0.350	2.63	2.63	2.63	2.76	2.76	0.087	0.005	0.036	0.008	0.04	0.014	0.017	»	0.019	0.401	0.528	0.0215	0.003	9	
0.400	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.0145	0.018	»	0.095	0.453	0.582	0.0225	0.003	10	
0.500	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.016	0.020	»	0.021	0.556	0.682	0.024	0.003	12	
0.600	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0.018	0.022	»	0.023	0.660	0.786	0.026	0.003	14	

POIDS DES TUYAUX ET DE LEURS PRINCIPALES PARTIES.

1° TUYAUX DROITS.

DIAMÈTRES.	A EMBOÎTEMENT et cordon. Poids			A EMBOÎTEMENT et bride. Poids				A BRIDE et cordon. Poids			A DOUBLE emboîtement. Poids			A DOUBLE bride. Poids			POIDS DU MÈTRE LINÉAIRE du corps du tuyau.
	de l'emboîtement.	du corps du tuyau.	Total.	de l'emboîtement.	du corps du tuyau.	de la bride.	Total.	de la bride.	du corps du tuyau.	Total.	des emboîtements.	du corps du tuyau.	Total.	des brides.	du corps du tuyau.	Total.	
m.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
0.081	9	49	58	9	47	6	62	6	49	55	18	47	65	12	47	59	20
0.108	11	67	78	11	64	8	83	8	67	75	22	64	86	16	64	80	28
0.135	13	83	96	13	79	10	102	10	82	92	26	79	105	20	79	99	35
0.162	16	103	119	16	98	12	126	12	103	115	32	99	131	24	98	122	43
0.190	20	126	146	20	120	14	154	14	126	140	40	120	160	28	120	148	52
0.216	22	149	171	22	142	17	181	17	149	166	44	142	186	34	142	176	62
0.250	35	180	215	35	170	20	225	20	180	200	70	170	240	40	170	210	75
0.300	43	233	276	43	220	27	290	27	233	260	86	220	306	54	220	274	97
0.325	48	262	310	48	247	30	325	30	262	292	96	247	343	60	247	307	108
0.350	52	291	343	52	275	33	360	33	291	324	104	276	380	66	275	341	121
0.400	61	343	404	61	324	39	424	39	343	382	122	324	446	78	324	402	143
0.500	80	471	551	80	415	51	576	51	471	522	160	445	605	102	445	547	196
0.600	105	633	738	100	538	67	770	67	633	700	210	600	810	134	598	732	264

POIDS DES TUYAUX ET DE LEURS PRINCIPALES PARTIES.

2° TUYAUX COURBES.

DIAMÈTRES.	1/4 DE CERCLE OU 90°. Rayon de 0m.50. Double bride.	1/8 DE CERCLE OU 45°. Rayon 0m.50.			Rayon 0m.75.			Rayon 1m.00.			Rayon 1m.50.		
		Double bride.	Bride et cordon.	Emboîtement et cordon.	Double bride.	Bride et cordon.	Emboîtement et cordon.	Double bride.	Bride et cordon.	Emboîtement et cordon.	Double bride.	Bride et cordon.	Emboîtement et cordon.
m.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
0.081	28	18	17	20	»	»	»	»	»	»	»	»	»
0.108	37	24	22	27	»	»	»	»	»	»	»	»	»
0.135	»	»	»	»	36	35	41	»	»	»	»	»	»
0.162	»	»	»	»	51	49	56	»	»	»	»	»	»
0.190	»	»	»	»	»	»	»	76	73	80	»	»	»
0.216	»	»	»	»	»	»	»	89	86	94	»	»	»
0.250	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	140	139	155
0.300	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	180	177	195
0.325	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	193	191	210
0.350	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	219	217	239
0.400	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	263	261	286
0.500	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	355	356	392
0.600	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	462	466	512

197. *Perte de force vive produite par les étranglements des conduites.* — Lorsqu'une conduite présente à son intérieur un rétrécissement produit par la saillie de quelqu'une de ses parties par la disposition des assemblages, par un pli, ainsi que cela arrive fréquemment aux tuyaux en plomb, on dit qu'il y a un étranglement. D'après la condition de la continuité de la masse fluide (n° 2), chaque section devant donner passage dans le même temps à un même volume, il s'ensuit nécessairemement que la vitesse au passage par cet étranglement est plus grande qu'en avant et en arrière. Cette accélération exige donc la consommation d'une portion du travail moteur employée à imprimer au liquide l'accroissement correspondant de force vive; et après le passage cet accroissement de force vive étant détruit par les tourbillonnements et les mouvements relatifs des molécules fluides les unes sur les autres, puisque l'eau reprend la vitesse et par suite la force vive qu'elle avait avant le passage, il en résulte que le travail développé pour produire l'accélération au passage est totalement perdu. Il suit de là que tout rétrécissement ou étranglement d'une conduite, soit brusque, soit raccordé par des contours plus ou moins continus, produit une perte de force vive ou de travail moteur.

En se reportant à ce qui a été dit aux n°s 37 et suiv., relativement à la perte de force vive qui se produit à l'entrée des tuyaux de conduite ou des ajutages, et raisonnant de même, il est facile de voir qu'en appelant toujours

U la vitesse moyenne de l'eau dans le tuyau;

V la vitesse à l'étranglement, ou plutôt à la section contractée un peu au delà de ce passage;

m' le coefficient de la contraction au même endroit;

A′ l'aire du passage;

A l'aire de la section du tuyau;
la perte de force vive produite par cet étranglement à chaque seconde sera exprimée par

$$M[V-U]^2=M\left[\frac{A}{m'A'}-1\right]^2U^2,$$

à cause de $m'A'V=AU$.

De sorte que la force vive totale communiquée au fluide en 1″ sera

$$MU^2\left[1+\left(\frac{A}{m'A'}-1\right)^2\right].$$

On devra donc ajouter à la force vive possédée par la masse d'eau qui passe dans chaque seconde dans les parties de la conduite autant de termes analogues à

$$M\left[\frac{A}{m'A'}-1\right]^2U^2$$

qu'il y aura d'étranglements, en ayant soin de prendre pour chacun d'eux les valeurs convenables de m' et de A'.

Au sujet des valeurs de m', on fera remarquer qu'elles doivent croître à mesure que le diamètre de l'étranglement se rapproche de celui du tuyau à partir de la valeur $m'=0,60$, correspondante au cas où le diamètre de l'étranglement serait inférieur à la moitié de celui de la conduite, jusqu'à environ 0,85 ou 0,90 au plus, que l'on pourra adopter quand la différence des diamètres ne sera plus que de $\frac{1}{10}$ environ de celui de la conduite. On manque au surplus d'expériences spéciales pour déterminer cette valeur du multiplicateur de la dépense dans des cas pareils, et ce n'est que comme moyen d'approximation que l'on indique les précédentes.

198. *Perte de force vive produite par l'élargissement des conduites.* — On a vu au n° **39** que tout élargissement d'une conduite produisait aussi une perte de force vive ; et, en raisonnant de même qu'on l'a fait au n° **140** relatif aux cabinets d'eau, l'on verrait facilement qu'en nommant encore

O l'aire de la section transversale ;

U′ la vitesse moyenne dans la partie élargie de la conduite ;

Et conservant les notations précédentes, la perte de force vive produite par cet élargissement serait exprimée par

$$M[U-U']^2=MU^2\left[1-\frac{A}{O}\right]^2,$$

à cause de la relation $AU = OU'$ fournie par la condition de continuité de la masse liquide.

Il suit donc encore de là qu'à la force vive possédée par l'eau qui passe en chaque seconde dans la conduite, et à celle qui est perdue aux étranglements, l'on devra ajouter pour celle qui est perdue par l'effet des élargissements de la conduite autant de termes analogues à

$$MU^2\left[1-\frac{A}{O}\right]^2$$

qu'il y aura d'élargissements.

199. *Équation du mouvement de l'eau dans une conduite qui présente un étranglement et un élargissement.* — En supposant, par exemple, qu'il n'y ait qu'un étranglement et qu'un élargissement de la conduite, et conservant toutes les notations précédentes, l'équation du mouvement de l'eau dans une conduite serait

$$MU^2 + MU^2\left(\frac{1}{m}-1\right)^2 + MU^2\left(\frac{A}{m'A'}-1\right)^2 + MU^2\left(1-\frac{A}{O}\right)^2 =$$

$$= 2\,MgH - 2\,\frac{1000SL}{g}\,bU^2,$$

qui se réduit, en raisonnant comme au nº **170**, à

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\left(\frac{A}{mA'}-1\right)^2+\left(1-\frac{A}{O}\right)^2\right]=2g\left\{H-\frac{2L}{D}b_1U^2\right\},$$

à cause de

$$b_1=\frac{b.g}{2}.$$

L'application de cette formule ne présentera pas de difficultés, et elle conduira à des résultats d'une exactitude suffisante pour la pratique. L'on devra seulement se rappeler que les valeurs de b_1, données dans la table du nº **139**, sont relatives à des tuyaux en fonte neufs, et que pour les tuyaux en fonte en service courant elles doivent être doublées, tandis que pour les tuyaux neufs en verre ou en tôle bitumée, il faut les réduire à 0,76 de leur valeur.

Si, par exemple, dans cette formule, nous supposons qu'il

s'agisse d'une conduite de $0^m,20$ de diamètre, devant débiter 40 litres en 1″, d'une longueur de 100^m, dans laquelle il y ait dix étranglements qui réduisent la section du passage A′ à 0,80 de celle A du tuyau, ce qui donne

$$\frac{A}{A'}=\frac{1}{0,80}=1,25;$$

et six élargissements, où l'aire O de la section soit double de celle du tuyau, ce qui donne $\frac{A}{O}=0,50$, on aura, à l'entrée de la conduite $m=0,60$, à chaque étranglement $m'=0,70$, et par suite

$$1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1,444$$

$$\left(\frac{A}{m'A'}-1\right)^2=0,626, \qquad 10\left(\frac{A}{m'A'}-1\right)^2=6,260$$

$$\left(1-\frac{A}{O}\right)^2=0,250, \qquad 6\left(1-\frac{A}{O}\right)^2=1,500$$

$$9,204$$

$$\frac{4L}{D}=\frac{4\times 100}{0,20}=2000, \quad U=1^m,2732,$$

$$\frac{4L}{D}b_1gU^2=26,407,$$

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+10\left(\frac{A}{m'A'}-1\right)^2+6\left(1-\frac{A}{O}\right)^2\right]+\frac{4L}{D}b_1gU^2=35,611,$$

ou

$$2gH=33,803 \quad \text{et} \quad H=1^m,815;$$

tandis que, sans les pertes de force vive produites par les étranglements et les élargissements, on aurait eu seulement

$$U^2\left[1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2\right]+\frac{4L}{D}b_1gU^2=27,851,$$

et par suite $H=1^m,419$.

Par conséquent les étranglements et les élargissements ont fait perdre une charge de $0^m,396$.

La vérification des résultats de la formule ci-dessus a d'ail-

leurs été faite, ainsi que nous l'avons dit, au n° 37, par M. Poncelet, au château d'eau de Toulouse, dans des expériences encore inédites; et d'autres applications plus récentes, faites au mouvement du mercure dans des tubes à travers divers étranglements ou élargissements en ont également montré l'exactitude *.

200. *Conséquence relative à la forme des conduites.* — Il résulte de ce qui précède, que, pour l'économie du travail moteur, ou pour que la hauteur du niveau auquel l'eau peut s'élever à l'extrémité des conduites ne soit pas inutilement diminuée, il importe beaucoup d'éviter dans leur intérieur toute saillie formant étranglement, et l'on ne saurait apporter trop de soins à l'observation de cette condition.

201. *Application des formules précédentes au mouvement de l'air et des gaz.*—Tous les principes et toutes les règles que nous avons exposés aux nos **158** et suivants pour le mouvement dans les tuyaux de conduite, s'appliquent également à celui de l'air et des gaz, en tenant compte de la différence des densités, des températures, des pressions et des coefficients de résistance des parois.

L'observation montre même que, dans la plupart des cas, l'on peut faire abstraction de la différence des pressions aux différents points d'un même parcours, et considérer le fluide comme étant à peu près incompressible.

Nous ne reproduirons pas ici les formules et les applications relatives à l'air et aux gaz parce qu'on les trouvera dans les *Études sur la Ventilation.*

---

* Compte rendu des séances de l'Académie des sciences, séance du 29 juin 1856. — Rapport sur une notice de M. Marozeau relative à la turbine de M. A. Kœchlin.

DES MOTEURS HYDRAULIQUES.

Notions sur la force des cours d'eau et théorie générale des moteurs hydrauliques.

202. *Force des cours d'eau.* — Les règles exposées dans les chapitres précédents nous ont donné les moyens de calculer le volume d'eau fourni par le courant ou par la source dont on dispose. Lorsque ce volume de fluide descend du réservoir supérieur au réservoir inférieur, qu'on appelle *canal de fuite*, par opposition au premier qu'on nomme *canal d'arrivée*, le travail développé par la gravité est, comme on sait, le même, quel que soit le chemin parcouru (Ire partie, n° 30), quand la différence H des deux niveaux est la même; et ce travail est égal au produit du poids de l'eau dépensée par la hauteur dont elle est descendue. Il aura donc pour expression

$$1000\,QH,$$

Q étant le volume d'eau dépensé en 1″, exprimé en mètres cubes, et H la différence des deux niveaux, ou la *hauteur de chute*.

Ce produit s'appelle le *travail absolu* fourni par le cours d'eau, et constitue sa valeur vénale. On l'exprime quelquefois en force de chevaux, en le divisant par 75, et alors la force absolue N d'un cours d'eau en chevaux est

$$N = \frac{1000\,QH}{75}.$$

Le parti, l'effet utile que l'on tire d'un cours d'eau à l'aide des récepteurs hydrauliques dépendant de leur construction, de leur disposition plus ou moins parfaite, il ne serait pas exact de prendre cet effet pour base de la valeur du cours d'eau; c'est le travail absolu qu'il fournit qui doit servir à la fixer.

203. *Observation relative aux règlements d'eau.* — Il arrive souvent que, faute de faire cette distinction importante, les jugements rendus par les tribunaux attribuent à une usine une force déterminée, estimée par l'effet utile du moteur existant, ce qui conduit, comme conséquence, au droit de dépenser le volume

d'eau correspondant à la nature et à l'état du moteur. Il suit de ce mode d'appréciation que le propriétaire de l'usine a intérêt, lors des expériences ou observations destinées à constater l'état des choses ainsi défini, à avoir le récepteur hydraulique le moins avantageux possible, et à le présenter à l'expertise en mauvais état : car il résultera de ces circonstances que, pour obtenir un effet utile donné, il devra dépenser d'autant plus d'eau que son récepteur sera plus défectueux. L'expertise une fois faite et le jugement rendu, le propriétaire est mis en possession d'un volume d'eau déterminé, dont il a droit de disposer comme il le juge convenable ; et alors il peut souvent, en améliorant ou en changeant son récepteur hydraulique, augmenter du double l'effet utile qu'il obtenait de l'ancien. Ces observations montrent combien il serait nécessaire que des notions plus exactes sur l'emploi des moteurs hydrauliques se répandissent généralement, pour que les tribunaux pussent toujours trouver des experts assez éclairés pour les guider dans l'appréciation des faits scientifiques dont la fortune des citoyens dépend quelquefois.

204. *Récepteurs hydrauliques.* — On nomme ainsi toutes les machines dans lesquelles on fait agir l'eau comme puissance motrice, et qui sont destinées à transmettre, à utiliser une portion du travail absolu fourni par le cours d'eau, que l'on doit chercher à rendre la plus grande possible.

205. *Effet théorique des récepteurs hydrauliques.* — Pour appliquer à ce genre de machines le principe général des forces vives, nous étudierons ce qui se passe quand elles sont arrivées à un état de périodicité ou d'uniformité de mouvement tel, que la durée d'un certain nombre de tours soit toujours la même. D'après cela, si l'écoulement de l'eau est aussi parvenu à l'état de permanence, il passera dans chaque période ou dans chaque seconde le même volume d'eau sur le récepteur. Q étant donc ce volume dépensé en 1″, son poids sera 1000 Q et sa masse $M = \frac{1000\,Q}{g}$. Cela posé, l'eau arrive sur le récepteur avec une vitesse V antérieurement acquise et suivant une direction que nous savons déterminer, d'après ce qui précède (n° 137), au moins pour les cas les plus usuels, et possède alors la force vive

MV^2. Elle rencontre les organes du récepteur, ou d'autres masses fluides, animées le plus souvent de vitesses moindres, et contre lesquelles, en se choquant, elle perd une certaine portion u de sa vitesse, et par conséquent (n° 33) la force vive Mu^2. Après son introduction, et les tourbillonnements relatifs ayant cessé, elle marche avec le récepteur ou l'abandonne de suite; mais dans tous les cas, elle le quitte avec une autre vitesse w, et une force vive correspondante Mw^2.

La variation de la force vive éprouvée par le liquide ou la force vive qui lui a été communiquée, se compose donc de celle qu'il possède à sa sortie du récepteur, diminuée de celle qu'il avait en y arrivant, et augmentée de la perte de force vive Mu^2 qu'il a subie en entrant. Elle a donc pour expression

$$Mw^2 - MV^2 + Mu^2.$$

Si, depuis son point d'introduction jusqu'à celui de sortie, le liquide en se mouvant avec le récepteur est descendu de la hauteur h, le travail développé par la gravité pour entretenir le mouvement aura pour expression

$$Mgh = 1000\,Qh.$$

Le travail de la résistance utile, ordinairement communiqué par des engrenages ou autres moyens de transmission, peut toujours être assimilé à l'élévation verticale d'un poids P, agissant tangentiellement à la circonférence extérieure de la roue, ou du récepteur hydraulique ou de toute autre manière, et qui se mouvrait avec une vitesse moyenne v égale à celle de cette circonférence. Le travail de cette résistance en 1″ sera donc exprimé par Pv, et, comme il s'oppose à l'accélération du mouvement, il doit être retranché du travail moteur $1000\,Qh$.

D'après cela, le principe des forces vives appliqué aux récepteurs hydrauliques nous donne la relation

$$M\,[w^2 - V^2 + u^2] = 2\,Mgh - 2\,Pv,$$

d'où l'on tire pour le travail de la résistance qui représente l'effet utile ou transmis

$$Pv = Mgh + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}Mu^2 - \frac{1}{2}Mw^2.$$

206. *Conditions du maximum d'effet.* — L'établissement du récepteur et sa vitesse de marche doivent naturellement être réglés de manière à obtenir le plus grand effet utile : on doit donc chercher à rendre le produit Pv un maximum ; et, si l'on nomme h' la hauteur due à la vitesse d'arrivée V de l'eau sur le récepteur, on aura $V^2 = 2gh'$, et la relation ci-dessus deviendra

$$Pv = 1000Q(h+h') - \frac{1}{2}Mu^2 - \frac{1}{2}Mw^2.$$

La hauteur h' est toujours moindre que celle du niveau du réservoir au-dessus du point d'arrivée de l'eau sur le récepteur, puisque l'on sait qu'elle éprouve toujours dans le passage par les orifices et dans sa circulation dans les coursiers ou conduits des pertes de force vive ou de travail. Il suit de là que la somme des hauteurs $h+h'$ sera toujours plus petite que la hauteur de chute totale H du réservoir supérieur au canal de fuite. Toutefois, comme on peut, par de bonnes dispositions des orifices et des conduits ou coursiers, atténuer les pertes ou la différence, on voit que le terme $h+h'$ pourra différer peu de la hauteur totale H, et qu'en tous cas la plus grande valeur du terme $1000Q(h+h')$ sera $1000QH$, ou ce que nous avons appelé le travail absolu du moteur ou du cours d'eau.

Quant aux termes $\frac{1}{2}Mu^2$ et $\frac{1}{2}Mw^2$, relatifs, le premier à la perte de force vive que l'eau éprouve à son entrée sur le récepteur, et le second à la force vive avec laquelle elle le quitte et qui n'est pas utilisée, on voit qu'ils correspondent tous deux à un travail perdu, qui doit être retranché du travail $1000Q(h+h')$, et que, par conséquent, pour rendre l'effet utile Pv un maximum, il faut que ces deux termes soient séparément nuls ou du moins aussi petits que possible; condition qui revient à dire pour le premier de ces termes que *l'eau doit arriver sans choc sur le récepteur*, et pour le second *qu'elle doit le quitter sans vitesse.*

207. *Moyens généraux de satisfaire à ces conditions.*—Telles sont les conditions théoriques fondamentales de la construction des récepteurs hydrauliques; si l'on pouvait y satisfaire tout à fait et

en même temps diminuer les pertes sur les hauteurs h et h', le travail transmis Pv atteindrait sa valeur maximum, qui serait $Pv = 1000\,QH$, ou serait égal au travail absolu développé par la gravité sur le volume d'eau dépensé dans son passage du réservoir au canal de fuite.

Mais, d'une part, on ne peut éviter complétement la perte sur la hauteur h', correspondante à la vitesse d'entrée de l'eau sur le récepteur, ou atténuer tellement les pertes de force vive et les frottements dans les conduits ou coursiers, que cette vitesse soit précisément celle qui serait due à la hauteur du réservoir au-dessus du point d'arrivée.

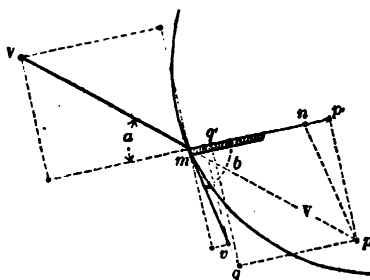
D'un autre côté, il est à peu près impossible de rendre tout à fait nulles la vitesse u perdue à l'entrée, et la vitesse conservée w par l'eau à la sortie, quoiqu'on puisse dans quelques cas les réduire à être très-faibles, ainsi que nous le montrerons tout à l'heure.

On voit donc que l'on ne peut se flatter, dans la construction des moteurs hydrauliques, de réaliser qu'une fraction plus ou moins grande du travail absolu du moteur. L'étude des différents récepteurs hydrauliques nous conduira à reconnaître les moyens de se rapprocher, dans chaque cas, le plus possible de ces conditions du maximum.

L'un des moyens généraux les plus efficaces, ce sera, comme nous l'avons déjà indiqué (Ire partie, n° 205), d'employer des récepteurs susceptibles de prendre un mouvement uniforme, car c'est alors seulement qu'on pourra rendre les vitesses u et w nulles ou habituellement très-petites. L'uniformité du mouvement doit donc être regardée comme une condition du meilleur effet de ces récepteurs, toutes les fois qu'il sera possible de l'obtenir. Quand, au contraire, le récepteur devra, par sa constitution, être nécessairement doué d'un mouvement alternatif, il faudra que les vitesses u et w, et par suite celle du récepteur, soient aussi petites que possible. Telle est la condition du maximum d'effet des récepteurs hydrauliques à mouvement alternatif, comme les machines à colonne d'eau, les balanciers hydrauliques, etc.

208. *De la vitesse perdue à l'entrée de l'eau sur les roues hydrauliques.* — Considérons avec quelque détail ce qui se passe lorsqu'un filet fluide vient rencontrer une aube plane ou courbe

dépendant d'une roue hydraulique, et emportée dans le mouvement de rotation de cette roue. Soient



V la vitesse d'arrivée du filet fluide sur l'élément de l'aube qu'elle rencontre;

a l'angle d'incidence que la direction de cette vitesse forme avec l'aube ou avec son dernier élément, prolongé par sa tangente;

v la vitesse avec laquelle l'élément de l'aube est emporté dans le mouvement de la roue;

b l'angle que forme la direction de cette vitesse *v* avec l'élément de l'aube;

Si nous décomposons chacune des vitesses V et *v* en deux autres, l'une perpendiculaire à l'élément de l'aube, et l'autre tangente à cet élément, nous aurons pour

V les composantes $V \sin a$ et $V \cos a$,

v — $v \sin b$ et $v \cos b$.

Si les deux composantes normales $V \sin a$ et $v \sin b$ sont dirigées dans le même sens, comme la figure l'indique, l'excès de la première sur la seconde

$$V \sin a - v \sin b$$

exprimera la vitesse normale avec laquelle le filet fluide vient choquer l'aube ou son élément extrême, et, par l'effet de la résistance du corps solide qui forme l'aube, toute cette vitesse normale se trouvera détruite.

Pour qu'il n'y ait pas de choc normal ou de vitesse perdue à l'introduction de l'eau sur l'aube, il faut donc que l'on ait

$$V \sin a - v \sin b = 0,$$

c'est-à-dire que les deux composantes normales soient égales et dirigées dans le même sens.

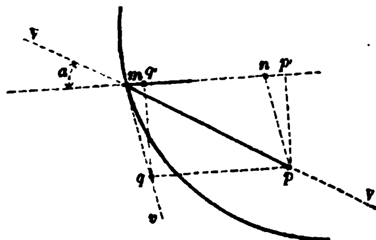
L'on peut satisfaire à cette condition de différentes manières,

selon que l'on dispose des quantités a, b, ou v, la vitesse V étant presque toujours donnée.

Si, par exemple, les angles a et b ou les directions des deux vitesses V et v sont aussi données, il suffit de prendre sur la direction de la vitesse V, $mp = V$, de mener pq parallèle à la direction mn de l'élément de l'aube, et de prendre la vitesse v de transport de cet élément égale à mq. Il est clair, en effet, en menant pn parallèle à mq, que la figure $mqpn$ étant alors un parallélogramme, la perpendiculaire pp' représentera V sin a, et la perpendiculaire qq' v sin b, et ces deux perpendiculaires étant égales, l'on a

$$V \sin a = v \sin b \quad \text{ou} \quad V \sin a - v \sin b = 0.$$

Si la grandeur de la vitesse v, dont l'élément de l'aube est animé, est donnée d'avance, ainsi que celle de V de l'eau et la direction de celle-ci, il reste à déterminer la direction de l'élément mn de l'aube par lequel s'introduit l'eau, de façon qu'il n'y ait pas de choc normal.



A cet effet, on portera sur la direction donnée de V et de m en p une longueur mp proportionnelle à V sur la direction donnée de v et de m en q une longueur mq proportionnelle à v, on joindra les extrémités p et q, de ces lignes, et l'on mènera mn parallèle à pq, ce qui déterminera la direction cherchée de l'élément de l'aube par lequel le liquide s'introduira.

209. *Vitesse d'introduction de l'eau sur l'aube.* — Quant aux composantes des vitesses V et v dirigées dans le sens de l'élément mn de l'aube que l'on considère, et qui sont V cos a et v cos b, il est facile de voir que l'excès de la première sur la seconde, ou

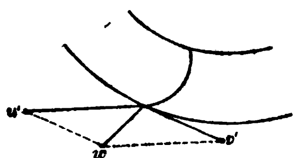
$$V \cos a - v \cos b,$$

exprime la vitesse relative avec laquelle l'eau s'introduit et glisse le long de l'aube, et en vertu de laquelle elle circule ensuite sur cette aube.

Dans beaucoup de cas cette vitesse relative est tout à fait éteinte et perdue, parce que l'eau rencontre des parois, des capacités par lesquelles elle est arrêtée dans son mouvement. Lorsqu'au contraire les contours de l'aube sont courbes et continus, le liquide y circule en vertu de cette vitesse d'introduction, et il y est soumis aux différentes forces qui peuvent accélérer ou retarder son mouvement.

Nous montrerons plus loin l'application des considérations que nous venons d'indiquer aux différents récepteurs hydrauliques.

210. *De la vitesse de sortie de l'eau quand elle quitte les aubes des roues hydrauliques.* — Dans certains récepteurs, dont nous parlerons plus loin, lorsque l'eau a été, ainsi que nous venons de l'indiquer, introduite sur les aubes dont les formes courbes et continues n'altèrent pas brusquement sa vitesse, elle y circule, soumise à l'action des forces qui la sollicitent, et atteint l'extrémité des aubes avec une vitesse relative dirigée dans le sens de la tangente à leur dernier élément. Mais, outre cette vitesse, elle est de plus animée de celle de transport que possède l'élément de l'aube autour de son axe. Si donc l'on nomme



u' la vitesse relative de l'eau dans le sens de la tangente au dernier élément de l'aube;

v' la vitesse de transport de cet élément dans le sens de la tangente à la circonférence qu'il décrit;

w étant toujours la vitesse absolue avec laquelle l'eau abandonne l'aube, il est facile de voir, à l'inspection de la figure ci-contre, que la vitesse w résultante des deux vitesses u' et v' sera d'autant plus faible que les directions de ces deux vitesses feront un angle plus obtus, ou que le dernier élément de l'aube se rapprochera davantage d'être tangent à la circonférence qu'il décrit dans son mouvement de transport.

Il est d'ailleurs évident aussi que la vitesse w sera d'autant plus faible, que ses composantes u' et v' le seront elles-mêmes davantage.

211. *Usage des considérations précédentes.* — Les notions que nous venons d'indiquer sur la vitesse d'introduction et sur la vitesse de sortie de l'eau qui agit sur les roues hydrauliques, ont une grande importance dans beaucoup de cas, et l'on en verra l'application, lorsque nous nous occuperons en particulier des divers récepteurs de ce genre.

Mais il est bon d'observer que nous avons raisonné sur un seul filet fluide, et pour qu'en réalité les choses se passent comme nous venons de l'indiquer, il est nécessaire que les veines fluides n'aient que de faibles épaisseurs.

212. *Classification des principales variétés de roues hydrauliques.* — Si l'on ne peut réaliser le maximum absolu d'effet utile, qui serait égal au travail absolu dépensé par le moteur, on doit au moins, pour chaque espèce de récepteur, chercher à obtenir le plus grand effet qu'il soit capable de produire, et qu'on peut nommer le maximum d'effet relatif. Il faut donc étudier pour chaque genre de moteur hydraulique les conditions sous lesquelles il fonctionne de la manière la plus avantageuse, et comparer les résultats de la théorie à ceux de l'expérience. Nous ne nous occuperons ici que des systèmes de récepteurs hydrauliques le plus en usage, et sur lesquels des expériences authentiques ont fourni des résultats bien constatés. Ce sont :

1° Les anciennes roues à palettes planes qui reçoivent l'eau à leur partie inférieure, et se meuvent dans des coursiers, où elles ont un jeu plus ou moins considérable; on les nomme *roues en dessous.*

2° Les roues à palettes emboîtées dans des coursiers circulaires sur une partie de la chute totale, et qui reçoivent l'eau par des orifices avec charge sur le côté supérieur.

3° Les roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires sur toute la hauteur de la chute, qui reçoivent l'eau par des vannes en déversoir, et que l'on nomme improprement *roues de côté.*

4° Les *roues à aubes courbes*, imaginées par M. Poncelet, qui reçoivent l'eau à leur partie inférieure et par des vannages inclinés.

5° Les *roues à augets*, qui reçoivent l'eau à leur sommet, soit au-dessous de ce point.

6° Les *roues pendantes montées sur bateaux*, qui se meuvent dans un courant en quelque sorte indéfini, par rapport à leurs dimensions.

7° Les roues à axe vertical, généralement appelées *turbines*.

213. *Observation sur les notions précédentes.* — Les notions fort simples que nous venons d'exposer et qui mettent en évidence les relations qu'il convient d'établir entre la vitesse d'arrivée de l'eau sur les aubes des moteurs hydrauliques, la vitesse de ces aubes et la direction de leur premier élément, de même que celles qui lient la vitesse de sortie, et la direction des derniers éléments des aubes à leur vitesse, sont dues à M. Poncelet.

Comme elles doivent servir et servent effectivement à régler convenablement toutes les conditions de marche du tracé des moteurs hydrauliques, c'est, en réalité, à cet illustre ingénieur qu'il convient de reporter en grande partie l'honneur des perfectionnements qui, depuis les trente dernières années, ont été apportés à ces récepteurs, quels que soient d'ailleurs leurs types.

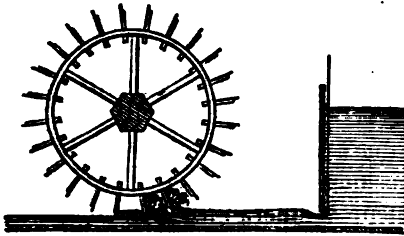
Il faut, en effet, remarquer que presque dans tous les cas le seul élément donné se réduit à peu près à la vitesse d'arrivée de l'eau sur les aubes, tandis qu'on peut disposer de la vitesse de rotation du récepteur, de la forme et de la direction de ses aubes de manière à assurer l'introduction de l'eau sans choc et son évacuation avec une faible vitesse.

Aussi est-il remarquable que toutes les turbines par exemple où l'on a satisfait au moins approximativement à ces conditions donnent à peu près le même rendement, comme on le verra plus loin.

Roues à aubes planes.

214. *Roues à aubes planes recevant l'eau en dessous.* — L'eau arrivant sur ces roues à la partie inférieure, et en sortant de même, la hauteur h qu'elle parcourt avec la roue est nulle. La vitesse d'arrivée V de l'eau se détermine par les règles connue

(nos 102 et suiv.), et elle est dirigée à très-peu près perpendiculairement aux palettes inférieures.



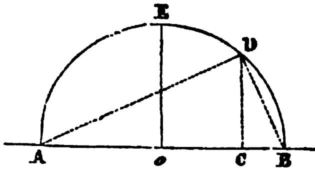
La vitesse de la roue et des palettes à la circonférence extérieure étant v, et l'eau qui a choqué une palette avec la vitesse V marchant ensuite avec cette palette, il s'ensuit qu'elle a perdu la vitesse $u = V - v$.

Quant à la vitesse de sortie w, elle est évidemment à très-peu près la même que la vitesse de la roue ; on a donc $w = v$.

D'après cela l'équation générale des récepteurs hydrauliques devient dans ce cas

$$Pv = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}M(V-v)^2 - \frac{1}{2}Mv^2 = M(V-v)v = \frac{1000Q}{g}(V-v)v.$$

Telle est la relation, l'équation, des roues à aubes planes recevant l'eau en dessous, et, pour reconnaître les conditions du maximum d'effet, il faut chercher le rapport de la vitesse v à la vitesse donnée V pour lequel l'effet utile est le plus grand. Or, si l'on prend $AB = V$, qu'on décrive le cercle dont cette longueur est le diamètre, et qu'on prenne $BC = v$, il est évident, d'après une propriété connue du cercle, que l'on aura



$$\overline{CD}^2 = AC \times BC = (V-v)v.$$

La figure montre donc que la plus grande valeur de CD ou du produit $(V-v)v$ sera la ligne OE élevée par le centre perpendiculairement à AB, et qui correspond à

$$v = BO = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}V.$$

Donc, la vitesse de la roue qui, théoriquement, correspond

au maximum d'effet est $v = \frac{1}{2}$ V, et l'effet utile correspondant est

$$Pv = \frac{1000Q}{g}\left(V - \frac{1}{2}V\right)\frac{1}{2}V = \frac{1}{4}\cdot\frac{1000Q}{g}V^2 = \frac{1}{2}1000Qh',$$

h' étant toujours la hauteur due à la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue. Si, par la disposition de l'orifice et le peu de longueur des coursiers, la hauteur h' différait très-peu de la chute totale H, le maximum d'effet théorique de ces roues serait

$$Pv = \frac{1}{2}1000Q.H,$$

ou la moitié au plus du travail absolu du moteur.

On voit donc que théoriquement les roues de ce genre sont d'un emploi fort peu avantageux, sous le rapport de l'effet utile que l'on pourrait en obtenir. En pratique elles le sont encore moins, puisque l'on a négligé les pertes d'eau toujours assez notables qu'occasionne le jeu qu'on est obligé de laisser aux aubes dans le coursier qui les emboîte, jeu qui ne peut guère être moindre que $0^m,01$, et qui s'élève parfois à $0^m,02$ et $0^m,03$.

215. *Résultats d'expériences sur les roues en dessous.* — Examinons maintenant ce que l'expérience nous apprend, et comparons les résultats qu'elle fournit à ceux de la théorie.

Les recherches les plus complètes sur les roues de ce genre sont dues à Smeaton, célèbre ingénieur anglais, et à l'abbé Bossut.

216. *Expériences de Smeaton.* — Ces expériences, qui sont consignées dans un mémoire traduit de l'anglais par M. Girard, et intitulé : *Recherches sur l'eau et le vent*, ont été faites sur un modèle de roue de $0^m,606$ de diamètre, portant 24 palettes de $0^m,071$ environ de hauteur dans le sens du rayon, dont l'effet utile était mesuré par l'élévation d'un poids suspendu à une corde qui s'enroulait sur un treuil lié à son arbre. Le volume d'eau dépensé était déduit du nombre de coups de piston donnés par une pompe qui entretenait le réservoir à un niveau constant, et dont le produit avait été observé d'avance.

La vitesse d'arrivée de l'eau sur les palettes était déterminée de la manière suivante : on observait d'abord la vitesse que

prenait la roue marchant à vide ou sans charge à la levée de vanne fixée. Il est évident qu'alors l'action de l'eau ayant à vaincre le frottement des tourillons et la résistance de l'air, la vitesse des palettes choquées était moindre que celle de l'eau affluente. On déterminait ensuite par tâtonnement un contre-poids qui, agissant dans le même sens que l'eau, imprimait à la roue, marchant sous son action seule et sans le secours de l'eau, une vitesse qui restait la même quand ensuite on laissait couler l'eau ou quand on fermait la vanne. Il est clair qu'alors, puisque l'eau ne faisait varier en rien la vitesse de la roue, elle avait sensiblement la même vitesse que les palettes, et par conséquent la vitesse de celles-ci donnait celle de l'eau affluente.

217. *Perte de force vive occasionnée par la présence du coursier.* — Cette détermination, exécutée avec soin pour toutes les expériences, a montré combien dans les roues de ce genre la vitesse et par suite la force vive que l'eau possède à sa sortie de l'orifice sont altérées par la présence du coursier. Les carrés des vitesses de sortie à l'orifice et à l'arrivée sur les palettes, ou les forces vives possédées à ces instants par la masse fluide dépensée, étant entre eux comme les hauteurs correspondantes, la comparaison ou le rapport de la hauteur due à la vitesse d'affluence sur les palettes à la charge sur le seuil donnera le rapport de ces forces vives. On trouvera cette comparaison dans les 2e, 7e et 8e colonnes du tableau suivant (page 286), où l'on a transformé les mesures anglaises en mesures françaises.

Cette dernière contient la valeur du rapport $\frac{h'}{H}$ des hauteurs dues à ces vitesses ou des carrés de ces vitesses, c'est-à-dire des forces vives possédées par l'eau à son arrivée sur la roue et à sa sortie de l'orifice.

L'examen de cette colonne montre que la force vive perdue dans le coursier est d'autant plus grande que la charge sur le seuil est plus considérable. Mais, en outre, comme, sous des charges très-différentes, il y a eu des dépenses à peu près égales produites par des levées de vannes en raison inverse des vitesses de sortie, et que les levées les plus fortes correspondent aux moindres pertes de force vive, il y a lieu de penser que ces pertes sont aussi proportionnellement moindres dans les grandes

dépenses d'eau que dans les petites, ce qui est conforme à des observations de Bossut.

Ces pertes provenant d'ailleurs de la contraction et de la résistance des parois, on voit qu'on améliorerait considérablement ces roues en atténuant le plus possible la contraction et diminuant la longueur des coursiers, c'est-à-dire en adoptant des vannages inclinés, avec les dispositions indiquées par M. Poncelet pour les roues à aubes courbes, et dont nous parlerons plus tard.

218. *Données à l'aide desquelles on a formé ce tableau.* — Pour chaque levée de vanne, l'auteur a donné : la vitesse de la roue correspondante au maximum d'effet, la charge relative à ce maximum, la charge qui arrête la roue, et le travail correspondant au maximum d'effet.

Connaissant le volume et le poids de l'eau dépensée, la chute totale égale à la charge sur le seuil, on a pu calculer le travail absolu du moteur inséré dans la 4e colonne.

De même, en introduisant dans la formule théorique le poids de l'eau dépensée, la vitesse d'affluence sur les aubes, la vitesse de la circonférence extérieure, on a eu l'effet théorique, 16e colonne.

Enfin on a ensuite calculé les rapports de l'effet utile, réel, au travail absolu du moteur et à l'effet théorique. Le dernier est le coefficient de correction de la formule théorique.

Le diamètre de la roue étant $0^m,606$, et sa circonférence de 75 pouces anglais $= 1^m,902$, en appelant n le nombre de tours qu'elle faisait en 1′ en marchant à vide avec la vitesse de l'eau, on a eu la valeur de cette vitesse par la formule

$$V = \frac{1^m,902 \times n}{60} = 0,0317n.$$

De même on a obtenu la vitesse de la circonférence de la roue correspondante au maximum d'effet par la formule $v = 0,0317 \times n'$, n' étant le nombre de tours relatif à ce maximum et par suite le rapport

$$\frac{v}{V} = \frac{n'}{n}.$$

La circonférence moyenne du tambour auquel était suspen-

due la charge était de 9 po. angl. = $0^m,2286$; mais, comme le poids élevé était porté par une poulie mobile, cette charge ne montait que de la moitié de cette circonférence par tour de roue ou de $0^m,1143$. En nommant F la charge du maximum d'effet, on a donc pour l'effet utile

$$\frac{0,1143 \times n'}{60}.F = 0,0019,n'F.$$

Il faut observer que la charge F donnée dans le tableau suivant comprend le poids nécessaire pour vaincre le frottement des tourillons et la résistance de l'air à la vitesse du maximum d'effet, poids qui avait été, dans chaque cas, déterminé par une expérience spéciale : de sorte que l'effet utile réel, qu'on en déduit, est ce qu'on peut appeler *l'effet utile total* produit par l'action de l'eau.

La détermination de ce poids se faisait de la manière indiquée en termes généraux au n° 216, et elle exigeait quelques tâtonnements. La vitesse de la roue dans une expérience avec charge utile, ayant été, par exemple, de 60 tours en 1′, on enlevait la charge utile, on enroulait la corde en sens contraire sur le treuil, et on y suspendait un poids que l'on faisait varier graduellement jusqu'à ce que l'action de l'eau, à la même levée et à la même hauteur de niveau que dans l'expérience, n'exerçât plus d'influence sur la marche de la roue produite par ce poids. L'on en concluait que la vitesse de l'eau était alors celle que le contre-poids communiquait seul aux palettes. Comme les seules résistances à vaincre avaient été réduites au frottement et à la résistance de l'air, elles étaient ainsi mesurées par le contre-poids dans lequel le poids du plateau devait être compris.

Tous les résultats des expériences de Smeaton sont consignés dans le tableau suivant et traduits en mesures françaises.

EXPÉRIENCES DE SMÉATON SUR LES ROUES A PALETTES

Numéros des expériences.	Charge sur le seuil ou chute totale H.	Poids de l'eau dépensée en 1" 1000Q.	Travail absolu du moteur 1000Q.H.	Nombre de tours de la roue marchant à la vitesse de l'eau n.	Vitesse de l'eau affluente $V=0.0317n$.	Hauteur correspondante à cette vitesse h'.	Rapport $\frac{h'}{H}$.	Nombre de tours de la roue correspondant au maximum d'effet n'.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	m.	kil.	km.		m.	m.		
1	0.838	2.075	1.736	88	2.785	0.397	0.475	30.
2	0.762	1.998	1.520	86	2.720	0.378	0.497	30.
3	0.685	1.835	1.258	82	2.595	0.344	0.502	28.
4	0.609	1.775	1.080	78	2.470	0.312	0.512	27.7
5	0.533	1.615	0.862	75	2.372	0.288	0.540	25.9
6	0.457	1.505	0.687	70	2.218	0.256	0.561	23.5
7	0.381	1.350	0.514	65	2.060	0.217	0.570	23.4
8	0.305	1.217	0.371	60	1.900	0.184	0.695	22.0
9	0.228	1.012	0.230	52	1.645	0.138	0.606	19.
10	0.152	0.861	0.131	42	1.330	0.0902	0.593	16.0
11	0.609	2.580	1.570	84	2.660	0.361	0.594	30.75
12	0.533	2.242	1.198	81	2.560	0.335	0.628	29.0
13	0.457	2.153	0.983	72	1.280	0.265	0.582	26.0
14	0.381	2.092	0.796	66	2.090	0.223	0.586	25.0
15	0.305	1.767	0.538	63	1.995	0.203	0.665	25.0
16	0.228	1.518	0.346	56	1.771	0.160	0.702	23.0
17	0.152	1.265	0.192	46	1.456	0.108	0.710	21.0
18	0.381	2.840	1.080	72	2.280	0.265	0.696	29.0
19	0.305	2.490	0.759	66	2.090	0.223	0.731	26.75
20	0.228	1.925	0.438	58	1.835	0.172	0.754	24.5
21	0.152	1.722	0.262	48	1.520	0.118	0.777	23.5
22	0.305	2.717	0.827	68	2.150	0.236	0.774	27.9
23	0.228	2.500	0.570	58	1.835	0.155	0.680	26.25
24	0.152	1.980	0.301	48	1.520	0.178	0.777	24.5
25	0.228	2.680	0.611	60	1.900	0.184	0.808	27.3
26	0.152	2.315	0.352	50	1.582	0.127	0.835	24.6
27	0.152	2.720	0.413	50	1.582	0.127	0.835	26.0

PLANES RECEVANT L'EAU A LA PARTIE INFÉRIEURE.

Vitesse de la circonférence de la roue au maximum d'effet $v = 0.0317n'$.	Rapport des vitesses $\frac{v}{V}$.	Charge du maximum d'effet F.	Charge qui arrête la roue.	Rapport de ces charges.	Effet utile réel $0.0019n'F$.	Effet théorique $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$.	Rapport de l'effet utile réel à l'effet théorique.	Rapport de l'effet utile réel au travail absolu du moteur.
10	11	12	13	14	15	16	17	18
m.		kil.	kil.		km.	km.		
0.950	0.341	4.589	6.178	1.37	0.2616	0.3687	0.7095	0.152
0.950	0.349	4.251	5.724	1.345	0.242	0.3420	0.7076	0.160
0.885	0.342	3.797	5.044	1.328	0.202	0.2831	0.7136	0.161
0.876	0.355	3.316	4.364	1.319	0.174	0.2526	0.6888	0.161
0.820	0.345	2.862	3.910	1.370	0.141	0.2096	0.6727	0.164
0.744	0.335	2.409	3.003	1.250	0.107	0.1683	0.6357	0.156
0.740	0.360	1.927	2.324	1.175	0.086	0.1344	0.6397	0.167
0.696	0.367	1.502	2.550	1.700	0.063	0.1039	0.6059	0.170
0.602	0.366	1.133	1.247	1.100	0.041	0.0648	0.6332	0.179
0.507	0.380	0.736	0.792	1.080	0.022	0.0566	0.6007	0.168
0.974	0.378	4.830	6.178	1.280	0.282	0.4319	0.6529	0.180
0.917	0.358	4.251	5.270	1.240	0.226	0.3446	0.6558	0.189
0.823	0.361	3.825	4.364	1.140	0.189	0.2632	0.7181	0.192
0.792	0.378	3.116	3.457	1.11	0.148	0.2197	0.6750	0.186
0.792	0.397	2.210	2.550	1.155	0.105	0.1716	0.6118	0.195
0.728	0.411	1.728	1.814	1.048	0.075	0.1175	0.6382	0.217
0.665	0.457	1.020	1.133	1.11	0.040	0.0678	0.5898	0.208
0.918	0.403	4.251	5.270	1.24	0.234	0.3619	0.6465	0.217
0.845	0.405	3.344	3.910	1.17	0.169	0.2671	0.6328	0.223
0.775	0.422	2.267	2.493	1.10	0.106	0.1597	0.6638	0.242
0.743	0.490	1.360	1.417	1.04	0.060	0.1013	0.5920	0.229
0.855	0.397	4.251	4.138	0.97	0.218	0.3066	0.7109	0.264
0.830	0.452	3.088	2.777	0.895	0.154	0.2126	0.7244	0.270
0.775	0.511	1.586	1.700	1.07	0.074	0.1165	0.6350	0.246
0.864	0.455	2.890	3.060	1.06	0.150	0.2446	0.6133	0.246
0.778	0.493	1.842	1.984	1.08	0.086	0.1476	0.5825	0.244
0.823	0.520	2.069	1.984	0.96	0.102	0.17 2	0.5889	0.248
							0.6500	

219. *Conséquences de ces expériences.* — En discutant séparément les résultats des expériences où quelques-uns des éléments étaient les mêmes, Smeaton a conclu :

1° Que, les charges virtuelles, ou, plus clairement, les vitesses d'affluence de l'eau sur les roues étant les mêmes, l'effet est proportionnel à la quantité d'eau dépensée.

2° Que, la dépense d'eau étant la même, l'effet utile est à peu près proportionnel au carré de la vitesse d'affluence de l'eau.

3° Que, la quantité d'eau dépensée étant la même, l'effet utile est à peu près proportionnel au carré de la vitesse de la roue.

4° Que, l'ouverture de la vanne étant la même, l'effet utile est à très-peu près proportionnel au cube de la vitesse d'affluence de l'eau.

La formule théorique de l'effet utile étant

$$Pv = \frac{1000\,Q}{g}(V - v)v,$$

on voit d'abord que, V et v restant les mêmes, la première loi est d'accord avec cette formule.

Si l'on suppose que v soit égal à $\frac{1}{2}$ V, ou dans un rapport quelconque k avec V, de sorte qu'on ait $kv = V$, la formule devient

$$Pv = \frac{1000\,Q}{g}\left(\frac{1}{k} - 1\right)v^2;$$

ce qui s'accorde avec la troisième règle, ou bien

$$Pv = \frac{1000\,Q}{g}(1 - k)k\,V^2,$$

ce qui est vérifié par la deuxième règle.

L'ouverture de la vanne étant donnée, le volume d'eau dépensé est proportionnel à la vitesse de sortie de l'eau ; mais cette vitesse n'étant pas dans un rapport constant avec celle d'affluence, la quatrième règle, qui d'ailleurs n'est pas tout à fait vérifiée par l'expérience, n'est pas non plus complétement d'accord avec la formule théorique.

Le rapport des vitesses v de la roue et V de l'eau affluente pour le maximum d'effet est compris entre ceux de 1 à 3 et de 1 à 2; la première de ces limites étant relative aux grandes vitesses, et la deuxième aux plus grandes quantités d'eau. Mais il nous semble que c'est plutôt à cause de la petitesse de la vitesse que ce rapport augmente; et, comme dans les roues de grande dimension la vitesse dépasse ou atteint presque toujours les plus grandes que l'auteur ait expérimentées, il me semble convenable d'adopter en général la valeur $\frac{v}{V}=0{,}35$ à $\frac{v}{V}=0{,}40$.

L'examen de l'effet utile total comparé à l'effet théorique montre que, pour le cas du maximum d'effet, le rapport de ces deux quantités a pour valeur moyenne 0,65, ce qui conduit à la formule pratique

$$Pv = 0{,}65\,\frac{1000\,Q}{g}(V-v)\,v = 66\,.\,2\,.\,Q(V-v)v.$$

Mais il faut bien remarquer que la vitesse d'affluence V est très-différente de celle de sortie de l'orifice, et doit être déterminée par le calcul ou par l'observation, comme nous l'avons indiqué précédemment, n^{os} **132** et suivants.

La comparaison du travail absolu du moteur à l'effet utile total montre que, pour les fortes charges avec faibles levées de vanne, ce dernier n'est guère que 0,16 à 0,18 du premier; que ce rapport s'élève à mesure que les charges diminuent, et atteint 0,25 pour les plus petites. Cela tient évidemment à la plus grande perte de force vive faite par l'eau dans le coursier avec les fortes charges qu'avec les petites, puisque, quand on connaît la vitesse d'affluence V, le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique est à peu près constant et indépendant de la hauteur de la charge. On peut donc penser qu'en atténuant par des dispositions convenables les pertes de force vive dans le coursier, on rendrait le rapport de l'effet utile total au travail absolu du moteur à peu près aussi grand pour toutes les chutes ordinaires, c'est-à-dire de $1^m,50$ et au-dessous.

Enfin Smeaton a reconnu qu'il y avait avantage à emboîter inférieurement les deux palettes du bas de la roue par une portion de coursier circulaire, pour empêcher l'eau de s'échapper par l'intervalle qui correspond à la corde de la circonfé-

rence extérieure qui joint les bords de ces palettes. Au moyen de cette disposition, il a trouvé le même effet utile avec 12 palettes qu'avec 24, c'est-à-dire quand l'écartement extérieur de deux palettes consécutives était double de leur hauteur que quand il était seulement égal à cette hauteur.

220. *Vitesse du maximum d'effet.* — Smeaton n'a rapporté dans son mémoire que les résultats relatifs au maximum d'effet, ce qui ne permet de comparer la formule théorique aux effets réels que pour la vitesse correspondante à ce maximum, et ne montre pas si elle représente dans le même rapport les résultats obtenus à d'autres vitesses, et jusqu'à quelles limites on peut l'employer avec sûreté. Mais une des séries d'expériences se trouve complète, c'est celle du maximum d'effet inscrit sous le n° 2 du tableau précédent. Nous la reproduisons ici en entier. Le volume d'eau dépensé en 1″ était $0^{lit},998$; le nombre des tours de la roue marchant à la vitesse de l'eau était de 86 en 1′; la vitesse de l'eau affluente $V = 0,0217n = 2^{m},72$, la hauteur de l'eau au-dessus du seuil $H = 0^{m},762$.

Poids de l'eau dépensée $1000Q$.	Vitesse de l'eau affluente V.	Nombre de tours de la roue avec charge n'.	Vitesse de la circonférence de la roue v.	Rapport de ces vitesses $\frac{v}{V}$.	Effet utile théorique $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$.	Charge totale F*.	Effet utile total $0.0019n'F$.	Rapport de l'effet utile total au travail théorique.	
kil.	m.		m.		km.	kif.	km.		
»	»	45.00	1.425	0.528	0.375	2.437	0.210	0.557	
»	»	42.00	1.330	0.489	0.377	2.890	0.231	0.514	
»	»	36.25	1.150	0.423	0 367	3.343	0.230	0.627	
1.998	2.72	33.75	1.070	0.393	0.360	3.797	0.243	0.675	Maximum.
»	»	30.00	0.950	0.349	0.342	4.250	0.242	0.708	Id.
»	»	26.50	0.840	0.308	0.321	4.704	0.236	0.736	
»	»	22.00	0.697	0.256	0.287	5.157	0.216	0.753	
»	»	16.50	0.523	0.192	0.234	5.610	0.175	0.748	
		Roue arrêtée	0.000	»					

* Les charges F indiquées ici sont celles du tableau, page 10, de la traduction de M. Girard, augmentées de $1^{liv}.6^{on} = 0^{kil}.623$, poids nécessaire pour vaincre le frottement et la résistance de l'air à la vitesse de 30 tours, et par conséquent un peu faible pour les vitesses supérieures, et un peu forte pour les vitesses inférieures. De cette estimation des résistances passives il résulte qu'elles absorbent environ $\frac{1}{6.85} = 0.1459$ du travail total utilisé.

On voit par ce tableau que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique n'est pas constant, qu'il croît à mesure que la vitesse de la roue diminue, et que par conséquent la formule ne représente l'effet utile avec l'approximation suffisante que quand la vitesse s'éloigne assez peu de celle qui correspond au maximum d'effet.

Quant à l'effet utile lui-même, il reste à peu près le même quand la vitesse v de la roue varie depuis 0,489 V à 0,308 V, et ne s'écarte même que de $\frac{1}{8}$ à $\frac{1}{9}$ de sa valeur maximum quand cette vitesse varie depuis $v = 0{,}523\,V$ à $0{,}256\,V$. Ce qui montre que la vitesse de ces roues peut varier entre des limites assez étendues, sans que l'effet utile transmis diminue beaucoup.

221. *Expériences de Bossut.* — L'abbé Bossut a fait aussi des expériences sur un modèle de roue à palettes planes de $1^m{,}024$ de diamètre extérieur, placé dans un courant à vitesse uniforme. La largeur des palettes était de $0^m{,}135$, avec un jeu de $1^{mil}{,}13$ de chaque côté, sur $0^{mil}{,}108$ à $0^{mil}{,}135$ dans le sens du rayon. Il a d'abord fait varier le nombre des palettes de 48 à 12, pour reconnaître l'influence de ce nombre sur l'effet utile.

La vitesse v de la circonférence extérieure de la roue est donnée par la formule

$$v = \frac{3{,}1416 \times 1^m{,}024}{60} \times n = 0{,}0586\,n,$$

n étant le nombre de tours de la roue en 1'; celle de l'ascension de la charge, par la formule

$$\frac{3{,}1416 \times 0^m{,}05865}{60}\,n = 0{,}00307\,n,$$

attendu que le diamètre moyen du treuil, y compris celui de la corde, était $0^m{,}05865$.

L'effet utile est donc donné par la formule

$$0{,}00307\,nF.$$

Le volume d'eau dépensé est calculé au moyen des données suivantes :

$$L = 0^m,13535, \quad E = 0^m,027, \quad H = 0^m,3115, \quad m = 0,625,$$

fournies par l'auteur (*Hydrodynamique*, n° **744**).

A l'aide de ces données, il est facile de comparer le résultat de ces expériences à celui de la formule théorique.

EXPÉRIENCES DE L'ABBÉ BOSSUT SUR LES ROUES A PALETTES PLANES RECEVANT L'EAU PAR-DESSOUS

NOMBRE de palettes.	POIDS de l'eau dépensée 1.000 Q.	VITESSE d'affluence de l'eau sur la roue V.	NOMBRE de tours de la roue en 1' n.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue $v = 0.0536\,n$.	RAPPORT de ces vitesses $\frac{v}{V}$.	EFFET théorique $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$.	CHARGE élevée F.	EFFET UTILE disponible $0.00307nF$.	RAPPORT de l'effet utile à l'effet théorique.
	kil.	m.		m.		km.	kil.	km.	
48			33.25	1.785	0.605	1.153	5.87	0.589	0.511
48			28.50	1.560	0.528	1.193	7.83	0.685	0.573
24			29.00	1.556	0.528	1.192	5.87	0.523	0.538
24	5.390	2.953	25.50	1.370	0.464	1.192	7.83	0.613	0.514
12			25.50	1.370	0.464	1.192	5.87	0.460	0.386
12			19.50	1.033	0.350	1.088	7.83	0.463	0.388
			en 48".	$0.067n$.				$0.00384nF$.	
48			34.00	2.275	0.700	1.813	5.87	0.766	0.423
48	8 050	3.248	31.25	2.092	0.645	1.980	7.83	0.939	0.475
24			30.33	2.030	0.626	2.030	5.87	0.684	0.337
24			28.50	1.910	0.588	2.095	7.83	0.856	0.408
12			25.00	1.675	0.517	2.160	5.87	0.564	0.261
12			23.00	1.580	0.487	2.160	7.83	0.691	0.321

222. *Conséquences de ces expériences.* — Ces expériences, dans lesquelles l'auteur n'a pas tenu compte des frottements ni de la résistance de l'air, montrent que la roue fonctionnerait plus avantageusement avec 48 palettes qu'avec 24, et avec 24 qu'avec 12.

Si l'on admet que, dans ces expériences, les résistances passives consommaient, comme dans celles de Smeaton, environ $\frac{1}{7}$ de l'effet utile total, le rapport de cet effet utile total à l'effet théorique s'élèverait, pour les premières expériences de la première série, à environ 0,65, ainsi que Smeaton l'a trouvé.

223. *Résultats d'une autre série d'expériences.* — Dans une autre série d'expériences (*Hydrodynamique* de Bossut, 2ᵉ vol., page 382), faites sur une roue de $0^m,9745$ de diamètre placée dans le même coursier, avec 48 palettes, le diamètre moyen de l'arbre sur lequel s'enroulait la corde était de $0^m,0720$. Les résultats en sont consignés dans le tableau suivant.

AUTRES EXPÉRIENCES DE L'ABBÉ BOSSUT SUR LES ROUES A PALETTES RECEVANT L'EAU PAR-DESSUS.

Poids de l'eau dépensée en 1" $1000Q$.	Vitesse d'affluence de l'eau sur la roue V.	Nombre de tours de la roue en 40" n.	Vitesse de la circonférence extérieure de la roue $v = 0.07653n$.	Rapport de ces vitesses. $\frac{v}{V}$	Effet théorique $\frac{1000Q}{g}(V-v)v$.	Charge élevée P.	Effet utile disponible $0.00566nP$.	Rapport de l'effet utile à l'effet théorique.
kil.	m.		m.		km.	k.	km.	
»	»	22.25	1.705	0.474	3.65	14.930	1.880	0.516
»	»	22.08	1.690	0.470	3.62	15.175	1.895	0.524
»	»	21.87	1.675	0.465	3.64	15.420	1.910	0.524
»	»	21.67	1.660	0.461	3.64	15.664	1.918	0.526
»	»	21.42	1.640	0.456	3.64	15.909	1.930	0.530
»	»	21.17	1.620	0.450	3.50	16.153	1.930	0.551
11.040	3.609	20.92	1.600	0.445	3.49	16.398	1.935	0.555
»	»	20.67	1.583	0.440	3.49	16.642	1.945	0.558
»	»	29.44	1.565	0.435	3.60	16.887	1.957	0.544
»	»	19.92	1.525	0.423	3.58	17.131	1.930	0.538
»	»	19.31	1.480	0.411	3.54	17.376	1.898	0.536
»	»	18.58	1.422	0.395	3.50	17.622	1.850	0.528

Cette série d'expériences montre que le maximum d'effet correspond à peu près au rapport des vitesses $\frac{v}{V} = 0,45$, et qu'alors l'effet utile disponible est d'environ 0,558 de l'effet théorique. Si l'on admet encore ici que le travail des résistances soit $\frac{1}{7}$ de l'effet total, comme dans les expériences de Smeaton, on voit que le coefficient de la formule de l'effet théorique serait encore 0,64, ainsi qu'on le déduit des expériences de Smeaton.

On remarquera aussi que le rapport des vitesses a pu varier depuis $\frac{v}{V} = 0,474$ jusqu'à 0,395, sans que l'effet utile ait varié de plus de $\frac{1}{16}$ de sa valeur maximum.

Bossut a recherché s'il y avait quelque avantage à incliner les aubes sur le rayon, et il a reconnu que la position la plus favorable était la direction même du rayon, quand les coursiers sont peu inclinés, ainsi qu'il est d'usage; mais il ajoute que pour les coursiers très-inclinés il conviendrait de disposer les palettes de façon qu'elles fussent choquées à peu près perpendiculairement.

224. *Conséquences générales des expériences de Smeaton et de Bossut.*

En résumé l'on voit:

1° Que le coefficient de la formule théorique est, d'après les expériences de Smeaton et de Bossut, 0,64 à 0,65 pour le cas du maximum d'effet, quand les roues ont très-peu de jeu dans leur coursier;

2° Que la vitesse du maximum d'effet est d'environ 0,45 de celle de l'eau affluente, mais que la vitesse peut varier dans des limites assez étendues, sans que l'effet utile diminue notablement;

3° Que les pertes de forces vives dans les coursiers en amont des roues sont très-considérables, et qu'il faut employer tous les moyens propres à les diminuer, tels que l'inclinaison des

vannages, leur rapprochement des roues et la diminution de a contraction à l'orifice.

Il suit de là que, quand la vitesse de la roue s'éloignera peu de $v = 0,45$ V, en plus ou en moins, l'effet utile total sera donné par la formule pratique

$$Pv = 0,65 \times \frac{1000}{g} Q(V - v)\, v^{km} = 66.2 Q[V - v] v^{km}.$$

Mais comme les roues ont ordinairement $0^m,02$ à $0^m,03$ de jeu dans le coursier, et que ces roues sont rarement très-bien exécutées, on prend habituellement pour coefficient de correction 0,60, et on emploie la formule pratique

$$Pv = 0,60 \frac{1000 Q}{g} (V - v) v = 61\, Q(V - v)\, v^{km}$$

pour calculer l'effet utile de ces roues, en déterminant V soit par l'observation, soit par le calcul, à l'aide des règles données nos 132 et suivants.

225. *Charge maximum et observations sur l'influence du coursier d'aval.* — Les expériences de Smeaton ont aussi montré que la charge ou la résistance qui arrête la roue ou rend son mouvement incertain, n'est guère que de 1,1 à 1,2 fois celui qui correspond au maximum d'effet. Or, comme il arrive souvent que les roues hydrauliques ont, au moment de la mise en train des machines, à vaincre une résistance beaucoup plus grande que celle qui correspond à leur marche normale, il faut s'assurer la facilité de surmonter cet excès de résistance. Il conviendra donc de donner aux aubes et aux orifices des dimensions supérieures, et particulièrement en hauteur, à celles qui seraient nécessaires pour la marche ordinaire.

Enfin, il est bon de dire que, dans les cas où les roues n'étaient pas exposées à des arrière-eaux qui les auraient noyées, les constructeurs étaient dans l'usage de placer la partie inférieure des aubes ou le fond du coursier au-dessous du niveau d'aval d'une certaine quantité, en prolongeant les joues ou côtés verticaux de ce coursier à une assez grande distance en aval, et en tenant leurs bords notablement au-dessus du même niveau.

Par suite de cette disposition, l'eau qui quittait la roue avec une vitesse sensiblement égale à celle de sa circonférence, possédait une force vive assez grande pour refouler les eaux d'aval, dégorger la roue et repousser le remous qui se forme au bas du coursier à une assez grande distance de la roue, pour qu'elle tournât sans être noyée. On utilisait donc ainsi une partie de la force vive possédée par l'eau à sa sortie de la roue, et la hauteur de chute était alors la différence du niveau du réservoir au-dessus de la veine fluide, qui quittait les palettes, et par conséquent plus grande que la différence des niveaux d'amont et d'aval de la rivière.

En temps de crues, l'élévation des bords du coursier de fuite au-dessus du niveau des eaux d'aval empêchait celles-ci de pénétrer dans le coursier par les côtés, et la grande masse d'eau que l'on pouvait dépenser alors permettait de refouler le remous ou *regors*, et empêchait la roue d'être noyée et arrêtée.

Nous reviendrons sur les avantages de cette disposition, qu'il convient d'employer dans d'autres cas.

226. *Application. — Exemple :* Comme application de la formule précédente, et pour indiquer la marche à suivre dans le calcul de l'effet utile de ces roues, supposons

$$L = 1^{m},20, \quad E = 0^{m},30, \quad H = 1^{m},50, \quad m = 0,62,$$

on aura d'abord, attendu que la charge sur le centre de l'orifice est $1^{m},50 - 0^{m},15 = 1^{m},35$,

$$Q = 0,62 \times 1^{m},20 \times 0^{m},30 \sqrt{19,62 \times 1^{m},35} = 1^{mc},147.$$

le travail absolu du moteur est donc

$$1000\,QH = 1147^{kil} \times 1^{m},50 = 1721^{km} = 23^{chev}.$$

En admettant que le coursier soit presque horizontal et qu'on puisse négliger la résistance des parois, la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue sera à peu près

$$V = \sqrt{\frac{19,62 \times 1^{m},35}{1 + \left(\frac{1}{0,62} - 1\right)^2}} = 0,852 \times 5^{m},15 = 4^{m},388.$$

Ce qui montre la perte considérable de vitesse et de force vive produite dans ce cas par le coursier, abstraction faite de celle qu'occasionne la résistance des parois.

Si la vitesse de la roue est convenablement réglée, et d'environ 0,40 de celle de l'eau, on a

$$v = 0{,}40 \times 4^{m},38 = 1^{m},752,$$

et par suite

$$Pv = 61 \times 1^{mc},147[4^{m},38 - 1^{m},752]\,1^{m},752 = 332^{km} = 4^{ch},3.$$

Le rapport de cet effet utile réel au travail absolu du moteur est donc

$$\frac{4,3}{23} = 0{,}187.$$

Ce qui montre combien ces roues sont d'un emploi désavantageux sous le rapport de l'économie de la puissance motrice. Leurs seuls avantages sont la simplicité de leur construction et la rapidité de leur marche, qui permet d'obtenir de suite des vitesses de rotation assez grandes.

227. *Cas où les palettes ont un jeu considérable dans le coursier.* — On rencontre quelquefois d'anciennes roues dont les palettes ont dans le coursier, soit au-dessous, soit sur les côtés, un jeu si considérable, qu'une portion très-notable de l'eau qui est dépensée passe sans avoir produit d'effet. Dans ce cas, il est évident que la partie de l'eau qui agit réellement est à peu près au volume total dépensé dans le rapport de l'aire immergée de chaque palette à la section du canal. D'après cela, quand on aura calculé la vitesse d'affluence V de l'eau sur les palettes, et que l'on connaîtra la dépense de fluide en 1″, on aura pour l'aire de la section d'eau qui afflue sur la roue $A = \frac{Q}{V}$; ou, si l'on peut mesurer cette section directement, cela sera encore plus exact.

La largeur L du coursier étant connue, on aura pour l'épaisseur E de la lame d'eau,

$$E = \frac{A}{L} = \frac{Q}{VL}.$$

Le lever de la roue donnera la largeur l des palettes et leur jeu au-dessus du coursier; d'où l'on déduira la quantité dont elles sont immergées, et par suite la superficie a de la palette verticale soumise à l'action du fluide.

D'après cela, l'effet théorique sera exprimé par la même formule que dans le cas où il y a très-peu de jeu, excepté que le volume d'eau Q fourni par l'orifice devra être réduit au volume $\frac{a}{A}Q = aV$, et par conséquent l'effet utile théorique serait

$$P = v\,\frac{1000.a}{g}V(V-v)v^{km}.$$

Quant à l'effet utile pratique, on ne possède pas d'expériences directes sur les roues de ce genre; mais, comme cette formule tient compte du jeu de la roue et de la perte qui en résulte, il y a lieu de penser que le rapport de l'effet utile à l'effet théorique est d'environ 0,75, ce qui s'accorde avec quelques observations dues à M. Christian, lesquelles ont aussi montré que la vitesse de la roue devait être d'environ $v = 0{,}40$ de celle de l'eau affluente.

D'après cela, la formule pratique de ces roues serait

$$Pv = 0{,}75\,\frac{1000.aV}{g}(V-v)v = 76{,}45\,aV(V-v)v.$$

Exemple : Quel est l'effet utile d'une roue hydraulique à aubes planes, qui a dans son coursier un jeu de $0^m{,}10$ sur chaque côté, et de $0^m{,}06$ au-dessous des aubes avec les données suivantes :

$$Q = 0^m{,}600,\quad V = 5^m{,}50,\quad v = 3^m{,}0.\quad L = 1^m{,}0,\quad l = 0^m{,}80,$$

on a d'abord pour l'épaisseur de la lame d'eau

$$E = \frac{Q}{VL} = \frac{0^{mc}{,}600}{5^m{,}50 \times 1^m{,}0} = 0^m{,}109;$$

d'où

$$a = 0^m{,}80(0^m{,}109) - 0^m{,}060) = 0^{mq}{,}0392;$$

puis

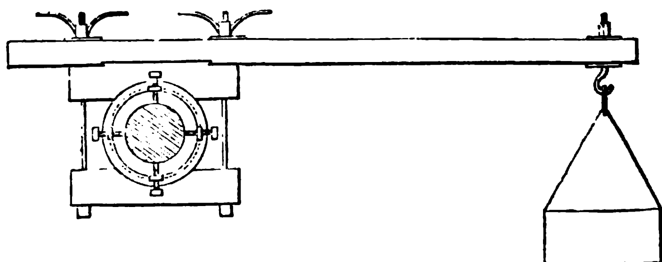
$$Pv = 76{,}45 \times 0^{mq}{,}0392 \times 5^m{,}50\,(5^m{,}50 - 3^m{,}0)\,3^m = 124^{km} = 1^{ch}{,}65.$$

Les roues placées dans de semblables circonstances sont évidemment trop désavantageuses pour qu'on doive adopter ce mode de construction; il faut donc chercher des dispositions plus favorables.

Du frein dynamométrique.

228. *Du frein dynamométrique de Prony.* — Avant de rapporter les résultats des expériences faites en grand sur les moteurs hydrauliques, il ne sera pas inutile de donner quelques notions sur l'appareil que l'on emploie ordinairement à ces recherches, et que Prony a eu l'idée d'y appliquer à l'occasion d'une expertise sur une machine à vapeur établie au Gros-Caillou (*Journal des mines*, 12e vol.), mais qui, sous une forme différente, avait déjà été mis en usage en 1821 par MM. Piobert et Tardy, dans leurs expériences sur les roues à axe vertical des moulins de Toulouse (*).

L'appareil se compose d'un collier annulaire en fonte formé, soit par une poulie à rebords d'une seule pièce, soit de deux parties qui s'assemblent par des oreilles avec boulons et écrous. Quelquefois un arbre tourné cylindriquement peut



remplacer ce collier, mais seulement quand il s'agit de mesurer de faibles forces. Dans d'autres cas, et notamment pour les petites machines à vapeur, le volant même de la machine, s'il est tourné, peut servir de collier de frein. Il convient que le diamètre

---

(*) *Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical et sur l'écoulement de l'eau dans les coursiers et dans les buses de forme pyramidale*, par G. Piobert et A.-L. Tardy, officiers d'artillerie. Paris, 1840, chez A. Mathias.

de ce collier soit d'autant plus grand, que la force à déterminer est plus considérable, et la vitesse de rotation moindre.

Lorsqu'on emploie une poulie coulée exprès pour une expérience spéciale, on a soin de faire aléser son œil exactement au diamètre de l'arbre qui doit la recevoir, et sur lequel on la fixe avec une clef de calage. S'il s'agit d'un arbre en bois de grosses dimensions, on emploie le collier en deux pièces, et des vis de $0^m,025$ à $0^m,030$ de diamètre, à têtes carrées, au nombre de huit, distribuées dans des plans perpendiculaires entre eux et passant par l'axe, traversant autant d'oreilles réservées aux côtés du collier, servent à centrer sa surface extérieure par rapport à l'axe.

Cette opération préliminaire doit être exécutée avec beaucoup de soin, car de son exactitude dépend la régularité de la marche de l'instrument.

Il n'y a d'ailleurs pas plus de difficultés pour placer le collier sur un arbre vertical que sur un arbre horizontal.

Cette partie cylindrique de l'appareil est serrée entre deux pièces de bois placées parallèlement et réunies par deux forts boulons munis de rondelles formant rosettes, et d'écrous à poignées ou à longue clef; au moyen de ces boulons et écrous l'on peut déterminer entre le collier et les pièces de bois, qu'on appelle les mâchoires du frein, un frottement considérable, qu'on est libre de faire varier.

L'une des deux pièces de bois n'a que la longueur suffisante pour recevoir les boulons, l'autre beaucoup plus longue s'appelle le levier du frein. Toutes deux sont entaillées et garnies de coussinets cylindriques en bois à la partie qui est en contact avec le collier.

Au lieu de la pièce de bois opposée au levier du frein, l'on peut employer avec avantage une bande de tôle de 1 à 2 millimètres d'épaisseur sur 10 à 15 centimètres de largeur, selon la force du moteur à expérimenter. Cette bande entoure la demi-circonférence du frein, contre laquelle elle sert à presser des cales en bois tendre fixées sur son pourtour, et dont le frottement contre la poulie du frein est doux et régulier.

Les extrémités de la bande de tôle sont repliées une ou deux fois sur elles-mêmes, et percées de trous dans lesquels s'accrochent les boulons de serrage.

Le frein ainsi disposé marche avec une grande régularité, et

ce dispositif est celui que nous employons dans toutes les expériences que nous faisons au Conservatoire des arts et métiers.

Pour des arbres horizontaux on place ordinairement le levier en dessus; mais il vaudrait mieux, quand les localités le permettent, le mettre en dessous, pour le rendre plus stable dans ses positions d'équilibre. A ce levier et à une distance déterminée, on suspend une caisse destinée à recevoir des poids qui forment la charge du frein.

Des points d'appuis solides, tels que chevalets, chantiers, pointaux, etc., doivent être disposés en avant et en arrière de l'arbre, pour limiter les oscillations du levier, de manière à ne lui permettre que de petits écarts au-dessus et au-dessous de l'horizontale.

Quand il s'agit d'arbres verticaux, on dispose une poulie de renvoi, sur laquelle on fait passer la corde à laquelle on suspend la caisse ou la charge du frein. Dans sa position normale le levier doit être perpendiculaire à la direction du brin horizontal de cette corde, et des arrêts doivent aussi être disposés pour l'empêcher de s'écarter notablement de cette position. Un fil à plomb, suspendu au-dessus du levier, indique et sert à reconnaître quand il est à sa position d'équilibre.

229. *Précautions à prendre pour rendre le frottement régulier.* — L'effet du frein étant, comme nous le verrons tout à l'heure, de remplacer la résistance utile que le moteur doit vaincre par le frottement des mâchoires contre le collier, il importe, pour la régularité de la marche, que ce frottement soit aussi uniforme que possible. A cet effet il faut maintenir les surfaces en contact au même état, et autant que faire se peut à la même température. On y parvient en versant avec continuité sur les mâchoires du frein un filet d'eau chargée de savon, qui les mouille et les lubrifie toujours également. Un baquet entretenu plein d'eau, placé au-dessus du levier, et dans lequel on met un peu de savon noir, laisse tomber un filet d'eau d'un ou deux millimètres de diamètre dans un entonnoir placé sur le levier ou sur l'autre mâchoire du frein. Cette pièce est percée d'un trou qui conduit l'eau à la surface du collier, le long de laquelle elle est répartie par de petites cannelures pratiquées dans le bois.

Pour les arbres verticaux, si l'on coule la poulie du collier à fond plein, elle sert de cuvette et de réservoir, et la force centrifuge répartit l'eau à sa circonférence.

230. *Nécessité d'assurer l'équilibre autour de l'axe.* — Dans les expériences sur les arbres horizontaux, il importe de s'assurer que toutes les pièces qui tournent avec eux sont en équilibre autour de leur axe, et d'établir cet équilibre par des contrepoids, s'il n'existe pas.

De plus, quand on fait les expériences, et que l'on compte les nombres de tours, il faut répéter les observations pour s'assurer que le mouvement est parvenu à l'uniformité, ou tout au moins à la périodicité, sans quoi l'inertie des masses en mouvement pourrait induire en erreur.

231. — *Théorie du frein dynamométrique.* — D'après cette description, il est facile de concevoir ce qui se passe dans l'emploi du frein. Prenons pour exemple une expérience sur une roue hydraulique. La vanne étant levée d'une quantité connue et constante, et le niveau se maintenant à la même hauteur dans le réservoir, la roue se met en mouvement; on serre progressivement les mâchoires du frein contre le collier, et de manière à maintenir la charge du levier en équilibre, ce qui se manifeste quand ce levier oscille légèrement en deçà ou au delà de sa position normale. A cet état de choses, la roue étant parvenue à une vitesse uniforme ou au moins périodique, il est évident que tout le travail disponible transmis à la roue, ou à l'arbre sur lequel l'appareil est placé, est consommé par le frottement des mâchoires du frein, et qu'en appelant:

P' l'effort moyen disponible à la distance R de l'axe de rotation (cet effort est évidemment moindre que celui qui est transmis par l'eau à l'extrémité du rayon R, et que nous avons précédemment appelé P, attendu qu'une partie de celui-ci est employée à vaincre les résistances passives, c'est pourquoi nous le distinguons par le nom d'effort disponible),

v la vitesse à la circonférence du rayon R,

S le frottement qui se produit à la surface du collier,

R' le rayon de cette surface,

F la charge du frein, y compris son poids propre rapporté au crochet de suspension,

L le bras du levier de cette charge ou la distance horizontale de l'axe de l'arbre à la verticale du crochet de suspension.

Lorsque le levier, sollicité par le frottement du collier contre ses mâchoires à participer au mouvement de l'arbre, et par son propre poids et la charge de la caisse à tourner en sens contraire, se maintiendra en équilibre entre ces deux forces, il est clair que l'on aura pour exprimer cet équilibre la relation des moments, $FL = SR'$.

Mais, d'un autre côté, la roue soumise à l'action de l'effort P' qui tend à accélérer son mouvement et dont le travail est $P'v$ en 1", et à celui du frottement exercé contre le collier, qui tend à le retarder et dont le travail en 1" est $S\frac{R'}{R}v$, est, par hypothèse, parvenue au mouvement uniforme ou périodique. On a donc entre les quantités de travail développées par ces forces la relation

$$P'v = S\frac{R'}{R}v \quad \text{ou} \quad P'R = SR'.$$

Par conséquent aussi

$$FL = P'R \quad \text{ou} \quad P'v = F\frac{L}{R}v.$$

Or $\frac{L}{R}v$ est évidemment le chemin que parcourrait le point de suspension de la charge en 1", si le levier marchait avec l'arbre qui porte le frein.

On voit donc que *la quantité de travail disponible transmise à l'arbre sur lequel on a placé le collier est mesurée par le produit de la charge totale* F *du frein et du chemin que le point de suspension de cette charge tend à parcourir.*

232. *Manière de tenir compte du poids du levier.* — Prony avait proposé de faire les deux pièces en bois, qui forment les mâchoires du frein, de mêmes dimensions et de les équilibrer autour de l'axe. Mais cette condition, parfois gênante, n'est pas nécessaire, et l'on peut facilement tenir compte de la prépondé-

rance du poids du levier. En effet, son poids total Q, considéré comme agissant à son centre de gravité situé à la distance G du plan vertical de l'axe de rotation, produit le même effet qu'un poids Q' placé à la distance L du même plan, et qui serait déterminé par la relation

$$Q'L = Q.G, \quad \text{d'où} \quad Q' = Q\frac{G}{L}.$$

Les distances G et L étant faciles à déterminer, on en déduira la valeur de Q'. Mais on peut la trouver directement et sans calcul en posant le levier sur un couteau, ou sur l'arête vive d'une barre de fer, de manière que la trace verticale du plan de l'axe de rotation corresponde à cette arête, et en plaçant le crochet de suspension de la charge fixé à l'extrémité du levier dans un plateau de balance. Le poids qui, mis dans l'autre plateau, fait équilibre au levier, donne directement l'effort Q', ou la portion du poids total du levier qu'il faut ajouter à la charge. Il va sans dire que le poids de la caisse et de ses chaînes doit être compris aussi dans la charge totale du frein.

Lorsque l'on opère sur un arbre vertical, le poids du levier n'agissant pas dans le sens de la charge et du chemin que tend à parcourir son point de suspension, il n'y a pas lieu d'en tenir compte; mais il faut éviter que ce poids, en faisant baisser ce levier, ne produise soit sur les rebords du collier, soit sur d'autres appuis, un frottement irrégulier. A cet effet, on soutient l'extrémité de ce levier dans une position horizontale au moyen d'une corde fixée à la partie la plus élevée possible de la charpente du bâtiment. Les oscillations du levier ayant fort peu d'amplitude, cette corde ne prend jamais une obliquité telle que la composante horizontale de sa tension puisse exercer une influence notable sur la sensibilité de l'appareil.

233. *Marche à suivre pour les expériences.*— Une fois que l'appareil est monté, les expériences n'offrent aucune difficulté, et l'on y procède ainsi qu'il suit: La vanne étant ouverte d'une quantité donnée et constante, on laisse marcher la roue à vide pendant quelques instants; et quand le niveau ainsi que la vitesse paraissent réglés, on commence à serrer un peu les mâchoires du frein sans suspendre de charge à son levier. Le mouvement se ralentit un peu; et, quand on voit que le levier

oscille légèrement autour de sa position d'équilibre ou la conserve, on commence à compter les tours de l'arbre au moyen d'une bonne montre à secondes. On répète l'observation plusieurs fois, pour s'assurer que le mouvement est exactement périodique, et que l'inertie des masses en mouvement n'a pas d'influence sur l'effet utile ; on constate la constance des niveaux des eaux, et l'on note toutes les données de l'expérience. On ajoute alors un poids de 5 ou de 10 kilogrammes à l'extrémité du levier, on serre un peu plus les mâchoires du frein pour tenir cette nouvelle charge en équilibre, et l'on fait une seconde expérience. On continue ainsi à augmenter graduellement la charge, jusqu'à ce que l'on parvienne à une charge qui arrête la roue ou rende son mouvement tout à fait irrégulier. En procédant ainsi par séries, on se procure les moyens d'étudier les circonstances et les conditions de la marche de la roue ; et si l'on représente les résultats des expériences par des courbes, en prenant les nombres de tours en 1′ pour abscisses, et les effets utiles ou leur rapport au travail absolu du moteur pour ordonnées, on reconnaît à la continuité des courbes si l'on a bien opéré, et l'on en déduit ensuite la vitesse correspondante au maximum d'effet, l'influence des variations de la vitesse sur l'effet utile, etc., ainsi que nous le ferons voir par des exemples.

Roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires.

234. *Roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires.* — Lorsque la roue est emboîtée sur une portion de sa circonférence par un coursier circulaire et qu'elle reçoit l'eau à une hauteur intermédiaire entre le niveau du réservoir ou du canal d'arrivée et celui du canal de fuite, le liquide agit par son poids, depuis le point moyen d'introduction jusqu'au point de sortie. La vitesse d'arrivée de l'eau sur la circonférence étant encore désignée par V, sa composante dans le sens de la tangente à cette circonférence est V cos a, en appelant a l'angle de cette vitesse V avec la tangente, angle que nous savons déterminer par le tracé. Après les premiers tourbillonnements l'eau ne conserve plus de mouvements relatifs par rapport aux pa-

lettes, et elle se meut avec la vitesse v de la roue. La vitesse qu'elle a perdue à son introduction est donc (nos **206** et suiv.) $V\cos a - v$ dans le sens de la tangente à la circonférence, et $V\sin a$ dans le sens du rayon, de sorte que l'on a

$$u^2 = (V\cos a - v)^2 + V^2\sin^2 a,$$

et la force vive correspondante est

$$M[(V\cos a - v)^2 + V^2\sin^2 a].$$

La force vive qu'elle conserve à la sortie est

$$Mw^2 = Mv^2.$$

Enfin celle qu'elle possède à l'entrée est MV^2.

L'équation générale des moteurs hydrauliques appliquée à ce cas est donc

$$Pv = Mgh + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}M[(V\cos a - v)^2 + V^2\sin^2 a] - \frac{1}{2}Mv^2,$$

qui, tous calculs faits, se réduit à

$$Pv = Mgh + M(V\cos a - v)v = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos a - v)v.$$

Expression qui ne diffère de celle qui se rapporte aux roues en dessous que par le terme Mgh, relatif au travail développé par la gravité sur l'eau depuis le point d'introduction jusqu'au point de sortie.

Lorsque la roue est construite, la hauteur h du point d'arrivée du filet moyen de la veine fluide au-dessus du point inférieur de la roue est donnée; et, pour obtenir le maximum d'effet relatif, on ne peut faire varier que les quantités contenues dans le terme $\frac{1000Q}{g}(V\cos a - v)v$, relatif à l'effet produit par la variation de force vive de l'eau; ce qui conduit, comme pour les roues en-dessous (n° **214**), à la condition $v = \frac{1}{2}V\cos a$. Si de plus il était possible de rendre l'angle a nul, on aurait $\cos a = 1$

et $v = \frac{1}{2}V$; et, si l'on appelle comme par le passé $h' = \frac{V^2}{2g}$ la hauteur due à la vitesse V, l'effet utile maximum serait

$$Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g} \cdot \frac{1}{4}V^2 = 1000Q\left[h + \frac{1}{2}h'\right].$$

On voit donc que, même dans ces hypothèses, la somme $h + \frac{1}{2}h'$ étant toujours évidemment plus petite que la chute totale H, l'effet utile maximum ne peut être égal au travail absolu du moteur.

Mais, en admettant même que, dans son trajet de l'orifice au point d'arrivée sur la roue, l'eau n'éprouve aucune perte de force vive, ce qui donnerait $h+h'=H$, on voit que l'on n'atteindrait théoriquement le maximum d'effet absolu qu'en faisant $h'=o$, ce qui donne $h=H$, $V=o$, et par suite $v=o$.

235. *Conditions du maximum d'effet.* — Ainsi les conditions théoriques du maximum absolu d'effet utile sont que l'eau arrive sur la roue sans vitesse et que la vitesse de la roue soit nulle; conditions évidemment impossibles à satisfaire, mais qui montrent que l'on se rapproche d'autant plus du maximum d'effet que l'on prend l'eau plus près de la surface du réservoir supérieur et que la roue marche plus lentement. Telles sont les considérations qui ont conduit à employer, pour les roues de ce genre, des vannes en déversoir qui, en s'abaissant, laissent couler l'eau par la superficie, et à fixer la vitesse de ces roues à $1^m,00$ en $1''$.

Mais il faut remarquer que l'emploi des vannes en déversoir et la faible vitesse des roues présentent des inconvénients assez graves, dès qu'il s'agit de moteurs d'une grande force. Il en résulte, en effet, la nécessité de donner à ces roues de grandes largeurs et par suite des poids considérables, ce qui conduit à des frais de construction très-élevés.

236. *Résultats d'expériences sur les roues à aubes planes emboîtées dans des coursiers circulaires*.* — Sans discuter plus que nous

---

* *Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets*, par Arthur Morin, capitaine d'artillerie. Metz, 1836.

ne l'avons fait aux numéros précédents les conditions théoriques du maximum d'effet de ces roues, comparons la formule avec les résultats des expériences exécutées sur différentes roues à l'aide du frein dynamométrique de Prony.

Nous nous occuperons d'abord des roues qui reçoivent l'eau par des orifices avec charge sur le sommet. Celles qui ont été soumises par nous à l'expérience sont :

1° La roue de la fonderie de Toulouse, ayant un vannage incliné à 34° 30′ sur la verticale, et emboîtée dans un coursier circulaire sur une hauteur de $0^m,48$ seulement, et fonctionnant avec une chute qui a varié de $1^m,74$ à $1^m,99$ pendant les expériences;

2° La roue de l'ancienne sécherie artificielle de la poudrerie de Metz, ayant une vanne verticale emboîtée dans un coursier circulaire sur une hauteur de $0^m,43$ environ, et fonctionnant avec une chute que l'on a fait varier depuis $0^m,81$ jusqu'à $1^m,00$;

3° L'une des roues de la manufacture d'armes de Châtellerault, ayant une vanne inclinée à 45°, emboîtée dans un coursier circulaire sur une hauteur de $1^m,15$ environ, et fonctionnant avec une chute de $1^m,65$ environ;

4° La roue de l'atelier des meules à broyer de la cristallerie de Baccarat, ayant une vanne inclinée à 71° à l'horizon, emboîtée dans un coursier circulaire de $1^m,30$ de hauteur, et fonctionnant sous une chute totale qui a varié de $1^m,80$ à $1^m,90$.

Pour chacune de ces roues on a exécuté plusieurs séries d'expériences, correspondantes chacune à une même levée de vanne, et pour laquelle on faisait varier les charges du frein depuis zéro jusqu'à celle qui arrêtait la roue, ou rendait son mouvement incertain et irrégulier. Il a donc été possible dans chaque série de reconnaître l'influence de la vitesse de la roue sur l'effet utile et sa valeur correspondante au maximum d'effet.

Dans toutes les expériences il n'a pas été possible de placer le frein sur l'arbre même de la roue, et alors, au travail correspondant à la charge du frein, il a fallu ajouter celui qui était consommé par les frottements des tourillons et des engrenages. On a ainsi obtenu l'effet utile total transmis à la circonférence extérieure de la roue, et on a pu le comparer à l'effet théorique

fourni par la formule. Mais, dans cette comparaison, on a dû se borner à introduire les résultats relatifs aux expériences où toute l'eau dépensée par les orifices était admise dans les roues, sans donner lieu à des jaillissements trop considérables à l'intérieur, et exclure celles où la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, auquel cas les palettes choquaient l'eau en sens contraire du mouvement, au lieu d'en être choquées, circonstance anomale qui ne doit pas se produire dans des roues passablement réglées.

237. *Résultats de la troisième série d'expériences sur la roue de la sécherie de Metz.*— Comme exemples nous rapporterons ici quelques-unes des séries d'expériences, et d'abord la troisième série de celles qui ont été exécutées sur la roue hydraulique de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.

Poids de l'eau dépensée en 1".	Chute totale.	Travail absolu du moteur en 1".	Nombre de tours en 1'.	Charge du frein.	Vitesse que le point de suspension de la charge tendait à prendre.	Effet utile mesuré par le frein.	Travail consommé par les frottements.	Effet utile total.	Effet utile théorique.	Rapport de l'effet utile total à l'effet théorique.
kil	m.	km.		kil.	m.	km.	km.	km.	km.	
207.0	0.985	203.0	14.30	11.86	3.75	44.48	6.78	51.26	66.50	0.77
207.5	0.988	205.0	13.60	19.06	3.50	56.72	6.30	53.02	79.25	0.67
207.0	0.985	203.0	10.90	29.06	2.86	83.25	5.16	88.41	104.00	0.85
207.0	0.985	203.0	9.67	24.06	2.54	86.52	4.57	90.09	109.00	0.83
215.0	1.023	221.0	9.10	39.06	2.32	90.88	4.30	95.18	123.80	0.77
215.0	1.023	221.0	8.00	44.06	2.10	92.56	3.77	96.33	127.40	0.75
215.5	1.025	221.5	7.50	49.06	1.97	97.62	3.55	101.17	128.50	0.79
215.5	1.025	221.5	5.87	54.06	1.54	83.49	2.76	86.25	128.50	0.77
215.5	1.025	221.5	5.66	59.06	1.48	87.75	2.67	90.42	128.25	0.70
215.0	1.023	221.5	5.39	64.06	1.40	90.80	1.53	91.73	127.50	0.71
175.0	0.877	155.2	2.79	69.06	0.73	50.36	1.33	51.69	89.50	»
171.0	0.857	147.0	»	79.06	»	51.75	»	»	»	»
							Moyenne.			0.75

Les cinq autres séries d'expériences exécutées sur la même roue ont donné des résultats analogues, et ont fourni pour la

valeur moyenne du rapport de l'effet utile à l'effet théorique les résultats suivants :

1re série..................	0,708
2e série..................	0,738
3e série..................	0,751
4e série..................	0,760
5e série..................	0,713
6e série..................	0,722
Moyenne générale....	0,737 ou 0,74.

238. *Résultats généraux des expériences sur les roues avec charge sur le sommet de l'orifice.* — La comparaison générale de tous les résultats de l'expérience à ceux de la formule théorique a montré que le rapport de ces effets ou le coefficient de correction de la formule théorique était pour

La roue de la fonderie de Toulouse...............	0,74
La roue de la sécherie de la poudrerie de Metz (moyenne de six séries)......................	0,74
La roue de la manufacture d'armes de Châtellerault.	0,75
La roue de l'atelier des meules à Baccarat (moyenne de cinq séries)...........................	0,794
Moyenne générale....	0,756

De sorte que l'ensemble de tous les résultats de ces expériences sera représenté avec l'exactitude nécessaire pour la pratique par la formule

$$Pv = 0{,}756 \times 1000Q\left[h + \frac{(V\cos a - v)v}{g}\right] = 756Q\left[h + \frac{(V\cos a - v)v}{g}\right]$$

239. *Expériences sur les roues qui ont des vannes en déversoir.* — Des expériences analogues ont été exécutées sur la même roue de l'atelier des meules de Baccarat recevant l'eau par un orifice formant déversoir, et sur la grande roue de la taillerie de cristaux de la même usine ayant une vanne en déversoir.

Résultats de la quatrième série d'expériences sur la roue de la tail-

…erie de Baccarat. — Parmi les expériences faites sur cette dernière roue, nous rapporterons la série suivante :

Poids de l'eau dépensée en 1".	Chute totale.	Travail absolu du moteur en 1".	Rapport des vitesses v et V cos α.	Charge du frein.	Vitesse que le point de suspension de la charge tendait à prendre.	Effet utile mesuré par le frein.	Travail consommé par les frottements.	Effet utile total.	Effet utile théorique.	Rapport de l'effet utile total à l'effet théorique.
kil.	m.	km.		kil.	m.	km.	km.	km.	km.	
861.4	2.073	1790	0.925	72.625	19.94	1383	85	1468	1650	0.889
871.5	2.075	1808	0.78	82.625	16.12	1332	68	1400	1683	0.832
876.6	2.075	1820	0.69	92.625	14.30	1325	65	1390	1695	0.820
891.8	2.079	1854	0.61	102.625	12.59	1292	52	1344	1728	0.778
891.8	2.079	1854	0.69	92.625	14.30	1325	65	1390	1725	0.806
891.8	2 079	1854	0.80	82.625	16.53	1365	79	1444	1719	0.840
891.8	2.079	1854	0.87	72.625	18.48	1342	83	1425	1714	0.831
891.8	2.079	1854	»	62.625	20.95	1312	110	1322	1698	0.773
						Moyenne.				0.821

Trois autres séries d'expériences ont été exécutées sur la même roue, et le résultat général a fourni les valeurs moyennes suivantes du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique :

1re série..................	0,750
2e série..................	0,755
3e série..................	0,817
4e série..................	0,821
Moyenne générale.....	0,786

239 *bis. Conséquences des expériences sur les roues avec vannes en déversoir.*— Par la comparaison générale du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique on a obtenu pour le rapport de ces quantités ou le coefficient de la formule pour

La roue de l'atelier des meules (moyenne de deux séries)................................	0,809
La roue de la taillerie (moyenne de quatre séries).	0,786
Moyenne générale....	0,797

L'ensemble des résultats de toutes ces expériences peut donc être représenté par la formule pratique

$$Pv=0,797.1000Q\left[h+\frac{(V\cos a-v)v}{g}\right]=797Q\left[h+\frac{(V\cos a-v)v}{g}\right]^{km}.$$

On voit par ces expériences que, dans des limites très-étendues de vitesse et de force, l'effet utile et total est pour chaque genre de roue dans un rapport à peu près constant avec l'effet théorique.

240. *Avantages des vannes en déversoir pour ces roues.* — La discussion de la formule théorique nous ayant conduit à conclure que l'effet théorique était d'autant plus grand que la roue recevait l'eau plus près de la surface, cette conséquence sera encore vraie pour l'effet utile pratique. C'est ce que confirment complétement les expériences et l'examen des deux formules pratiques ci-dessus.

Mais cela est rendu encore plus évident par la comparaison immédiate du travail disponible mesuré par le frein avec le travail absolu dépensé par le moteur. Les expériences ont, en effet, montré que le rapport de ces quantités prenait les valeurs suivantes :

		Rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.
Roue de la fonderie de Toulouse, où l'on a eu	$\frac{h}{H} = \frac{1}{3.6}$ à $\frac{1}{4.2}$	0.33
Roue de la sécherie artificielle de Metz, où l'on a eu	$\frac{h}{H} = \frac{1}{2.3} = 0.43$	0.37 à 0.41
	$\frac{h}{H} = \frac{1}{1.9} = 0.53$	0.44 à 0.49
Roue de la manufacture de Châtellerault, où l'on a eu	$\frac{h}{H} = \frac{1.15}{1.65} = 0.637$ plus grand que	0.47 à 0.50
(L'effet utile étant mesuré sur un arbre de couche et les frottements considérables.)		
Roue de l'atelier des meules à Baccarat. Vanne avec charge sur le sommet	$\frac{h}{H} = \frac{1.30}{1.80} = 0.722$ plus grand que	0.50 à 0.55
(L'effet utile étant mesuré sur un arbre de couche et les frottements considérables.)		
Roue de l'atelier des meules à Baccarat. Vanne en déversoir	$\frac{h}{H} = \frac{1.49}{1.60} = 0.93$ plus grand que	0.67
(L'effet utile étant mesuré sur un arbre de couche et les frottements considérables.)		
Roue de la taillerie à Baccarat. Vanne en déversoir	$\frac{h}{H} = \frac{1.84}{2.06} = 0.89$ plus grand que	0.67 à 0.75
(L'effet utile étant mesuré sur un arbre de couche et les frottements considérables.)		

De cette comparaison on tire cette conséquence, conforme aux déductions théoriques précédentes, qu'il y a pour ces roues un avantage notable à prendre l'eau à la surface par des vannes en déversoir, toutes les fois qu'il n'en résultera pas de largeurs trop considérables.

Si l'on examine les résultats immédiats des expériences, ou qu'on les représente graphiquement (pl. V. fig. 1), en prenant pour abscisses le rapport de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente, et pour ordonnées le rapport de l'effet utile total ou celui du travail disponible à l'effet théorique, on voit que, pour des variations très-grandes du rapport $\frac{v}{V\cos a}$, celui des effets utiles au travail dépensé n'en éprouve que d'assez faibles; ce qui montre que la vitesse de ces roues peut éprouver de grandes variations, sans que leur effet utile s'éloigne beaucoup du maximum d'effet, circonstance très-avantageuse dans certains cas.

Les expériences montrent aussi que la vitesse de la circonférence extérieure de ces roues peut, sans inconvénients ou sans diminution notable de leur effet utile, atteindre $1^m,50$, et même $2^m,00$, selon la grandeur des abaissements de vanne. Ce résultat, différent de la pratique jusqu'alors suivie par les constructeurs, qui limitaient cette vitesse à $1^m,00$ ou à $1^m,30$, est important pour les roues destinées à débiter des volumes d'eau considérables, attendu qu'il permet d'en renfermer la largeur dans des limites plus resserrées, et d'éviter ainsi un des inconvénients les plus graves que ces roues offraient dans des circonstances semblables.

241. *Proportion de la capacité des augets au volume d'eau qui doit y être introduit.* — L'examen attentif de la marche de ces roues a montré que, par l'effet des tourbillonnements et du dégagement de l'air contenu entre les aubes, l'eau commence à jaillir dans l'intérieur des roues par les évents ménagés pour l'échappement de l'air, à peu près dès que le volume d'eau introduit entre deux palettes consécutives atteint la moitié ou les deux tiers de la capacité de l'espèce d'auget qu'elles forment. On doit donc poser pour règle de la construction de ces roues que le volume de ces augets devra être double du volume d'eau

qu'ils doivent admettre. Nous verrons plus tard la manière simple dont on peut satisfaire à cette condition.

242. *Avantage des forts abaissements de vanne.* — S'il est convenable de ne pas introduire trop d'eau dans les augets formés par les aubes, il importe aussi que le volume du liquide ne soit pas trop petit par rapport à la même capacité. On le conçoit facilement, puisqu'il est évident que, les fuites produites par le jeu inévitable que les aubes ont dans leur coursier dépendant principalement de ce jeu, et étant à peu près constantes pour une même vitesse, elles auront, toutes choses égales d'ailleurs, plus d'influence sur le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur dans les petites dépenses d'eau, ou quand les augets seront peu remplis, que dans les grandes dépenses. C'est ce que les expériences citées avaient mis en évidence, et ce qui m'avait conduit à admettre pour règle qu'à l'état normal on doit proportionner les roues pour les faire marcher avec des abaissements de vanne d'environ $0^m,20$ au-dessous du niveau du réservoir.

Cette règle a été confirmée pleinement par des expériences intéressantes exécutées par M. Marozeau, ancien élève de l'École polytechnique, sur une route de côté, qu'il a fait établir à la blanchisserie du Breuil, près Saint-Amarin.

Cette roue, de $3^m,87$ environ de largeur dans œuvre, et de $5^m,18$ à $5^m,20$ de diamètre, a 42 aubes, et elle est partagée dans sa largeur, ainsi que sa vanne, en trois compartiments; de sorte que la vanne, qui a une largeur totale de $3^m,71$ d'orifice libre, peut s'ouvrir par parties : l'une de $1^m,247$ au milieu, et les deux autres de $1^m,231$ environ, qui correspondent chacune à l'un des compartiments de la roue.

Des expériences au frein faites par M. Marozeau*, et dont une partie a été répétée par le comité de mécanique de la Société industrielle de Mulhouse, ont prouvé que, pour utiliser une même quantité d'eau, il valait mieux n'abaisser qu'une seule des trois vannes d'une hauteur de $0^m,180$ à $0^m,200$ que d'en abaisser deux de $0^m,127$, et, *a fortiori*, que d'en abaisser trois de $0^m,095$. Le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur a

* Voir le 86e *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, 1844.

été respectivement pour ces trois modes de dépenser le même volume d'eau à peu près dans le rapport des nombres 0,71, 0,66 et 0,52.

Ainsi, de ces expériences, on conclut d'abord qu'il convient d'employer des abaissements de vanne assez forts, de $0^m,20$ à $0^m,25$; et que, quand le volume d'eau que la roue doit dépenser varie considérablement par l'effet des sécheresses et des crues, il vaut mieux, quand on a peu d'eau, la verser sur un seul des compartiments de la roue, en abaissant une seule des vannes de toute la hauteur nécessaire, que de la répartir entre les trois compartiments au moyen d'un faible abaissement simultané des trois vannes.

243. *Influence de la direction des palettes.* — Toutes les roues soumises aux expériences avaient leurs palettes dirigées dans le sens du rayon, à l'exception de celle de Châtellerault, où elles étaient inclinées de manière à se présenter à peu près horizontalement devant l'orifice. Les résultats ayant été les mêmes dans tous les cas, il s'ensuit que cette disposition, qui complique la construction, ne présente aucun avantage. Il en est de même de celle où l'angle intérieur des palettes et du fond de la roue est remplacé par un pan coupé formant des angles obtus avec la palette et le fond. Cette disposition, qui a l'inconvénient de restreindre la capacité de l'auget et de compliquer la construction, n'a pas l'avantage qu'on lui attribue de diminuer la perte de force vive qui se produit à l'introduction de l'eau, perte qui est d'ailleurs d'autant plus faible que l'on prend l'eau plus près de la superficie du réservoir.

La grandeur du rayon de la roue est sans importance sous le rapport de l'effet utile qu'elle produit ; il suffit qu'il soit plus grand de $0^m,25$ à $0^m,30$ environ que la chute totale, afin que l'eau entre convenablement dans les augets ; et, à moins que des circonstances particulières, telles que les chances d'inondation, les rapports de vitesses à établir, n'obligent à l'augmenter, on devra s'en abstenir, puisque ce serait accroître inutilement la dépense et le poids de la roue, et par suite le travail consommé par les frottements.

244. *Avantages que présente le prolongement des coursiers circulaires par un plan légèrement incliné.* — Nous avons déjà signalé

à l'occasion des roues à palettes planes l'avantage qu'il y avait à prolonger leur coursier latéralement et en dessous jusqu'à une certaine distance en aval, afin d'utiliser la force vive que l'eau possède en quittant les palettes pour refouler l'eau du canal de fuite, et permettre à la roue de marcher facilement, même quand le niveau des eaux dans ce canal est plus élevé que le bas de cette roue. M. Bélangé, savant ingénieur des ponts et chaussées, a pensé avec raison qu'une disposition analogue serait favorable aux roues emboîtées dans des coursiers circulaires, et qu'il y aurait avantage à supprimer le ressaut brusque que l'on est dans l'usage de pratiquer sous ces roues. J'ai appliqué cette disposition à l'une des roues établies il y a quelques années à la poudrerie du Bouchet, et l'on a pu en constater les effets.

Cette roue a $4^m,00$ de diamètre. Son coursier circulaire est prolongé sur une longueur de $3^m,50$ environ par un plan incliné à $\frac{1}{12}$, et les joues latérales de ce coursier qui emboîtent les palettes s'étendent jusqu'à la même distance. La capacité d'un auget est d'environ $0^{mc},288$. En abaissant la vanne de différentes hauteurs, on a fait varier les dépenses d'eau et les vitesses, et l'on a observé à quelle distance horizontale de l'axe de la roue se formait le remous qu'elle produisait. Ces résultats se résument ainsi qu'il suit :

ABAISSEMENT de la vanne.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue.	HAUTEUR dont la roue est noyée au repos.	ÉPAISSEUR de la lame d'eau dans l'auget du bas.	DISTANCE horizontale à laquelle se forme le remous.	RAPPORT du volume d'eau admis à la capacité des augets.	OBSERVATION.
m 0.20	m 2.235	m 0.35	m 0.12	m Plus de 2.00	$\frac{1}{3.44}$	Dans tous ces cas, l'eau entre très-bien dans la roue.
0.22	1.860	0.35	0.12	1.45	$\frac{}{3.47}$	
0.24	2.140	0.35	0.11	2.00	$\frac{1}{3.5}$	
0.31	3.350	0.35	0.11	2.50	$\frac{1}{3.73}$	

Ces observations montrent le bon effet que produit cette disposition du coursier, puisque la roue noyée au repos de $0^m,35$

se trouvait ainsi tout à fait débarrassée des arrière-eaux, et fonctionnait absolument comme si la chute totale disponible avait été augmentée de $0^m,35$: car l'eau qui la quittait ayant la même vitesse que les palettes, n'opposait aucune résistance au mouvement des roues.

Des résultats analogues, mais encore bien plus favorables à cette disposition des coursiers, ont été observés à la poudrerie de Saint-Médard, où les roues de ce genre peuvent fonctionner encore quand, avec une chute de $2^m,15$, les eaux d'aval noient la roue de $0^m,80$ et même de $0^m,90$.

Les expériences suivantes, dues à M. Dieu, lieutenant-colonel d'artillerie, alors inspecteur de la poudrerie du Bouchet, confirment d'ailleurs ce que nous venons de dire.

245. *Expériences sur les roues à palettes noyées par les eaux d'aval.* — Ces expériences ont été exécutées sur l'une des roues de la poudrerie du Bouchet, qui était emboîtée dans un coursier circulaire avec ressaut, et recevait l'eau par un orifice avec charge sur le sommet. On a fait varier la hauteur dont les palettes inférieures étaient noyées, au moyen d'un petit barrage placé en aval, et l'on a déterminé pour chaque cas le maximum d'effet et son rapport au travail absolu du moteur. Les résultats de ces expériences se résument ainsi qu'il suit :

LEVÉE de LA VANNE.	RAPPORT DE L'EFFET UTILE disponible au travail absolu du moteur quand la roue est noyée au repos.			
	$0^m.00$.	$0^m.08$.	$0^m.12$.	$0^m.16$.
$0^m.06$	0.557	0.580	0.570	0.548
0.08	0.559	0.576	0.594	0.585
0.10	0.555	0.587	0.589	0.602
0.14	0.569	0.597	0.593	0.626

Il résulte donc de ces expériences, dans lesquelles la chute disponible était mesurée au repos, que, loin de nuire à la marche de la roue, on en augmente à proportion l'effet utile quand on noie les palettes inférieures d'une certaine quantité.

Cela tient évidemment à ce que l'eau qui quitte la roue, refoulant le remous, comme on l'a vu, la débarrasse des eaux d'aval; et que, pendant le mouvement, la roue cessant réellement d'être noyée, on utilise, en l'immergeant ainsi, une partie de la force vive que l'eau conservait en pure perte, quand la roue n'était pas noyée.

Si l'on observe que la roue sur laquelle ces expériences ont été faites avait un coursier à ressaut, on reconnaîtra que cette disposition, dont nous avons reconnu les inconvénients, a dû rendre les résultats obtenus moins favorables qu'ils ne l'eussent été si le coursier avait été prolongé par un plan incliné.

Il résulte de là : 1° que dans tous les cas on devra prolonger le coursier par un plan incliné à $\frac{1}{12}$ environ, et les joues par des plans verticaux jusqu'à quelques mètres en aval de la roue. Ces plans verticaux et les joues du coursier devront avoir une hauteur supérieure à celle des grandes eaux d'aval par lesquelles la roue peut encore marcher.

2° Que, quand on n'aura pas à craindre des crues d'aval trop considérables et trop prolongées, on pourra placer le point inférieur de la partie circulaire du coursier au-dessous du niveau moyen des eaux d'aval d'une quantité à peu près égale à la hauteur que l'eau occupe entre les palettes inférieures. Mais quand on sera exposé à de grandes et fréquentes crues, il faudra placer le bas du coursier à une hauteur qui permette à la roue de marcher noyée le plus longtemps possible, tout en ne sacrifiant que la portion indispensable de la chute disponible en temps de basses eaux. La connaissance du régime des eaux et de la durée des crues pourra seule mettre à même de fixer cette hauteur.

246. *Cas où les augets sont remplis au delà des $\frac{2}{3}$ de leur capacité.* — Les formules pratiques que nous avons déduites précédemment des résultats d'expériences se rapportent exclusivement au cas où le volume d'eau qui devait être admis dans chaque auget, ou entre deux palettes consécutives, n'excédait pas les $\frac{2}{3}$ de la capacité de cet intervalle, ce qui est la proportion convenable pour la bonne marche de ces roues. Quand, au contraire, les augets reçoivent un volume d'eau plus grand, ce

qui sera très-facile à reconnaître, soit par le jaillissement de l'eau à l'intérieur, soit par la règle que nous indiquerons plus loin, l'effet utile est diminué, parce qu'une partie de l'eau s'échappe soit par l'intérieur, soit par les côtés de la roue. Dans de semblables circonstances, que l'on devra toujours éviter dans une bonne construction, le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique n'est plus que 0,60 environ, et il va toujours en diminuant à mesure que le volume d'eau à introduire est plus grand et le jeu de la roue dans son coursier plus considérable. Alors l'habitude ou des observations, des expériences directes peuvent seules permettre d'apprécier avec quelque approximation la valeur qu'il convient d'assigner au coefficient de correction de la formule.

247. *Volume d'eau reçu dans chaque auget.* — La vitesse v de la roue à sa circonférence extérieure étant connue, ainsi que le nombre et l'écartement e des palettes, on en déduira de suite le nombre $\frac{v}{e}$ d'augets qui passent devant l'orifice en 1″, et entre lesquels le volume d'eau Q dépensé dans le même temps doit être partagé. En appelant q le volume admis dans chaque auget, on aura donc

$$q = \frac{Q}{\frac{v}{e}} = \frac{Q.e}{v}.$$

248. *Applications des formules pratiques précédentes.* — 1° Quel est l'effet utile de la roue hydraulique de l'atelier des meules à Baccarat dans les circonstances suivantes ?

$$Q = 0^{mc},392,\ h = 1^{m},40,\ a = 50^{0},\ V\cos a = 1^{m},985,\ v = 1^{m},375.$$

La formule donne pour cette roue, qui a une vanne avec charge sur le sommet,

$$Pv = 750 \times 0,392\,[1^{m},40 + \frac{(1^{m},985 - 1^{m},375)}{9,81}\,1^{m},375] = 437^{km}.$$

L'expérience faite avec le frein dans les mêmes conditions a donné le même résultat.

2° Quel est l'effet utile de la roue à aubes planes de l'atelier de la taillerie à Baccarat dans les circonstances suivantes?

$$L=3^{m},90,\ H=0^{m},175,\ Q=0^{mc},493.$$

chute totale $=2^{m},056$,

$$h=1^{m},935,\ V\cos\alpha=1^{m},033,\ v=0^{m},728.$$

La formule donne

$$Pv=797\times 0^{mc},493\left[1^{m},935+\frac{(1^{m},033-0^{m},728)}{9,81}\,0^{m},728\right]=772^{km}.$$

L'expérience au frein a donné 748^{km}.

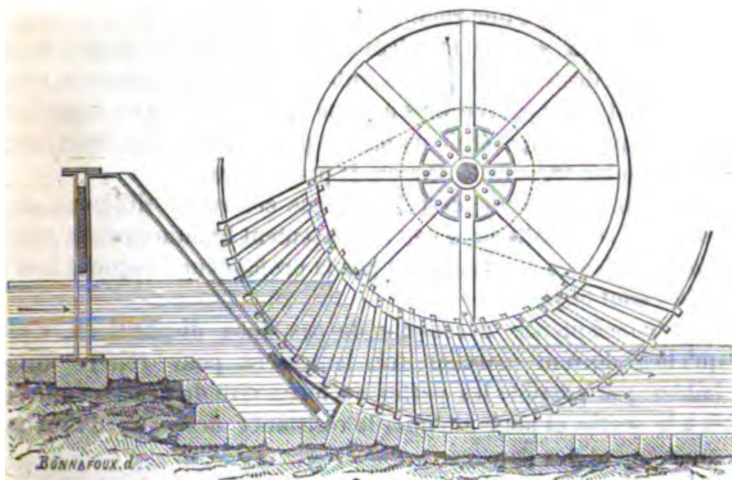
249. *Application de ces roues aux petites chutes.* — L'on emploie quelquefois des roues de ce genre pour de petites chutes et sur des cours d'eau dont le niveau est sujet à varier à l'amont et à l'aval, ce qui les expose à être noyées. Dans ce cas, il convient de ne pas adopter des épaisseurs de lame d'eau trop fortes, et de se ménager le moyen de prendre l'eau à des niveaux assez variables. La roue doit alors avoir des aubes d'une hauteur assez grande dans le sens du rayon, afin d'éviter qu'en temps de crues les eaux d'aval n'y pénètrent par les côtés.

Il convient que la vitesse de la circonférence soit assez faible, de $0^{m},80$ environ par seconde, pour diminuer la perte de force vive produite à l'introduction, et qui dans ce cas, vu la petitesse de la chute totale, serait une fraction notable du travail absolu du moteur. La lenteur du mouvement exige que la roue soit aussi parfaitement équilibrée que possible autour de son axe, ce qui conduit à adopter un arbre et des bras en métal.

Les roues de ce genre peuvent être employées avec avantage pour utiliser des cours d'eau de peu d'importance et particulièrement pour élever l'eau destinée à des irrigations; mais lorsqu'il s'agit d'employer un volume d'eau considérable, l'on est conduit à des largeurs de roue et de coursier qui occasionnent de grandes dépenses.

250. *Roues à aubes planes de M. Sagebien.* — Cet ingénieur a fait construire un assez grand nombre de roues à aubes planes emboîtées dans des coursiers circulaires notablement différen-

tes des précédentes qui sont plus spécialement destinées à utiliser de petites chutes et de grands volumes d'eau sur des cours d'eau sujets à des crues.



M. Ch. Leblanc, ingénieur des ponts et chaussées, dans un mémoire * sur ce récepteur hydraulique qu'il appelle roue vanne, parce qu'il règle de lui-même la dépense d'eau qu'il fait, en donne la description suivante :

La roue vanne est une roue de côté à aubes planes emboîtées dans un coursier cylindrique.

Les aubes sont extrêmement hautes et noyées d'une hauteur considérable dans les eaux d'aval.

La vitesse à la circonférence est à peine égale à la moitié de celle qu'on donne aux plus lentes roues de côté.

La roue vanne prend donc l'eau sur une très-grande hauteur avec une vitesse très-faible.

L'eau en pénétrant dans les intervalles des aubes conserve sensiblement le niveau du bief d'amont; cependant à l'instant où la communication d'un intervalle compris entre deux aubes va se fermer, parce que l'aube suivante est sur le point d'atteindre l'arête supérieure du coursier cylindrique, il se produit une faible dénivellation.

---

* *Annales des Ponts et chaussées*, 3e série, 15e volume.

Une fois qu'une aube est engagée dans les intervalles fermés, c'est-à-dire entre le seuil du vannage ou le sommet de la vanne et le bas du coursier, l'eau se comporte comme dans les intervalles inférieurs d'une roue ordinaire de côté.

Il y a deux vannes motrices : l'une placée en amont de la roue et verticale qui doit être entièrement levée quand la roue marche et qui n'exerce plus aucune influence; l'autre vanne est cylindrique et disposée de manière à permettre de diminuer dans une certaine mesure la section de prise d'eau.

L'on voit par cette description que ces roues diffèrent des roues de côté ordinaires par l'abaissement habituellement très-considérable de leur vanne et par la profondeur à laquelle leurs aubes sont noyées.

La conséquence nécessaire de ces deux dispositions, c'est qu'elles doivent marcher très-lentement pour rendre aussi faibles que possible les pertes de force vive de l'eau à l'entrée et à la sortie et pour atténuer la résistance des eaux d'aval au mouvement des palettes.

Quand cette condition est satisfaite, le terme Mu^2 relatif à la perte de force vive à l'entrée de l'eau sur la roue et le terme Mw^2 relatif à la perte de force vive à la sortie deviennent très-petits, ainsi que le terme MV^2, qui exprime la force vive possédée par l'eau affluente. Il en résulte que la relation générale du travail moteur et de l'effet utile se réduit à

$$Pv = Mgh = 1000Ph,$$

c'est-à-dire que l'effet théorique serait égal au travail absolu du moteur.

L'abaissement très-grand de la vanne permettant à l'eau de s'écouler en tranches très-épaisses et de s'introduire à la fois entre plusieurs des aubes, qui à cet effet doivent être très-rapprochées et très-multipliées, il en résulte qu'avec des largeurs modérées ces roues peuvent, même sous de petites chutes, dépenser des volumes d'eau considérables, ce qui, dans bien des cas, leur donne un avantage notable sur les roues de côté ordinaires.

Le rapprochement des aubes a aussi pour effet de diminuer la dénivellation qui s'établit de l'une à l'autre et qui détermine la vitesse avec laquelle l'eau peut s'échapper par le jeu du

coursier que l'on a soin d'ailleurs de réduire à quelques millimètres.

Afin de restreindre le plus possible la dénivellation de l'eau dans les aubes de la roue ou la différence de hauteur du niveau dans le canal d'arrivée et du niveau que l'eau prend dans les intervalles des aubes dont l'ouverture extérieure est en communication avec ce canal, la vitesse de la roue doit être très-faible et fort peu différente de celle de l'eau affluente.

Pour faciliter aussi l'introduction de l'eau, M. Sagebien a cru devoir diriger les aubes planes de sa roue de manière qu'elles atteignent la surface du niveau d'amont sous un angle de 45°. Mais la grandeur qu'il est conduit à donner au rayon de la roue suffirait pour permettre l'introduction d'un volume au moins égal sur des aubes dirigées dans le sens du rayon, ce qui rendrait plus facile le dégagement des eaux d'aval.

La double condition d'une marche très-lente et d'un grand rayon avec une dépense d'eau considérable a pour conséquence que les efforts exercés à la circonférence de la roue et transmis par les premiers engrenages et arbres moteurs deviennent souvent énormes, et conduisent à des dimensions ainsi qu'à des poids élevés. Pour que le mouvement très-lent de ces roues soit régulier et qu'elles ne cessent pas d'être à peu près en équilibre autour de leur axe, il est indispensable qu'elles soient construites presque entièrement en métal.

Malgré toutes ces sujétions, les roues à aubes planes de ce système spécialement appliquées au débit de volumes d'eau considérables et à de petites chutes, comme il s'en rencontre souvent dans les vallées à pente douce, peuvent être d'un fort bon emploi, et les expériences connues jusqu'à ce jour justifient cette opinion. Mais lorsque les chutes atteignent $1^m,50$ et plus, et qu'elles ne sont pas réduites par les grandes eaux au-dessous du tiers de leur valeur normale, je doute que ces roues soient préférables aux roues de côté pour les dépenses d'eau modérées et aux turbines pour les grandes dépenses.

L'on verra en effet plus loin que la turbine de Mülbach établie par M. Fourneyron avec une chute de $3^m,18$ a donné un rendement de 0,75 du travail absolu du moteur en dépensant $2^{mc},555$ d'eau en 1" et en marchant à une vitesse de 77,25 tours en 1', quoiqu'elle fût noyée de $0^m,75$.

251. *Résultats d'expériences.* — Les observations les plus complètes que l'on possède encore sur ce genre de roues à aubes planes sont rapportées et discutées dans le mémoire de M. Ch. Leblanc sur une roue établie à Yvré-l'Evêque près du Mans.

Cette roue de $8^m,00$ de diamètre et de $6^m,00$ de largeur, fonctionne sous une chute d'un mètre qui dans les expériences s'est trouvée réduite à $0^m,60$. Elle est destinée à faire un tour et demi à deux tours en 1', ce qui correspond à des vitesses de $0^m,63$ à $0^m,84$ en 1" à sa circonférence.

Elle devait transmettre avec la chute d'un mètre un effet utile de 60 chevaux ou de 4500^{km} en 1", ce qui à la vitesse de $0^m,63$ en 1" correspondrait à l'effort énorme de 7144^{kil} exercés à l'extrémité d'un rayon de $4^m,00$.

Le jaugeage du volume d'eau dépensé par ces roues présente des difficultés et quelque incertitude. Cependant on parvient à des résultats d'une exactitude suffisante pour la pratique en observant la hauteur à laquelle le liquide s'élève dans l'intervalle de deux aubes consécutives lorsque l'une d'elles atteint le sommet de la vanne circulaire et que la suivante en est encore distante de leur intervalle à la circonférence. Cette observation n'est pas très-difficile à faire avec assez d'exactitude, par suite de la lenteur de marche de la roue et en mesurant directement la section correspondante de l'intervalle des deux aubes, l'on en déduit facilement le volume d'eau admis par tour et par seconde.

Telle est la marche qui a été suivie par M. Ch. Leblanc dans les expériences dont les résultats sont résumés dans le tableau suivant où, sous la dénomination de travail total utilisé par la roue, l'on a compris le travail utile disponible transmis à l'arbre de couche sur lequel le frein était monté et le travail résistant développé par le frottement estimé par le calcul.

252. EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES D'IVRÉ-L'ÉVÊQUE ÉTABLIE PAR M. SAGEBIEN.

Chute disponible.	Volume d'eau dépensé en 1".	Nombre de tours de la roue en 1'.	Vitesse de la circonfce de la roue en 1".	Travail absolu dépensé par le moteur.	Travail dispon. mesuré par le frein.	Travail consommé par les frottem.	Travail total utilisé par la roue.	RENDEMENT total.	RENDEMENT effectif.
m. 0.86	lit. 4667	1.487	m. 0.624	ch. 53.51	ch. 41.10	ch. 3.37	ch. 43.47	0.812	0.768
0.84	526 4	1.578	0.703	56.35	44.65	2.68	47.33	0.833	0.725
0.80	5372	1.715	0.719	57.40	43.91	2.74	46.6	0.813	0.667
0.80	5323	1.696	0.711	56.78	43.42	2.71	4 .1	0.812	0.766
0.80	6002	2.168	0.908	72.55	51.10	3.46	54.56	0.752	0.704
0.80	5915	1.085	0.790	63.09	46.33	3.01	49.34	0.782	0.735
0.81	4377	1.395	0.585	47.27	38.55	2.23	40.78	0.163	0.811
0.81								0.808	0.762

253. *Conséquences des résultats consignés dans le tableau précédent.* — Ces résultats montrent que l'effet utile total, y compris le travail consommé par les frottements, était en moyenne égal aux 0,808 du travail absolu du moteur et que le travail disponible sur l'arbre de couche en marchant à 53 tours environ 1' était en moyenne les 0,76 de la même quantité.

Il faut remarquer que la lenteur du mouvement de la roue oblige, pour obtenir les vitesses ordinairement nécessaires aux machines de fabrication, à employer des engrenages assez multipliés auxquels l'on est conduit à donner des dimensions considérables, de sorte que la perte de travail consommé par le frottement de ces premières communications de mouvement est une conséquence obligée du système: une turbine employée dans des conditions analogues n'aurait exigé qu'un seul engrenage, avec un ensemble de poids beaucoup moindre.

254. *Observations sur l'emploi comparatif des roues de côté ordinaires.* — L'on remarquera que quoique les roues de côté ordinaires ne soient pas en général convenables pour utiliser des volumes d'eau aussi considérables que ceux que peuvent débi-

ter les roues de M. Sagebien, il ne faut pas cependant croire que, dans le cas du dernier exemple que nous venons de citer, une roue de côté ordinaire dût avoir des dimensions exagérées.

Ainsi pour dépenser $1^{mc},900$ en $1''$, il suffirait avec une vanne de $4^{m},50$ de largeur d'un abaissement de $0^{m},36$ au plus et alors, une semblable roue marchant à une vitesse de $1^{m},85$ en $1''$ aurait donné un effet utile égal à 0,65 ou 0,67 du travail moteur et en temps de crue elle aurait pu être disposée pour marcher noyée de $0^{m},50$ environ.

255. *Conclusion générale relative aux roues de M. Sagebien.* — Malgré ces observations qui n'ont pour but que de prémunir contre des conclusions exagérées, il n'en est pas moins juste de reconnaître que la roue à larges aubes, profondément immergées dans les eaux d'aval, de M. Sagebien est éminemment propre à utiliser les petites chutes de $1^{m},00$ à $1^{m},30$ et au-dessous et des volumes d'eau considérables. Dans ces cas, particuliers mais nombreux, elles paraissent préférables à presque tous les autres récepteurs hydrauliques et seraient spécialement d'un emploi très-avantageux pour les élévations d'eau et par conséquent pour les irrigations où l'on ne dispose souvent que de chutes très-faibles, déterminées par la seule présence de la roue dans le courant. Des récepteurs de ce genre seraient certainement bien préférables aux roues pendantes ordinaires que l'on emploie en pareil cas.

Roues à aubes courbes de M. Poncelet.

256. *Dispositions générales des roues à aubes courbes.* — L'on a vu que les roues à aubes planes qui reçoivent l'eau à la partie inférieure n'utilisent qu'une faible portion du travail absolu fourni par le cours d'eau, et que sous ce rapport elles sont d'un emploi très-défavorable. Mais, d'un autre côté, elles ont l'avantage de tourner assez vite, d'être d'une construction facile et d'occuper peu de place en largeur.

Le faible rendement de ces roues est dû, comme on l'a vu au n° **219**, à la perte de force vive éprouvée par la masse liquide à son arrivée sur les aubes de la roue, et à la force vive qu'elle conserve inutilement au moment où elle quitte la roue.

M. Poncelet s'est proposé de corriger ces défauts des roues qui reçoivent l'eau à leur partie inférieure, sans sacrifier l'avantage d'une marche rapide.

Les premières recherches du savant géomètre remontent à l'année 1825 et sont insérées dans un mémoire publié en 1827, dans lequel on trouve la description de la nouvelle roue, les expériences en petit et les expériences en grand exécutées à Metz par l'auteur *.

Depuis cette époque, M. Poncelet a proposé diverses modifications au premier tracé qu'il avait adopté. Mais comme il existe un grand nombre de ces roues construites d'après ce premier tracé, et que même, dans certains cas, la simplicité d'exécution peut engager à le préférer au nouveau, nous indiquerons successivement ces différents tracés.

257. *Premier tracé de M. Poncelet.* — Dans le premier dispositif adopté par l'auteur, le coursier, dans sa partie voisine de la roue, est formé par un plan incliné à $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{11}$ tangent à un cercle concentrique à la circonférence extérieure de la roue, et se termine par un arc de cercle de cette même circonférence, auquel on donne un développement un peu supérieur à l'écartement de deux aubes consécutives.

Cette partie circulaire du coursier se termine du côté d'aval par un ressaut de $0^m,25$ à $0^m,30$, destiné à faciliter l'écoulement de l'eau dans le canal de fuite.

Le vannage qui doit fournir l'eau à la roue est incliné de manière à rapprocher le plus possible l'orifice de la roue, ce qui tend à diminuer la perte de force vive, qui se produit dans le coursier. Cette inclinaison du vannage peut être, selon les dispositions locales, de un de base sur deux de hauteur, ou de un de base sur un de hauteur.

Le seuil de l'orifice est placé à fleur du fond du réservoir, et les deux côtés verticaux de l'orifice sont aussi dans le prolongement des parois du réservoir, ou pour mieux dire ces parois sont raccordées avec les côtés verticaux de l'orifice au moyen de parois additionnelles arrondies vers l'intérieur du canal d'arri-

* Mémoires sur *les roues hydrauliques à aubes courbes mues par-dessous*, par M. Poncelet. Metz, 1827.

vée, de manière à annuler autant que possible toute contraction latérale.

258. *Théorie des roues à aubes courbes.* — Il résulte d'abord de la disposition du vannage que la contraction étant diminuée considérablement et l'orifice très-près de la roue, la perte de force vive éprouvée par le liquide entre l'orifice et la roue est faible, et que l'emploi d'une portion de coursier circulaire diminue la perte d'eau qui peut se faire entre les aubes et le bas du coursier.

Appliquons à ces roues l'équation générale des moteurs hydrauliques. Il est d'abord clair que l'eau, arrivant et sortant par le bas de la roue, cette équation se réduit comme pour les roues à aubes planes ordinaires à

$$Pv = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mw^2$$

Cela posé, considérons la marche d'un filet fluide arrivant en suivant le coursier tangentiellement à la roue, et supposons l'aube formée d'une feuille de tôle aussi tangente à cette circonférence, et par conséquent au filet fluide. Il est clair que dans cette hypothèse les vitesses V d'affluence et v de l'extrémité de la palette étant dirigées dans le même sens, ainsi que cette palette, il n'y aura pas de choc à l'entrée, et qu'on aura $u=0$. L'eau s'introduira sur la palette avec une vitesse relative, dirigée dans le sens de la tangente à son premier élément, et égale à $V-v$. En vertu de cette vitesse, elle s'élèvera le long de la palette; et pendant le mouvement elle sera soumise à l'action de la gravité et de la force centrifuge, qui tendent à le retarder. Bientôt elle s'arrêtera et rétrogradera, accélérée dans son mouvement de retour par les mêmes forces, qui, reprenant en chacune de ses positions la même intensité qu'elles avaient pendant la période de retard, lui restitueront successivement les éléments de vitesse qu'elles avaient détruits; et par conséquent l'eau, revenue à l'extrémité de l'aube courbe, aura acquis de nouveau la vitesse relative qu'elle possédait en y entrant, sauf ce que la résistance des parois aura pu en détruire. Le filet fluide aura donc dans le sens de la tangente au dernier élément de la courbe, et par conséquent aussi dans celui de la tangente à la circonférence extérieure de la roue, une vitesse rela

tive $V - v$, dirigée en sens contraire du mouvement de la roue. Mais, de plus, la palette étant emportée dans ce dernier mouvement avec la vitesse v à son extrémité, il s'ensuit que la vitesse absolue w avec laquelle le filet fluide quitte la roue est $w = V - v - v = V - 2v$.

Dans ces conditions, relatives à un seul filet, qui monte et redescend pendant que la roue tourne d'un fort petit angle, l'effet théorique de la roue serait donc

$$Pv = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}M(V-2v)^2 = 2.M(V-v)v = \frac{2000Q}{g}(V-v)v;$$

c'est-à-dire qu'il serait double de l'effet théorique produit par une roue à aubes planes (n° 219).

La condition du maximum d'effet est encore ici, comme pour les roues ordinaires à palettes planes (n° 219), $v = \frac{1}{2}V$, ce qu donne pour le maximum d'effet

$$Pv = 2M \times \frac{1}{2}V^2 = \frac{1}{2}MV^2 = M.gH = 1000QH$$

en nommant toujours H la chute totale ou la hauteur due à la vitesse V.

Il suit de là que, théoriquement et en ne considérant que l'action d'un seul filet, cette roue donnerait un effet utile égal au travail absolu du moteur.

Avant de comparer les résultats de l'expérience à ceux de la théorie, il est bon de rappeler que les considérations précédentes ne se rapportent qu'au mouvement d'un seul filet très-mince et même à celui d'une molécule isolée, introduite sur une palette, tandis que, dans l'introduction, l'élévation et la descente d'une veine fluide d'une certaine épaisseur, les choses doivent se passer différemment. En effet, il n'est d'abord pas possible de rendre les palettes tangentes à la circonférence extérieure de la roue ; car alors il est évident qu'en traversant la veine fluide elles la choqueraient par leur convexité, et n'admettraient tangentiellement que le filet inférieur : et, de plus l'on voit que l'eau n'aurait qu'un passage beaucoup trop petit entre deux aubes consécutives pour entrer et pour sortir. Il faut donc que l'angle des aubes avec la circonférence extérieure ait une certaine ouver-

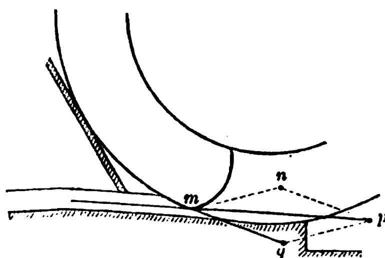
ture que l'expérience a indiquée devoir être d'environ 25 à 30°.

D'une autre part, les filets fluides entrent successivement et avec des vitesses différentes; et, les premiers introduits étant poussés par les suivants, le mouvement de descente de l'eau ne se fait régulièrement que quand il n'afflue plus d'eau entre les palettes.

Toutes ces circonstances changeant considérablement les conditions dans lesquelles la théorie précédente a été établie, on ne doit pas s'étonner si l'expérience a montré que la formule que l'on en a déduite n'est pas toujours une représentation fidèle de la marche des effets.

259. *Tracé des aubes.* — Pour faciliter l'entrée de l'eau sur les aubes de la roue en même temps que sa sortie, l'on peut appliquer les règles données au n° **208**, et l'on procède ainsi qu'il suit:

La levée de la vanne étant déterminée, comme on l'indiquera plus tard, l'on mène par le sommet de l'orifice une parallèle *mp* au fond du coursier, à partir du point *m* où elle rencontre la circonférence extérieure de la roue, on porte une longueur *mp* égale à la vitesse d'affluence de l'eau, laquelle diffère peu de celle qui est due à la charge sur le sommet de l'orifice. Par le même point *m*, l'on mène une tangente à la circonférence de la roue, et l'on prend sur cette ligne une longueur $mq = 0{,}55\,mp$ pour représenter la vitesse que doit avoir la circonférence extérieure. On achève le parallélogramme *mnpq* dont *mp* est la diagonale et *mq* l'un des côtés, et l'autre côté *mn* donne la direction que doit avoir le dernier élément de l'aube, ou une tangente à cette aube au point *m* pour que le filet fluide qui y entre dans cette position y pénètre sans choc. En élevant ensuite en *m* une perpendiculaire *mo* à *mn*, le centre de courbure de l'arc de cercle, qui formera l'aube, devra se trouver sur cette ligne, et l'on prendra le rayon de cet arc tel qu'il forme à sa rencontre avec sa circonférence extérieure un angle aigu du côté de sa convexité.



L'on parvient ainsi à éviter le choc de l'eau à l'entrée sur les aubes pour les premiers filets fluides : mais il faut remarquer que les filets inférieurs parallèles à celui de la surface rencontrant la circonférence extérieure de la roue sous des angles de plus en plus petits, la condition de l'égalité entre les composantes normales à l'aube des vitesses d'affluence de l'eau et la vitesse de la circonférence de la roue, ne sera plus satisfaite, et qu'il y aura choc de ces filets fluides à leur entrée sur l'aube.

260. *Nouveau tracé des roues à aubes courbes.* — M. Poncelet, en étudiant de nouveau les conditions de l'introduction du mouvement et de la sortie de l'eau dans les roues à aubes courbes, a successivement introduit dans le tracé de ces roues et de leur coursier diverses modifications conformes aux principes théoriques qui l'ont guidé, et dont les bons effets ont été constatés, comme on le verra plus loin, dans des expériences exécutées sur l'une des roues de la poudrerie d'Angoulême par M. le capitaine d'artillerie Ordinaire de La Collonge, qui avait construit cette roue d'après les indications de M. Poncelet.

Nous indiquerons le plus succinctement possible les principales dispositions de ce tracé.

261. *Ressaut sous la roue.* — Dans ce nouveau tracé (pl. VIII, fig. 1), le ressaut du coursier au-dessous de la roue, au lieu d'être placé en aval de la verticale de l'axe, se trouve à l'amont et à une distance que l'on pourra prendre d'autant plus grande, que le rayon de la roue et la chute seront plus considérables, et que par approximation l'on peut fixer à $0^m,30$ pour les petites chutes et les roues de $1^m,50$ de rayon, et à $0^m,40$ ou $0^m,45$ pour les chutes de $1^m,00$ et plus, et pour les rayons supérieurs à $1^m,50$; sauf à diminuer cette dimension, si le tracé sur lequel elle influe présente quelques inconvénients, dont nous parlerons plus loin.

Ayant ainsi fixé la position A du bord du ressaut en amont de la verticale qui passe par le centre O de la roue, sur la circonférence extérieure de cette roue, l'on prend de A en B un arc de cercle supérieur de $0^m,05$ environ à l'écartement des aubes.

262. *Tracé du fond du coursier.* — Pour satisfaire à la condition que l'eau entre sans choc sur les aubes, l'on applique les

considérations exposées au n° 208, et pour faciliter la sortie du liquide, il convient que le dernier élément de l'aube forme toujours avec la circonférence extérieure de la roue un angle d'environ 25°.

A cet effet, on mènera d'abord (pl. VIII, fig. 1) par le point B un rayon OB et une ligne BC, faisant du côté d'amont avec OB un angle de 25°. C'est sur cette ligne que l'on devra prendre le centre de courbure des aubes.

Cela fait, par le point B l'on mènera une tangente à la circonférence extérieure de la roue, et sur cette ligne l'on portera une longueur quelconque B*b* : par le même point B l'on mènera une perpendiculaire B*d* à BC, et par le point *b* l'on tracera une parallèle *b*E à B*d*. Du point B comme centre avec un rayon égal à 2 fois B*b*, l'on décrit un arc de cercle qui coupe *b*E en un point *e* que l'on joint à B. La direction C*e* représente celle que l'on doit donner à la vitesse de l'eau affluente pour qu'elle entre sans choc sur le premier élément de l'aube.

Il est facile de voir, en effet, que si l'on prend A*b* pour représenter la vitesse v de la circonférence de la roue, et que A*e* double de A*b* représente la vitesse $V = 2v$ de l'eau affluente, il résultera de la construction précédente, que les composantes de ces vitesses normales à l'élément B de l'aube, dont la direction est donnée par la ligne B*d*, seront respectivement représentées à la même échelle pour v par *bb'*, et pour V par *ee'* perpendiculaires à B*d*, et évidemment égales entre elles. La vitesse normale avec laquelle l'eau atteindra l'aube sera donc égale à la vitesse normale de l'aube dans le même sens.

Ayant ainsi déterminé la direction du filet fluide qui atteint le premier élément de l'aube dans la position B, il faut faire en sorte que tous les autres filets, qui forment la veine fluide, et qui rencontrent sa circonférence avec des vitesses à peu près égales, l'atteignent aussi sous des angles égaux, ce que l'on ne pouvait obtenir en donnant au coursier une forme plane parallèle à B*d*. Pour y parvenir, M. Poncelet a essayé plusieurs tracés du profil du coursier en ligne courbe, et s'est arrêté au suivant :

Perpendiculairement à B*e*, on élève une ligne BE sur laquelle on abaisse du centre O une perpendiculaire OE que l'on prend pour le rayon d'une circonférence à laquelle BE se trouve ainsi tangente. On développe cette circonférence en commençant par

la tangente EB, et la courbe décrite par le point B donne la forme du profil du coursier.

On conçoit, en effet, que si la veine fluide est obligée de couler sur un coursier dont le fond ait cette forme, tous ses filets qui y seront appuyés par la force centrifuge, que développe le mouvement en ligne courbe, décriront des courbes équidistantes de celle du fond, qui seront aussi des développantes de cercle, et qui viendront toutes rencontrer la circonférence de la roue, et par conséquent le bord des aubes sous le même angle.

Il faut cependant remarquer que tous les filets fluides qui composent la veine ne peuvent avoir la même vitesse au moment où ils rencontrent la circonférence extérieure de la roue, car si l'on peut admettre cette égalité immédiatement après la sortie de l'orifice, elle ne saurait subsister aux points de rencontre des filets qui se trouvent à des hauteurs différentes au-dessous de l'orifice. Nous verrons tout à l'heure comment on peut atténuer l'inconvénient de cette inégalité des vitesses.

Après avoir tracé, comme nous l'avons dit, le profil du fond du coursier, on prend sur la circonférence, développée de rayon OE à partir du point E, un arc EF égal en longueur à la hauteur adoptée pour l'orifice ou pour l'épaisseur de la nappe fluide, soit $0^m,15$, par exemple, et l'on mène en F, au cercle développé, une tangente FG, qui détermine en G le point où le filet supérieur d'une veine fluide de $0^m,15$ d'épaisseur viendra rencontrer la circonférence extérieure de la roue.

Afin que les choses se passent ainsi, il faut que le fond du coursier se prolonge du côté d'amont assez au delà de la ligne FG, pour que la direction voulue soit assurée à tous les filets de la veine. On prendra donc sur l'arc de développante du fond du coursier un arc HI de $0^m,20$ à $0^m,25$ de longueur au moins, et c'est à partir du point I que l'on raccordera le fond du coursier avec le radier du vannage ou le fond du canal d'arrivée. A cet effet, on tracera la tangente au cercle développé passant par le point I, on élèvera en I une perpendiculaire IK à cette tangente, et cette ligne rencontrera le fond KL du radier en un point K, où elle formera un angle IKL que l'on partagera en deux parties égales par une ligne KM qui rencontrera en M la tangente MI au cercle développé. Le point M sera le centre de

l'arc de cercle de rayon MI, par lequel on raccordera le fond du coursier et le radier d'amont.

L'on remarquera d'ailleurs que, pour rendre ce raccordement bien continu et assez doux pour que les filets fluides prennent facilement la direction du coursier, l'on est presque toujours maître de varier un peu la position du radier, s'il existe déjà, sauf à le raccorder lui-même plus haut avec le fond du canal d'arrivée des eaux.

263. *Modification du tracé précédent.* — Si, pour tenir compte de la différence des vitesses fluides à leur rencontre avec la circonférence de la roue, on voulait modifier ce tracé en l'appliquant, non au filet inférieur, mais au filet moyen, l'on pourrait procéder ainsi qu'il suit :

Par le milieu N de l'épaisseur GH de la veine fluide, on ferait passer une développante du cercle de rayon OE, et au point P où elle rencontrerait la circonférence, on répéterait la construction exécutée d'abord en B, ce qui conduirait à une autre courbe en développante pour la forme du coursier qui conviendrait à ce filet moyen, et que l'on adopterait aussi pour le fond réel du coursier.

264. *Observation sur les résultats de ce tracé.* — Si ce tracé du coursier offre effectivement l'avantage de rendre l'introduction de l'eau sur les aubes plus uniforme, et d'annuler à peu près le choc des filets fluides sur ces aubes, son application à des roues de diamètres $2^m,80$ et de $3^m,60$, et à une chute de $1^m,50$, montre qu'au delà des hauteurs d'orifice de $0^m,15$, il oblige à relever le seuil du vannage beaucoup trop haut.

Toutes les fois donc que l'on voudra appliquer ce nouveau tracé, il sera convenable de limiter, pour son exécution, la hauteur de l'orifice à $0^m,15$, et mieux encore à $0^m,10$, sauf à se réserver la latitude d'élever la vanne plus haut pour les cas exceptionnels.

265. *Résultats d'expériences sur les roues à aubes courbes.* — Après avoir décrit sommairement les roues imaginées par M. Poncelet pour remplacer les anciennes roues en dessous, examinons les résultats des expériences exécutées pour en constater les effets et le rendement, en commençant par celles qui

ont été faites sur les roues à coursier plan du premier tracé proposé par l'auteur.

Nous ne rapporterons pas les expériences faites en 1825 sur un modèle de roue de 0^m,50 seulement de diamètre, et qui sont détaillées dans le mémoire de M. Poncelet, et nous passerons de suite aux expériences en grand qui ont constaté les résultats pratiques.

266. *Expériences de M. Poncelet.* — Ces expériences ont été exécutées à Metz sur la roue de la scierie de M. de Nicéville, construite sous la direction de M. Poncelet; et, avant d'y procéder, on a déterminé ainsi qu'il suit le coefficient de la dépense théorique convenable pour l'orifice qui fournissait l'eau ainsi que la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue.

Le vannage était incliné à peu près à un de base sur deux de hauteur. Les résultats des expériences, déjà rapportés au n° 30, sont les suivants :

OUVERTURE réelle de la vanne ou hauteur de l'orifice.	CHARGE sur le centre de l'orifice.	COEFFICIENT de contraction de la veine fluide.	RAPPORT de la vitesse d'affluence de l'eau sur la roue à la vitesse due à la charge sur le centre.
m 0.304	m 1.263	0.737	1.030
0.304	1.448	0.742	»
0.220	1.430	0.751	0.993

Il résulte de ces expériences que pour les orifices de ce genre le coefficient de contraction des veines est 0,74, et qu'en adoptant cette valeur on doit prendre la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue égale à la vitesse due à la charge sur le centre de l'orifice.

Cela posé, il a été facile de calculer la dépense d'eau faite à chaque expérience, et d'en déduire le travail absolu dépensé par le moteur, en multipliant le poids de l'eau par la hauteur de chute égale à la hauteur du niveau du réservoir au-dessus du

ressaut ménagé sous la roue et ordinairement placé au niveau moyen des eaux d'aval. La roue essayée ayant un coursier à fond plan tracé comme il a été dit au n° **257**, était construite entièrement en bois, et c'était la première roue de ce genre qui eût été exécutée.

Les résultats des expériences exécutées par M. Poncelet à différentes ouvertures de vanne et charges d'eau sont consignés dans le tableau suivant :

Numéros d'ordre des expériences.	Ressaut de 0m.08 de hauteur.							Ressaut de 0m.30 de hauteur.						
	Levée de la vanne.	Poids de l'eau dépensée en 1″ 1 000 Q.	Chute totale mesurée au-dessus du ressaut H.	Travail absolu du moteur 1 000 QH.	Effet utile disponible mesuré par le frein.	Rapport des vitesses $\frac{v}{V}$.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.	Levée de la vanne.	Poids de l'eau dépensée en 1″ 1 000 Q.	Chute totale mesurée au-dessus du ressaut.	Travail absolu du moteur 1 000 QH.	Effet utile disponible mesuré par le frein.	Rapport des vitesses $\frac{v}{V}$.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.
	m.	kil.	m.	km.	km.			m.	kil.	m.	km.	km.		
1	0.120	325.7	1.53	497	232	0.54	0.466	0.100	274	1.59	435	202	0.46	0.456
2	0.210	489	1.22	597	286	0.59	0.480	0.095	275	1.71	470	218	0.47	0.464
3	0.195	514	1.49	766	372	0.56	0.482	0.210	438	1.02	446.7	249	0.52	0.556
4	0.200	528	1.50	792	382	0.56	0.482	0.210	437	1.01	441	239	0.59	0.541
5	0.220	547	1.67	913.5	465	0.51	0.491	0.220	524	1.27	666	373	0.60	0.556
6	0.205	602.7	1.81	1091	520	0.54	0.473	0.210	525	1.37	719	402	0.59	0.558
7	0.304	632	1.06	670	322	0.69	0.480	0.200	528	1.50	792	416	0.52	0.525
8	0.304	707	1.27	898	402	0.65	0.446	0.200	532	1.62	859	421	0.52	0.520
9	0.304	720	1.40	1007	463	0.59	0.460	0.304	533	0.81	424	234	0.69	0.553
10	»	»	»	»	»	»	»	0.304	687.8	1.21	832	458	0.61	0.549
11	»	»	»	»	»	»	»	0.304	807.8	1.52	1225	633	0.59	0.532

Dans le calcul des résultats de ces expériences, M. Poncelet a pris pour le coefficient de la dépense la valeur 0,75, tandis que le jaugeage direct par la mesure des profils ne lui avait donné que 0,74 pour le rapport de l'aire de la section contractée à celle de l'orifice, nombre déjà peut-être un peu trop fort quand on l'adopte pour coefficient de dépense. L'on sait en effet que dans le cas de la contraction complète, la mesure des veines donne 0,64 pour le rapport de l'aire de la section contractée à celle de l'orifice, tandis que la comparaison de la dépense effective à la dépense théorique ne donne que 0,60 à 0,62 pour leur rapport.

267. *Conséquences de ces expériences.* — Ces résultats ont conduit l'auteur à conclure que l'existence d'un ressaut sous les roues à aubes courbes était nécessaire au dégorgement de l'eau, et qu'il convient de le faire d'autant plus élevé que le volume d'eau à dépenser est plus considérable. M. Poncelet indique que la hauteur de ce ressaut placé au niveau des eaux d'aval, au-dessus du fond du canal de fuite, ne doit jamais être moindre que $0^m,30$ à $0^m,40$, et que quand il n'y a pas d'inconvénients ou de difficultés de construction, on doit la faire égale à la profondeur de ce canal.

M. Poncelet conclut de ses expériences que le rapport $\frac{v}{V}$ de la vitesse de la circonférence de la roue à celle de l'eau affluente ou à la vitesse due à la charge sur le centre de l'orifice doit pour le maximum d'effet avoir la valeur 0,55 environ.

268. *Autres expériences.* — D'autres expériences que j'ai eu l'occasion d'exécuter sur différentes roues, de 1837 à 1838, et qui ont été présentées en 1839 à l'Académie des sciences, ont conduit à des conséquences analogues, et jeté quelque jour sur différents points importants, que nous examinerons successivement.

Ces expériences ont été faites sur les roues du moulin à farine de Fléur-Moulin (Moselle), de l'arsenal de Metz, du moulin des Trois-Tournants à Metz, et du lissoir de la poudrerie d'Esquerdes. On a pu quelquefois, pour une même roue, faire varier la hauteur de la chute, afin de reconnaître l'influence de la proportion de la largeur des couronnes à cette hauteur. De plus,

pour chaque chute, on a opéré à diverses levées de vanne, et à chaque levée on a fait varier les charges du frein, et par suite les vitesses de la roue depuis la charge nulle ou la plus grande vitesse jusqu'à la charge qui arrêtait la roue.

269. *Influence des levées de vanne.* — On remarque d'abord dans ces expériences que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique va en augmentant avec la levée de la vanne jusqu'à une certaine limite, la charge sur le seuil restant la même. Ainsi, par exemple, pour la roue de l'arsenal de Metz, on a trouvé pour ce rapport, dans les séries faites à une chute variable entre $1^m,70$ à $1^m,20$, les valeurs *maxima* correspondantes suivantes :

HAUTEUR de l'orifice.	CHARGE sur le sommet.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE totale mesurée au-dessus du ressaut.	TRAVAIL absolu du moteur.	EFFET utile disponible mesuré par le frein.	RAPPORT de l'effet utile au travail absolu du moteur.
m 0.067	m 1.711	kil 135	m 1.882	km 253	km 81	0.320
0.090	1.688	180	1.883	329	167	0.492
0.180	1.488	338	1.773	599	367	0.612
0.339	1.173	567	1.616	916	579	0.632
0.412	1.204	697	1.721	1199	655	0.556

La largeur de l'orifice était de $0^m,47$.

La dépense de 697 litres en 1″ était trop considérable pour la capacité de la roue, et l'eau jaillissait déjà abondamment dans l'intérieur à la vitesse du maximum d'effet, ce qui explique comment à cette levée de 0,412 le rapport maximum de l'effet utile au travail absolu du moteur est inférieur à celui que l'on a obtenu avec la levée de $0^m,339$.

Ces résultats montrent que pour cette roue, dont le fond du coursier d'arrivée était plan, il y avait avantage à employer des levées de vanne assez fortes, de $0^m,20$ à $0^m,30$ environ.

270. *Influence de la proportion de la largeur des couronnes à la chute totale.* — Les expériences ont aussi montré que, pour une même roue, le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique augmente, à levées de vanne égales, quand la chute totale diminue. Ainsi, pour la roue d'Esquerdes, on a trouvé les valeurs correspondantes suivantes :

Levées de vanne		$0^m.200$	$0^m.250$	^{m} »
		Valeurs du rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.		
Chute totale	$1^m.60$ à $1^m.40$	0.543	0.549	»
	0.85	0.597	0.574	»

Cela tient à ce que, pour les grandes chutes, la largeur de la couronne n'était que 0,363 de la chute, et trop faible pour empêcher l'eau de jaillir dans la roue, tandis que pour la petite chute cette largeur en était les 0,70, et que l'eau ne jaillissait pas aussitôt dans l'intérieur de la roue. On doit d'ailleurs ajouter que les aubes de cette roue sont trop couchées et tracées avec un rayon trop grand, ce qui facilite le jaillissement. Ainsi, quoique les frottements et les autres résistances passives fussent, à proportion de l'effet utile, beaucoup plus considérables pour les petites chutes que pour les grandes, on voit que le rapport de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur n'en est pas moins plus élevé pour les petites chutes que pour les grandes.

La même conséquence a été aussi observée sur la roue de Fleur-Moulin, où, la levée de la vanne étant restée la même, la charge a successivement diminué.

271. *Rapport de l'effet utile total au travail absolu du moteur.* — Le tableau suivant contient les résultats d'une série complète d'expériences exécutées sur la roue du martinet de l'arsenal de Metz à la levée de vanne de $0^m,339$. La largeur de l'orifice étant $0^m,47$, et le vannage incliné à 2 de hauteur sur 1 de base, on a pris pour coefficient de la dépense le nombre 0,74, et pour les vitesses moyennes d'écoulement celles qui sont dues à la charge sur le sommet de l'orifice.

Charge sur le sommet de l'orifice.	Poids de l'eau dépensée en 1''.	Chute totale mesurée au-dessus du ressaut.	Travail absolu du moteur en 1''.	Effet utile disponible mesuré par le frein en 1''.	Rapport de l'effet utile au travail absolu.	Vitesse de l'eau affluente V.	Vitesse de la circonférence extérieure v.	Rapport des vitesses $\frac{v}{V}$.
m	kil	m	km	km		m	m	
1.251	583	1.695	987	249	0.252	4.95	4.64	0.94
1.264	587	1.708	1003	293	0.289	4.98	4.40	0.88
1.263	587	1.707	1000	343	0.343	4.98	4.30	0.86
1.273	589	1.717	1010	394	0.390	5.00	4.24	0.85
1.289	592	1.733	1025	433	0.422	5.03	4.10	0.82
1.276	589	1.720	1012	463	0.457	5.00	3.90	0.78
1.269	587	1.713	1005	497	0.494	4.99	3.77	0.76
1.269	587	1.713	1005	529	0.527	4.99	3.65	0.73
1.266	587	1.710	1002	562	0.560	4.98	3.56	0.72
1.167	563	1.611	907	567	0.625	4.78	3.30	0.69
1.173	567	1.616	916	579	0.632	4.80	3.13	0.65
1.152	560	1.596	893	548	0.612	4.75	2.77	0.58
1.155	561	1.599	896	529	0.591	4.76	2.51	0.53
1.154	561	1.598	896	510	0.570	4.76	2.27	0.48
1.153	560	1.597	894	476	0.533	4.76	2.02	0.42
1.449	558	1.593	890	449	0.505	4.75	1.80	0.38
1.145	558	1.589	890	414	0.466	4.74	1.59	0.33
1.187	568	1.631	925	371	0.401	4.83	1.37	0.28

L'examen de ces résultats montre que l'effet utile s'est élevé à 0,632 du travail absolu du moteur, et peut-être aurait-il été plus considérable si les couronnes eussent été plus larges ; car l'eau a commencé à jaillir dans la roue, dès que la vitesse est devenue un peu moindre que celle qui correspondait à ce maximum d'effet. La vitesse d'affluence de l'eau, déduite de la charge sur le sommet, était de 4^m,80, tandis que celle de la circonférence de la roue était de 3^m,13. Le rapport 0,65 est plus grand que la valeur ordinairement observée, ce qui tend, avec l'observation précédente, à faire penser que, si la largeur des couronnes avait permis de laisser diminuer la vitesse, sans que l'eau ne jaillît dans la roue, l'effet utile eût été plus grand.

272. *Influence de la vitesse de la roue sur l'effet utile.* — Les expériences ayant été exécutées par séries, dans lesquelles la vitesse a varié depuis la plus grande, que la roue prenait sous la charge nulle du frein, jusqu'à la vitesse nulle ou très-faible correspondante à la charge qui arrêtait la roue, on a pu observer l'influence de cette vitesse sur l'effet utile total et sur le travail disponible. Comme exemple de la marche des résultats, nous citerons encore la série précédente des expériences exécutées sur la roue du martinet de l'arsenal de Metz, dans lequel la levée de vanne était de $0^m,339$, et qui a fourni les résultats suivants :

Rapport des vitesses $\frac{v}{V}$........	m 0.76	m 0.73	m 0.72	m 0.69	m 0.65	0.58	m 0.53	m 0.48	m 0.42	m 0.38	m 0.33	m 0.28
Rapport de l'effet utile au travail absolu..........	0.494	0.527	0.560	0.625	0.632	0.612	0.59	0.570	0.538	0.505	0.466	0.401

Si l'on prend pour abscisses (pl. V, fig. 4) les rapports $\frac{v}{V}$ des vitesses de la circonférence de la roue et de l'eau affluente, et pour ordonnées ceux de l'effet utile total ou de travail disponible au travail absolu du moteur, on obtient deux courbes qui représentent graphiquement la loi de variation des effets utiles en fonction des vitesses. Or l'on voit que la valeur maximum des effets utiles correspond pour cette série à celle de $\frac{v}{V} = 0,65$ environ, et qu'en deçà et au delà, c'est-à-dire pour des vitesses plus petites ou plus grandes, le rapport des effets utiles au travail absolu du moteur diminue rapidement à mesure que l'on s'éloigne de la valeur de $\frac{v}{V}$ correspondante au maximum d'effet.

Des résultats semblables sont fournis par toutes les séries d'expériences exécutées sur les roues citées; et de cette discussion l'on doit conclure que, quand la vitesse de la circonférence d'une roue à aubes courbes s'écarte sensiblement de celle qui correspond au maximum d'effet, l'effet utile est inférieur à ce maximum. Cet effet doit être attribué à la forme rectiligne du coursier, qui ne permet pas à tous les filets d'entrer également bien dans la roue à différentes vitesses, et l'on verra que le nouveau tracé proposé par M. Poncelet a pour résultat de corriger cet inconvénient.

273. *Effort maximum qu'une roue à aubes courbes peut transmettre.* — Les séries d'expériences ayant été poussées jusqu'à la charge qui arrêtait la roue ou rendait son mouvement tout à fait incertain, il a été facile de comparer cette charge à celle qui correspond au maximum d'effet, afin de rechercher quelque règle approximative qui permît de déduire l'une de l'autre. Il est en effet nécessaire, dans certains cas, de connaître cet effort maximum. C'est en particulier ce qui arrive pour les usines dans lesquelles des masses considérables à mettre en mouvement exigent, au moment de la mise en train, des efforts bien supérieurs à celui qui correspond à la marche habituelle. Le tableau suivant contient les résultats des observations faites à ce sujet sur la roue du lissoir d'Esquerdes.

NUMÉROS DES SÉRIES.	CHARGE sur le centre de l'orifice.	LEVÉES de la vanne.	CHARGE DU FREIN correspondante au maximum d'effet.	CHARGE DU FREIN au delà de laquelle le mouvement devient irrégulier	RAPPORT de la seconde à la première de ces charges.	
	m.	m.	kil.	kil.		
1	1.56	0.050	29.45	39.45	1.33	
2	1.53	0.100	55.75	80.75	1.45	
3	1.50	0.150	90.75	120.75	1.33	
4	1.40	0.200	120.75	150.75	1.25	
5	1.45	0.250	125.75	179.75	1.43	
6	»	»	»	»	»	Dans cette 6[e] série l'on n'a pas poussé la charge jusqu'à celle qui arrêtait la roue.
7	0.73	0.100	29.45	40.75	1.39	
8	0.66	0.150	40.75	55.75	1.35	
9	0.68	0.200	53.00	65.75	1.25	
10	0.70	0.250	65.75	75.75	1.15	

M. Poncelet, dans ses expériences sur la roue de la scierie de Metz, a trouvé pour ce rapport une valeur plus considérable et voisine de 2. Il est probable qu'avec des couronnes plus larges et des aubes mieux tracées, les roues que j'ai expérimentées eussent aussi fourni une valeur plus forte.

274. *Largeur des couronnes.* — La comparaison des dépenses

d'eau et de la largeur des couronnes des différentes roues mises en expérience nous a conduit à reconnaître que, dans beaucoup de cas, ces largeurs étaient trop faibles, et qu'il convenait de les augmenter d'autant plus que les levées de vanne étaient plus considérables. Il faut d'ailleurs ici, comme dans les autres roues, que la capacité destinée à recevoir le liquide soit supérieure au volume de celui-ci. Or, si l'on nomme R et R' les rayons extérieur et intérieur de la roue, E' la largeur des couronnes $= R - R'$, L' la largeur dans œuvre de la roue parallèlement à l'axe, le volume total de l'espace compris entre ces couronnes aura pour valeur $3{,}14\,(R^2 - R'^2)L'$; mais comme la vitesse de la roue à la circonférence extérieure est v, la portion de ce volume qui se présente devant l'orifice est seulement

$$3{,}14\,(R^2 - R'^2)\,L'\,\frac{v}{6{,}28\,R}$$

ou

$$\frac{R^2 - R'^2}{R}\,\frac{v}{2}\,L';$$

et comme on a

$$R^2 - R'^2 = (R + R')E' = (2R - E')E',$$

cette expression revient à

$$E'\left(1 - \frac{E'}{2R}\right)vL'.$$

C'est ce que nous appellerons la capacité des aubes pour l'admission de l'eau. On voit que, pour des dimensions données de la roue, elle est proportionnelle à la vitesse de la circonférence extérieure. M. Poncelet, pour tenir compte de l'épaisseur des palettes, et faire en sorte que cette capacité excédât le volume d'eau à admettre, la suppose réduite aux $\frac{6}{7}$ de sa valeur ou à

$$\frac{6}{7}\,E'\left(1 - \frac{E'}{2R}\right)vL'$$

D'une autre part, en appelant E la hauteur de l'orifice, et V la vitesse de l'eau affluente, le volume d'eau à introduire sera moindre que VL'E, puisque l'épaisseur de la lame d'eau est

plus petite que E, et que la largeur L de l'orifice est ordinairement moindre que celle de la roue : on aurait donc au plus

$$\frac{6}{7}E'\left[1-\frac{E'}{2R}\right]vL'=VL'E,$$

et, à cause de la relation du maximum d'effet, $v=0,55\,V$, cette formule revient à

$$\frac{6}{7}E'\left[1-\frac{E'}{2R}\right]0,55=E$$

ou

$$E'\left[2-\frac{E'}{R}\right]=4,17E;$$

d'où l'on déduirait la valeur de E' quand la hauteur E de l'orifice et le rayon de la roue seraient donnés.

En comparant cette formule avec les dimensions des couronnes des roues que j'ai expérimentées, et dans lesquelles l'eau entrait convenablement ou jaillissait dans la roue, il m'a semblé que, pour beaucoup de cas, il était nécessaire d'augmenter la proportion du volume compris entre les couronnes, et au lieu du rapport $\frac{6}{7}$, d'employer les valeurs $\frac{3}{4}$ ou $\frac{2}{3}$. Mais nous reviendrons plus loin sur cette proportion, après avoir parlé des expériences de 1844 et 1845.

275. *Limites de la levée de la vanne.* — La comparaison de la charge qui arrête la roue et de celle du maximum d'effet montre aussi qu'avec des coursiers rectilignes et des couronnes trop étroites, ainsi que cela avait lieu pour la roue d'Esquerdes et pour celle du moulin des Trois-Tournants, à Metz, aux fortes levées de vannes, ces deux charges sont très-voisines, de sorte qu'un surcroît accidentel un peu notable de résistance arrête la roue. Cela tient à ce que ces roues offraient trop peu de capacité pour l'admission de l'eau. Le nouveau tracé du coursier et une bonne proportion des couronnes éviteront ce défaut. Mais, en général, je crois qu'il conviendra de limiter les levées de vannes habituelles à $0^m,20$ ou à $0^m,25$ pour toutes les usines où la résistance pourra être sujette à des variations un peu grandes, tout en proportionnant les couronnes pour des levées plus fortes. On sait d'ailleurs que la marche de ces roues est plus

favorable sous des levées de vannes de $0^m,20$ et au-dessus que pour des levées plus faibles. C'est donc entre les limites de $0^m,20$ et $0^m,30$ que devra être comprise la levée normale de la vanne des roues à coursier plan, ce qui n'empêche pas de se réserver la latitude de les dépasser accidentellement au besoin, et d'atteindre $0^m,40$ pour les grandes dépenses d'eau.

276. *Expériences de M. Marozeau.* — Pour terminer ce que nous avons à dire sur les roues à aubes courbes, à coursier plan, tracées suivant la première méthode indiquée par M. Poncelet, nous rapporterons les résultats principaux des expériences exécutées en 1845 par M. Marozeau à Wesserling (Haut-Rhin). Le but principal de ces expériences était de reconnaître l'influence des cloisons intermédiaires que l'on avait introduites dans la construction de cette roue, et qui la partageaient verticalement en trois compartiments dans lesquels on pouvait à volonté faire arriver l'eau, soit séparément, soit simultanément, selon l'abondance du cours d'eau, et de s'assurer ainsi de l'avantage que pouvait offrir l'emploi des fortes levées de vanne.

La roue avait $4^m,40$ de diamètre, 48 aubes et $0^m,50$ de largeur de couronne. Le rayon de la courbure intérieure des aubes était égal à $0^m,63$.

Le tracé avait été fait conformément aux règles indiquées au n° **257** pour les coursiers à fond plan.

Le vannage était incliné à 40° sur le fond du coursier, qui l'était lui-même à la pente de $\frac{1}{15}$ à l'horizon.

Profitant des dispositions locales que lui offrait un bassin de jaugeage de forme régulière, M. Marozeau a d'abord cherché à déterminer le coefficient m de la dépense par l'orifice du vannage de cette roue. Il l'a trouvé égal à 0,685, valeur bien inférieure à celle que M. Poncelet a déduite de ses expériences directes pour un vannage incliné à 45°, et qui semble indiquer qu'il y avait choc de l'eau contre les aubes à l'introduction, ce qui gêne l'écoulement, comme nous l'avons observé sur les roues essayées au Bouchet.

Si, en effet, l'on se reporte aux résultats des expériences si précises de M. le colonel Lesbros sur l'écoulement de l'eau par un orifice vertical rectangulaire à parois épaisses de $0^m,267$, et dont les bords étaient simplement arrondis par l'enlèvement

des arêtes intérieures, l'on voit, par le tableau du n° 25, que pour cet orifice, et aux levées de vanne de 0m,20, le coefficient *m* de la dépense a été trouvé égal à 0,700 pour les charges de 0m,800 et au-dessus. Les expériences de M. Marozeau fournissent donc, pour un vannage incliné à 40°, dont le seuil était dans le prolongement du fond du coursier, et dont les côtés verticaux avaient été disposés de manière à éviter la contraction latérale, un coefficient de dépense plus faible que celui qui a été obtenu par M. Lesbros pour un orifice vertical. Il est difficile de croire qu'il ne se soit pas glissé quelque erreur dans les observations de M. Marozeau, ou que l'écoulement de l'eau n'ait pas été gêné.

Quoi qu'il en soit, en admettant cette valeur $m = 0,685$, l'auteur déduit des résultats de ses expériences les conséquences suivantes :

« Quand on fait arriver l'eau sur toute la largeur de la roue, par les trois ouvertures, on voit que pour des dépenses comprises entre 450 et 1400 litres en 1″, les rendements sont supérieurs à 0,60, qu'ils dépassent même 0,65 entre 500 et 1000 litres, enfin, qu'ils sont encore supérieurs à 0,50 pour une dépense de 1800 litres.

« Que la dépense de 554 litres en 1″ correspondant à une levée de vanne de 0m,128, pour laquelle la roue a été construite, se trouve correspondre aux rendements les plus forts.

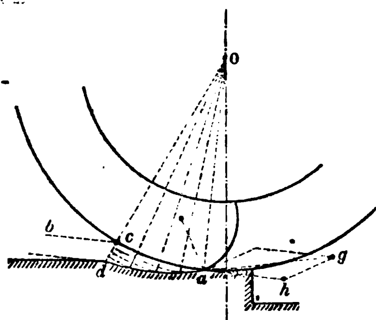
« Que de l'ensemble des observations l'on doit conclure que l'introduction des couronnes intermédiaires dans la roue Poncelet, est sans avantage réel quant à l'effet utile de la roue, mais qu'elles sont favorables à la solidité. »

L'on voit que les résultats des expériences de M. Marozeau s'accordent avec celles qui ont été rapportées plus haut, pour montrer que, dans les conditions de l'ancien tracé adopté pour les roues à aubes courbes, le rendement de ces roues à la vitesse convenable, au maximum d'effet, s'élève à 0,60 et 0,65 du travail absolu du moteur ; qu'en deçà et au delà de cette vitesse, qui doit être environ les 0,55 de celle de l'eau affluente, le rendement de la roue diminue assez rapidement.

277. *Expériences faites à la poudreriedu Bouchet.* — Ayant eu

en 1844 et 1845 l'occasion d'étudier, pour le service des poudres, les conditions de l'établissement des roues à aubes courbes, je me suis proposé principalement de reconnaître l'influence des diamètres et des largeurs de couronnes sur leur rendement. Mais, en outre, j'ai essayé l'emploi d'une forme de coursier courbe un peu différente de celle qui a été, en dernier lieu, adoptée par M. Poncelet, et qui, en réalité, pour les hauteurs d'orifice de $0^m,15$, qu'il ne convient guère en pareil cas de dépasser, comme nous l'avons dit au n° **264**, revient sensiblement au même, et est d'une application un peu plus facile.

278. *Coursier courbe dont le profil est une spirale.* — Dans ce tracé, le rayon de la roue étant déterminé, on mène à sa circonférence une tangente inclinée d'environ $\frac{1}{10}$ sur l'horizontale. Parallèlement à cette tangente on mène une ligne *bc*, qui en soit éloignée de l'épaisseur que l'on veut donner à la lame d'eau, et qui rencontre la circonférence extérieure en un point *c*. Par ce point et par le centre *o* de la circonférence on mène un rayon, que l'on prolonge jusqu'à sa rencontre en *d* avec la tangente *ad*.



On trace ensuite approximativement la spirale qui passe par ce point et par celui du contact de la tangente avec la circonférence, et qui correspond au développement de l'arc de cercle qu'ils limitent. A cet effet, on partage l'arc *ac* et la partie extérieure *cd* du rayon en un même nombre de parties égales. Par les points de division de l'arc on mène des rayons, sur lesquels on prend en dehors du cercle des longueurs égales à autant de parties de *cd* qu'il y a d'unités dans le rang du rayon à partir de *a*. La série des points ainsi obtenus forme la spirale, que l'on trace à la règle ployante.

Il est évident que, si l'on donne au fond du coursier la forme de cette spirale, tous les filets fluides de la veine, qui conservera sensiblement la même épaisseur depuis l'orifice jusqu'à la roue, s'infléchiront de manière à décrire des spirales semblables,

et rencontreront aussi la circonférence sous des angles peu différents, ce qui n'a pas lieu quand le fond du coursier est un plan incliné.

Cela fait, il ne reste plus qu'à déterminer la direction du premier élément de l'aube, de façon qu'un filet quelconque, en y arrivant, n'ait qu'une vitesse relative tangente à cette aube, et sa vitesse normale à la même surface se trouvera alors nulle. C'est ce qu'il est facile de faire, en sachant que la vitesse de la circonférence de la roue correspondante au maximum d'effet est égale à 0,55 de la vitesse due à la charge sur le sommet de l'orifice. Sur la tangente à la spirale menée au point *a* on prend $ag = 1$ et sur *ad* prolongé $ah = 0,55$. En traçant l'aube de manière que la tangente à son premier élément soit parallèle à *hg*, on sera sûr qu'il n'y aura pas de choc à l'entrée, quand la roue marchera à la vitesse que ce tracé suppose. Après avoir déterminé la direction de la tangente au premier élément de l'aube, on lui élève une perpendiculaire à son point de contact *a*, et c'est sur cette ligne qu'on prend le centre de courbure des aubes, en ayant soin de choisir un rayon tel, que ce cercle rencontre la circonférence intérieure de la couronne, en formant avec elle un angle aigu, mais très-voisin de l'angle droit.

L'exécution du tracé, concurremment avec celui du coursier en développante de cercle, montre, comme nous l'avons dit un peu plus haut, que pour les levées de vanne de $0^m,15$ et au-dessus, les deux profils se confondent sensiblement, et que, pour les hauteurs d'orifices plus fortes, le coursier en spirale se relève beaucoup moins rapidement que celui dont le profil est une développante de cercle.

Cela se conçoit d'ailleurs facilement, puisque la courbe en spirale qui détermine le profil du coursier se trouve toujours en dessous de la tangente, à la même circonférence de la roue et inclinée à $\frac{1}{10}$ à l'horizon.

279. *Dispositions pour les expériences.* — Pour reconnaître l'influence du diamètre des roues sur l'effet utile, nous avons fait construire trois roues des diamètres de $1^m,60$, $2^m,40$ et $3^m,20$, ayant une largeur commune de $0^m,40$. Elles ont été successivement placées dans un coursier tracé suivant la première méthode indiquée par M. Poncelet, c'est-à-dire à fond plan et

incliné à $\frac{1}{12}$. La largeur des couronnes était de $0^{m},75$; et, les aubes étant faites en planchettes minces et étroites engagées dans des rainures, on pouvait, en retirant par le haut quelques-unes de ces planchettes, faire varier pour chaque roue la largeur que l'eau devait occuper.

Ces roues, construites en sapin pour les expériences, étaient fort légères ; par conséquent leur moment d'inertie était très-faible, et il en est résulté que les variations de la résistance provenant du frottement des mâchoires du frein produisaient dans la vitesse des variations sensibles, surtout quand cette vitesse était faible et s'approchait de celle qui correspondait au maximum d'effet. Par suite de ces retards accidentels, l'eau jaillissait dans la roue, troublait son mouvement, le rendait irrégulier et l'arrêtait ; c'est ce qui, pour beaucoup de séries, a empêché d'atteindre la vitesse correspondante au maximum d'effet.

Cet inconvénient, qui ne provenait uniquement que de la petitesse du moment d'inertie des modèles, pourrait avoir pour des usines dont les roues seraient trop légères des conséquences fâcheuses, car des variations accidentelles de la résistance auraient alors pour effet de troubler et d'arrêter la marche du moteur, tandis que d'autres roues, exactement semblables, quant aux proportions et au tracé, mais ayant un moment d'inertie plus considérable, seraient exemptes de ce défaut, que l'on attribue, à tort quelquefois, au système même de la construction. Il importe donc de donner aux roues de ce genre, et surtout à celles de petites dimensions, une masse assez considérable pour que leur inertie entretienne la régularité du mouvement : aussi, dans des cas pareils, est-il convenable de faire ces roues en fonte et en fer.

280. *Jaugeage des dépenses d'eau.* — Dans les expériences dont il est question, le jaugeage des volumes d'eau dépensés a été fait au moyen de l'observation des levées de vanne et des charges d'eau sur le seuil d'un orifice vertical de $1^{m},496$ de largeur, établi sur un canal en maçonnerie de forme très-régulière, de $2^{m},117$ de largeur, qui fournissait l'eau au réservoir de la roue.

Avant de mettre cette roue en place, et pour déterminer le

coefficient de la dépense à employer pour cet orifice, on a fermé en aval le canal de fuite, construit aussi en maçonnerie, par un barrage vertical en madriers, dans lequel on a pratiqué trois ouvertures, où l'on a adapté des ventelles d'environ $0^m,300$ en carré, en tôle de $0^m,005$ d'épaisseur, glissant devant ces orifices d'écoulement à arêtes vives, semblables à ceux qui ont été expérimentés par MM. Poncelet et Lesbros.

Ces petites vannes en tôle se manœuvraient à la main à l'aide de vis ; des tiges à pointes indicatrices du niveau étaient placées en amont de l'orifice et des vannes de jaugeage, pour permettre de reconnaître et de constater la constance des niveaux.

D'après cette courte description, l'on conçoit de suite que, des observations simultanées étant faites à l'orifice et aux vannes de jaugeage, on pouvait calculer la dépense faite par les deux sortes d'orifices à l'aide des résultats si précis de MM. Poncelet et Lesbros, qui étaient évidemment applicables au cas actuel.

Pour discuter l'ensemble des résultats des observations et les dégager des influences accidentelles, on les a représentées par une construction graphique (Pl. I, fig. 1), en prenant les hauteurs de l'orifice pour abscisses et les coefficients de la dépense théorique pour ordonnées. Cette représentation a montré que les plus grands écarts ne s'élèvent pas à plus et sont presque toujours au-dessous de $\frac{1}{40}$ des ordonnées de la courbe, et comme, pour des expériences sur des moteurs hydrauliques, une pareille approximation est bien suffisante, nous avons pu, dans les calculs ultérieurs des dépenses d'eau, adopter les valeurs du coefficient de la dépense déduites de cette courbe même.

L'on fera observer que, dans ces expériences, les charges sur le sommet des orifices ayant été comprises entre $0^m,050$ et $0^m,180$ au plus, et cette donnée n'exerçant dans le cas des orifices à parois minces (voir au tableau du n° 11 des expériences de M. Lesbros) qu'une influence de $\frac{1}{100}$ environ, la variation du coefficient n'a dépendu que très-peu de cette charge sur le sommet.

De l'ensemble des résultats des expériences et du tracé de la courbe qui les représente, l'on a déduit les valeurs suivantes du multiplicateur de la dépense théorique pour l'orifice employé

et pour des charges sur le sommet correspondantes $0^m,050$ et $0^m,200$.

Hauteurs de l'orifice.............	m 0.05	m 0.06	m 0.07	m 0.08	m 0.09	m 0 17	m 0.12	m 0.14	m 0.16	m 0.18	m 0.20
Valeur du multiplicateur *m*	0.728	0.708	0.695	0.687	0.682	0.679	0.676	0.675	0.675	0.675	0.675

Il résulte de ces chiffres, que la largeur $1^m,496$ de cet orifice placé dans un canal de $2^m,117$ de largeur, rendait la contraction latérale incomplète en même temps que l'épaisseur des parois contribuait aussi à en augmenter la dépense. Ces résultats se rapprochent d'ailleurs beaucoup de ceux que M. Lesbros a obtenus pour l'orifice du dispositif *d* du tableau du n° **28**, auxquels ils sont un peu inférieurs, nous croyons donc pouvoir les appliquer, avec toute probabilité d'exactitude, au calcul des expériences dont nous nous occupons ici.

J'ajouterai de suite que la comparaison des dépenses effectives avec les dépenses théoriques faites par l'orifice de la roue nous a fourni l'occasion de constater que, toutes les fois que la hauteur de l'orifice et la vitesse de la roue sont telles qu'il n'y ait pas de choc des aubes sur la veine fluide, le coefficient de la dépense par le vannage incliné à 45° est environ 0,80, comme M. Poncelet l'a observé, par un relevé géométrique des veines, avec cette différence que nous prenions les charges sur le sommet, tandis que M. Poncelet les prenait au seuil de l'orifice : ce qui confirme l'observation du n° **266** et prouve que ce savant ingénieur a, dans ses expériences, estimé les dépenses d'eau un peu trop haut. On a, de plus, remarqué que, dès qu'il y a choc et remous de l'eau à l'entrée, ce coefficient diminue et descend parfois à 0,70 ou 0,72.

281. *Résultat des expériences*. — Pour ne pas trop multiplier les résultats d'expériences que je crois utile de rapporter, je me bornerai à dire que la comparaison de ceux qui ont été obtenus sur des roues de $1^m,60$, de $2^m,40$ et de $3^m,20$ de diamètre, a montré que la grandeur du diamètre ne paraît pas avoir une influence immédiate sur l'effet utile, mais qu'elle en a seulement une indirecte, qui dépend de ce que, toutes choses égales d'ailleurs, plus il est grand pour une même vitesse de la circonférence, plus la capacité dans laquelle l'eau peut être admise est

considérable. En effet, on a vu (274) que la capacité de la roue ou des aubes pour l'admission de l'eau a pour expression

$$\left(1-\frac{E'}{2R}\right)E'L'v;$$

et, en faisant, par exemple,

$$2R=4E', \text{ d'ou } \frac{E'}{2R}=0,258, \text{ on trouve } 1-\frac{E'}{2R}=0,750;$$

$$2R=5E' \qquad \frac{E'}{2R}=0,200 \qquad 1-\frac{E'}{2R}=0,808$$

$$2R=6E' \qquad \frac{E'}{2R}=0,166 \qquad 1-\frac{E'}{2R}=0,833$$

Ce qui montre que l'expression

$$\left(1-\frac{E'}{2R}\right)E'L'v$$

ne croît que lentement avec le rayon, quand la largeur de couronne a une certaine grandeur.

Il y a d'ailleurs, pour augmenter la capacité de la roue, plus d'avantage à faire croître la largeur E' que le rayon R, en même temps que l'on se donne la facilité d'admettre un plus grand volume d'eau au moment de la mise en train. C'est pourquoi, lorsque l'on sera maître du diamètre et de la largeur de la couronne, on pourra adopter la relation $\frac{E'}{2R}=0,25$, et même 0,33.

282. *Résultats des expériences sur une roue à coursier en spirale.* — Deux roues de $3^{m},20$ de diamètre et à coursier en spirale, tracé comme il est dit au n° 237, ont été expérimentées : l'une était en bois, l'autre en fonte.

Avec la première, on a de suite remarqué que le choc de l'eau, au passage des aubes devant l'orifice, avait cessé ; que le liquide entrait beaucoup plus facilement et s'étendait sur les aubes en lames plus épaisses. De plus, on a aussi reconnu que la vitesse pouvait varier entre des limites beaucoup plus étendues que précédemment, avant que l'eau ne jaillît dans la roue ; que l'effet utile se rapprochait beaucoup plus de sa valeur

maximum, que son rapport au travail absolu du moteur croissait avec la hauteur des orifices, et qu'enfin l'eau ne jaillissait dans la roue que quand la capacité, dans laquelle le liquide peut être admis, cessait de dépasser 1,50 à 1,60 fois le volume débité; circonstance favorable, qui est une conséquence directe de la plus grande facilité d'introduction de la veine fluide.

Mais la roue en bois étant, comme on l'a déjà remarqué, trop légère, et son moment d'inertie trop faible pour que le mouvement fût stable, on a pensé qu'il était convenable de répéter ces expériences sur une roue construite en fer et en fonte, avec la précision que l'on donne aujourd'hui aux autres moteurs hydrauliques. Cette roue était destinée à fonctionner à la poudrerie du Ripault, avec une chute de $1^m,00$ à $1^m,20$; son diamètre est de $2^m,80$, sa largeur extérieure de $0^m,80$; les couronnes ont $0^m,75$ dans le sens du rayon; les aubes, tracées comme il a été dit précédemment, sont au nombre de quarante-deux.

Les expériences ont été faites avec des chutes comprises entre $1^m,20$ et $1^m,40$, quand la roue n'était pas noyée, et à la chute de $0^m,90$, quand elle était noyée de $0^m,36$; les levées de vanne ont été de $0^m,150$, $0^m,200$ et $0^m,277$.

Les résultats ont été représentés graphiquement, et l'examen des courbes montre que, dans toutes les séries, l'on a pu atteindre et dépasser de beaucoup, en plus et en moins, la vitesse correspondante au maximum d'effet: ce que nous croyons pouvoir attribuer, d'une part, à l'amélioration dans l'introduction de l'eau, et, de l'autre, à la grandeur du moment d'inertie de la roue, construite entièrement en fonte et en fer.

283. *Expériences faites à la chute moyenne de* $1^m,20$ *à* $1^m,25$ *et à la hauteur d'orifice de* $0^m,277$. — Nous rapporterons ici cette série d'expériences, parce qu'elle est celle qui a le mieux manifesté l'avantage de la forme courbe du coursier. L'on a représenté les résultats (Pl. V, fig. 7), en prenant les nombres de tours en 1' pour abscisses et les rapports de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur pour ordonnées. La courbe, qui résulte de ce tracé, a une forme surbaissée qui montre que la vitesse de la roue a pu varier dans des limites étendues, sans que son effet utile diminuât beaucoup, comme on le fera voir plus loin.

RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES SUR UNE ROUE A AUBES COURBES DONT LE COURSIER A POUR PROFIL UNE SPIRALE.

Poids de l'eau dépensée en 1".	Chute totale au-dessus du ressaut.	Travail absolu du moteur.	Nombre de tours de la roue en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rapport de l'effet utile au travail absolu.	Capacité des aubes pour l'admission de l'eau.	Rapport de cette capacité au volume d'eau dépensé.	
kil.	m.	km.		km.		mc.		
594.4	1.252	744.3	28.8	396.0	0.532	1.263	2.125	
628.0	1.312	823.9	20.5	440.7	0.535	1.250	1.991	
607.8	1.252	760.9	20.5	414.9	0.545	1.246	2.050	
571.3	1.232	703.8	20.2	337.4	0.479	1.229	2.152	
631.4	1.322	834.7	19.8	448.2	0.537	1.205	1.908	
648.4	1.282	831.3	18.7	443.8	0.534	1.108	1.744	
601.4	1.272	764.5	17.6	438.7	0.574	1.067	1.776	
584.4	1.232	720.0	16.7	436.5	0.606	1.014	1.735	
617.8	1.312	810.0	16.1	497.6	0.614	0.979	1.584	
594.4	1.192	708.5	15.8	431.1	0.609	0.958	1.612	
584.4	1.272	743.4	14.8	475.9	0.640	0.901	1.543	
574.5	1.182	679.1	14.6	418.0	0.616	0.898	1.550	
601.1	1.232	740.5	13.2	440.2	0.594	0.804	1.341	L'eau jaillit dans la roue.
571.3	1.132	646.7	11.8	349.7	0.541	0.716	1.233	
624.6	1.252	782.0	10.9	376.5	0.182	0.664	1.063	Id., très-fort, mouvement irrégulier.

On voit, par ce tableau et par le tracé (pl. V, fig. 7) qui en représente les résultats, que l'effet utile s'est élevé à 0,62 ou 0,63 du travail absolu du moteur à la vitesse de 15 tours de la roue, ce qui correspond à une vitesse de $2^m,20$ à sa circonférence, égale à 0,52 environ de celle de l'eau affluente.

L'observation de la marche de cette roue a montré que l'eau n'a commencé à jaillir dans l'intérieur qu'à des vitesses pour lesquelles la capacité offerte par les aubes pour son admission était inférieure à 1,5 fois le volume de l'eau dépensée.

284. *Influence de la grandeur des levées de vanne.* — En général l'on a observé que, dans les quatre séries exécutées à des levées de vannes de $0^m,150$, $0^m,200$, $0^m,250$ et $0^m,277$, la valeur maximum de l'effet utile mesuré par le frein a été successive-

ment en croissant avec la hauteur de l'orifice, et s'est élevée respectivement à

0,520, 0,570, 0,600, 0,640,

du travail absolu du moteur.

De plus, dans chacune de ces séries, la vitesse de la roue a pu varier respectivement de

12 à 21, 13 à 21, 11 à 19,8, 12 à 19 tours en 1',

sans que l'effet utile s'éloignât de plus de

$$\frac{1}{13}, \quad \frac{1}{14}, \quad \frac{1}{12}, \quad \frac{1}{9},$$

de sa valeur maximum.

Ces derniers résultats constatent une amélioration très-importante pour la marche de ces roues, qui, dans l'ancienne construction, avaient, au contraire, l'inconvénient quelquefois assez grave de ne pouvoir marcher à des vitesses différentes de celles du maximum d'effet, sans qu'il n'en résultât sur-le-champ une grande diminution de l'effet utile.

285. *Expériences sur la roue noyée.* — Deux séries d'expériences ont été faites en noyant la roue, d'abord de $0^m,242$, puis de $0^m,357$; les localités n'ayant pas permis d'élever plus haut le niveau des eaux d'aval.

Dans le premier cas, la levée de vanne étant de $0^m,25$, l'effet utile a été trouvé égal à 0,60 du travail absolu du moteur, comme quand la roue n'était pas noyée. Dans le second, ce rapport ne s'est élevé qu'à 0,47 ou 0,48, à la vitesse du maximum d'effet ; et comme, dans les temps de crues, ce n'est pas tant la grandeur de l'effet utile que la marche du moteur qui importe, on voit que la roue essayée jouit de la propriété importante de fonctionner encore d'une manière satisfaisante, quand elle est noyée.

La forme de la roue et ses assemblages avaient été disposés de manière qu'aucune saillie extérieure, autre que quelques têtes de boulons, ne présentât de résistance à l'eau.

La largeur des couronnes, fixée à $0^m,75$ ou aux trois quarts de la chute, et la capacité destinée à recevoir le liquide, égale

à deux fois le volume de l'eau dépensée, ont paru des proportions convenables pour la marche de cette roue, qui est exposée à des crues assez fortes.

L'expérience ayant donc montré que l'effet utile de la roue ne diminuait pas quand elle était noyée d'une faible quantité, on voit que l'on ne risque rien de placer, en temps d'eaux basses, le sommet du ressaut à fleur d'eau, si l'on n'est pas exposé à des hautes eaux très-fortes et prolongées.

286. *Comparaison des résultats de l'expérience avec ceux de la théorie.* — Enfin, pour achever la discussion de ces expériences, nous en avons comparé les résultats avec ceux de la formule

$$Pv = \frac{1}{2} M[V^2 - w^2],$$

dans laquelle on représente par

M la masse de l'eau dépensée en une seconde;

V la vitesse d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue, et que l'on peut prendre égale à celle qui est due à la charge sur le sommet de l'orifice;

w la vitesse absolue avec laquelle l'eau quitte les palettes, et qui est donnée par la formule

$$w = \sqrt{u^2 + v^2 - 2vu \cos c},$$

dans laquelle c est l'angle formé par la tangente au dernier élément de la courbe avec la tangente à la circonférence extérieure de la roue, et u la vitesse relative d'introduction de l'eau sur les aubes, égale elle-même à

$$\sqrt{V^2 + v^2 - 2Vv \cos a}$$

en nommant a l'angle formé par la vitesse V ou par la tangente à l'extrémité de la spirale du coursier avec la circonférence extérieure de la roue.

On remarquera que, le nouveau tracé du coursier ayant pour objet d'annuler la perte de force vive éprouvée par l'eau à l'entrée, le liquide ne perd que la force vive Mw^2 qu'il possède

à sa sortie de la roue. C'est ce qui conduit à la formule ci-dessus.

Les résultats de cette comparaison pour la série que nous avons reproduite dans le tableau précédent sont consignés dans le suivant:

Poids de l'eau dépensée.	Charge sur le sommet de l'orifice.	Vitesse due à cette charge V.	Vitesse de la circonférence extérieure v.	Vitesse relative d'introduction u.	Vitesse absolue de sortie w.	Effet utile théorique.	Effet utile réel.	Rapport ou coefficient de la formule.
k.	m.	m.	m.	m.	m.	km.	km.	
594.4	0.975	4.373	3.044	1.732	1.859	474.84	396.0	0.834
628.0	1.035	4.506	3.012	1.840	1.805	545.64	440.7	0.808
607.8	0.975	4.373	3.002	1.740	1.838	487.90	414.9	0.850
571.3	0.955	4.328	2.962	1.729	1.809	450.34	337.4	0.749
631.4	1.045	4.528	2.903	1.946	1.687	568.14	448.2	0.789
648.4	1.005	4.440	2.732	1.983	1.553	570.38	443.8	0.778
601.4	1.995	4.418	2.572	2.100	1.439	534.68	438.7	0.820
584.4	0.995	4.328	2.444	2.065	1.286	508.81	436.5	0.858
617.8	1.035	4.506	2.359	2.354	1.378	579.6	497.6	0.859
594.4	0.915	4.237	2.309	2.138	1.310	491.8	431.1	0.877
584.4	0.995	4.418	2.172	2.426	1.366	525.9	475.9	0.905
574.5	0.905	4.214	2.145	2.251	1.289	471.2	410.8	0.887
601.1	0.995	4.328	1.938	2.540	1.449	509.6	440.2	0.864
571.3	0.885	4.095	1.725	2.497	1.439	428.2	349.7	0.817
624.6	0.975	4.373	1.599	2.882	1.795	506.4	376.5	0.743
					Moyenne...........			0.829

L'examen de ce tableau et de la courbe (pl. V, fig. 8), qui en représente les résultats, montre que les effets réels suivent sensiblement la même marche que les effets théoriques, et l'on voit qu'en prenant les 0,829 de l'effet utile donné par cette formule, on représenterait à $\frac{1}{19}$ près tous les résultats de l'expérience, et que par conséquent l'effet utile réel, ou le travail disponible transmis par la roue, pourrait être exprimé avec toute l'exactitude convenable pour la pratique, par la formule

$$Pv = 0,829 \frac{500Q}{g} (V^2 - w^2) = 42,23Q(V^2 - w^2),$$

dans laquelle Q exprime en mètres cubes le volume d'eau dépensé par seconde.

287. *Expériences exécutées sur l'une des roues de la poudrerie d'Angoulême par M. le capitaine Ordinaire de Lacollonge.* — Ce savant officier ayant appliqué à la construction d'une des roues, avec les conseils de M. Poncelet, le nouveau tracé que nous avons décrit aux nos **262** et suivants, il lui a été prescrit, sur la demande du Comité de l'artillerie, d'exécuter des expériences pour constater les résultats de ce tracé. Ces expériences, faites avec beaucoup de soin, ont été analysées, et les principaux résultats en sont reproduits dans une notice de M. de Lacollonge, insérée dans le tome VII du *Génie industriel* publié par M. Armengaud. Nous en extrairons les résultats suivants:

Le vannage de cette roue étant incliné à 2 de base sur 5 de hauteur, et d'ailleurs convenablement raccordé avec les parois du canal d'arrivée, l'on a pris pour coefficient de la dépense $m=0,74$.

La chute totale a varié de $1^m,54$ à $1^m,56$.

Les levées de vanne ont été successivement de

$$0^m,05,\ 0^m,10,\ 0^m,15,\ 0^m,20,\ 0^m,25,\ 0^m,30.$$

La largeur de la roue était de $1^m,08$ dans œuvre et celle de l'orifice de $1^m,00$.

La coupe de cette roue est représentée pl. VIII, fig. 1.

Les résultats des expériences correspondant au maximum d'effet obtenu dans chaque série sont consignés dans le tableau suivant:

LEVÉE de la vanne.	CHUTE totale H.	DÉPENSE d'eau en 1". 1000 Q.	EFFET UTILE mesuré par le frein.	RENDEMENT de la roue ou $\frac{P v}{1000 QH}$.	ABAISSEMENT du rendement maximum quand la vitesse varie entre 8 et 12 tours.	RAPPORT de la vitesse de la roue à celle du filet moyen $\frac{v}{V}$.
m 0.05	m 1.560	kil 167	chev 1.733	0.497	»	0.351
0.10	1.545	328	4.220	0.624	»	0.475
0.15	1.555	487	6.331	0.627	$\frac{1}{12}$	0.544
0.20	1.540	632	8.700	0.671	$\frac{1}{9.5}$	0.574
0.25	1.560	787	11.102	0.678	$\frac{1}{11}$	0.579
0.30	1.550	924	12.530	0.656	$\frac{1}{50}$	0.556

La roue, construite en fonte et en fer, était ajustée avec beaucoup de soin dans son coursier en pierre, auquel on avait conservé en aval de la roue la même largeur que dans la partie qu'elle occupait.

Conséquences de ces expériences. — L'on voit d'après ce tableau que, de même que dans celles qui ont été exécutées au Bouchet sur un coursier courbe tracé d'après des principes analogues, quoique d'une forme un peu différente, le rendement de la roue a été en croissant avec les levées de vanne jusqu'à celles de $0^m,20$ et $0^m,25$, et que dans le cas actuel il s'est élevé à 0,671 et 0,678.

L'on voit aussi, de nouveau, que la forme donnée au coursier a permis de faire varier la vitesse de la roue dans le rapport de 2 à 3 sans que le rendement s'abaissât de plus de $\frac{1}{10}$.

Le rapport de la vitesse de la circonférence de la roue à celle de l'eau affluente, prise égale à celle qui serait due à la hauteur du niveau du réservoir au-dessus du point de rencontre du filet moyen correspondant au maximum d'effet, est encore ici, comme dans les expériences, voisin de 0,55 ou un peu supérieur à ce chiffre.

288. *Expériences sur la roue d'Angoulême noyée de petites hauteurs.* — En faisant fonctionner la même roue noyée de $0^m,11$ à $0^m,13$, et avec des levées de vanne de $0^m,15$, $0^m,20$ et $0^m,25$, l'on a trouvé que le rendement maximum s'élevait respectivement à 0,741, 0,740 et 0,743. Ce qui, conformément à ce que l'on a vu pour les roues à aubes planes aux nos **244** et suivants, semblerait indiquer que l'eau qui s'échappe de la roue ayant une vitesse dirigée de l'amont vers l'aval, refoule l'eau qui noyait la roue, la dégage, et a pour effet d'augmenter la chute apparente de la quantité dont la roue était noyée.

Si, en effet, on admet que la chute soit réellement augmentée des quantités dont la roue était noyée, on obtient pour les chutes, pendant l'expérience, les valeurs suivantes :

	m	m	m
Chutes mesurées au repos......	1,450	1,440	1,438
Hauteur dont la roue était noyée au repos..................	0,110	0,120	1,130
Chutes pendant l'expérience....	1,560	1,560	1,568

L'effet utile ou le rendement correspondant à ces chutes totales serait alors égal à celui qui est indiqué ci-dessus, réduit dans les rapports de

$$\frac{1,450}{1,560}=0,929,\quad \frac{1,440}{1,560}=0,925,\quad \frac{1,438}{1,568}=0,917,$$

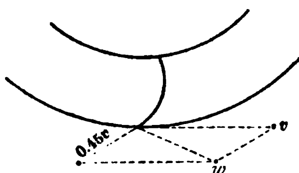
et serait respectivement égal à

0,688, 0,684, 0,680.

Ce qui coïncide à très-peu près avec les valeurs trouvées pour le rendement égales à 0,671 et 0,678 pour les mêmes levées de vanne, quand la roue n'était pas noyée.

Cette comparaison montre qu'effectivement les eaux d'aval étaient refoulées et la roue dégagée presque complétement, et prouve, ainsi que je l'avais conclu des expériences faites au Bouchet en 1845, que quand on n'a pas à craindre des crues d'aval trop fréquentes, l'on peut, à l'état normal, placer le point inférieur du coursier d'une certaine quantité au-dessous du niveau des eaux d'aval.

Il est d'ailleurs facile de voir, par la figure, que par la disposition et le tracé des aubes la vitesse relative de l'eau dans le sens de l'aube au moment où elle la quitte, et que nous avons désignée par u', est nécessairement inférieure à la vitesse v de la circonférence et même à $V - v = 0,45\ v$ pour le cas du maximum d'effet, et que par suite la résultante w de ces deux vitesses est dirigée sensiblement vers l'aval, et doit par conséquent contribuer à refouler les eaux dans ce sens.



Il résulte aussi de cette discussion que, pour favoriser cet effet avantageux au rendement de la roue, il convient de conserver au coursier la largeur qu'il a sous la roue, jusqu'à une certaine distance de cette roue, ainsi que cela existait à l'usine pour laquelle cette roue a été établie.

Des effets analogues ont été observés, mais avec moins de certitude, pour des engorgements de $0^m,33$ à $0^m,57$, et s'ils montrent que la roue peut encore marcher noyée de ces quantités, l'on ne doit pas, je pense, en conclure que l'on puisse sans inconvénient noyer ces roues d'une hauteur aussi considérable à l'état normal.

289. *Emploi d'un vannage supérieur pour les roues à aubes courbes.* — Malgré les perfectionnements apportés à la construction des roues à aubes courbes par le savant géomètre auquel l'industrie les doit, ce moteur ne jouissait pas de la propriété de marcher noyé dans les eaux d'aval au delà d'une certaine quantité, qui, dans les expériences les plus favorables, celles d'Angoulême, n'avait pas dépassé $0^m,57$.

Mais M. Poncelet a proposé un dispositif qui a été exécuté à la Poudrerie d'Angoulême, et qui, dans les temps de crues, permet de faire fonctionner la roue à aubes courbes, en partie comme une roue à aubes planes emboîtée dans un coursier circulaire.

A cet effet (Pl. VIII, fig. 1), à la partie supérieure du vannage, l'on a disposé une seconde vanne qui, en s'élevant, démasque des orifices par lesquels l'eau peut s'introduire sur les aubes et y agir par son poids, comme dans les roues de côté. Des directrices, convenablement tracées pour que l'eau entre sans choc sur le premier élément des aubes, assurent son introduc-

tion, et entre ces orifices supérieurs et l'orifice inférieur, le coursier est garni d'une partie en fonte dans laquelle la roue est exactement emboîtée, comme une roue à palettes planes dans un coursier circulaire.

Cette disposition a permis de faire marcher la roue d'Angoulême avec un engorgement de 0m,82, sans que sa vitesse s'abaissât sensiblement au-dessous de sa valeur normale. Quant au rendement, il était considérablement diminué par suite des conditions défavorables dans lesquelles se trouvait la roue. Mais cela n'a aucune importance en pareil cas, puisqu'alors l'on a plus d'eau qu'il n'en faut.

L'emploi de ce vannage auxiliaire, pour le tracé duquel on suivra une marche analogue à ce que nous dirons à l'occasion de certaines roues à augets, permet donc de donner aux roues à aubes courbes la facilité de marcher noyées de quantités considérables.

290. *Conséquences générales des expériences.* — En résumé, il nous semble résulter de nombreuses expériences que nous avons citées :

1° Que le nouveau tracé du coursier et des aubes indiqué par M. Poncelet offre l'avantage de diminuer de beaucoup, si ce n'est de détruire entièrement, les effets du choc de l'eau à l'entrée sur les aubes et de faciliter son admission et sa circulation ;

2° Qu'avec cette disposition, une exécution soignée et un moment d'inertie suffisant, la roue à aubes courbes a acquis la propriété, qu'elle ne possédait pas auparavant, de pouvoir marcher à des vitesses notablement supérieures ou inférieures à celle qui correspond au maximum d'effet, sans que l'effet utile s'éloigne considérablement de ce maximum ;

3° Que la valeur du rapport de l'effet utile disponible au travail absolu du moteur s'est élevée à 0,60 et 0,62, pour la roue de 3m,20 mise en expérience, dont la force n'a été que de 6 chevaux, et pour la roue d'Angoulême à 0,678; de sorte que, pour des roues bien tracées, l'on peut compter sur un rendement de 0,65;

4° Que l'effet utile augmente avec les hauteurs d'orifice, et que celles de 0m,20 à 0m,25 paraissent favorables, quoique le

tracé du coursier courbe, en développante de cercle, ne doive être fait que pour celle de 0m,15 au plus, afin de ne pas trop relever le seuil de l'orifice, mais à la condition que les couronnes seront proportionnées de façon que la capacité offerte par la roue à l'admission du liquide soit double au moins du volume d'eau débité dans le même temps à la vitesse du maximum d'effet, et même plus grand si la roue est exposée à être noyée.

5° Que la vitesse, mesurée à la circonférence extérieure de la roue, doit être égale à 0,50 ou 0,55 de celle qui est due à la charge sur le sommet de l'orifice, ou mieux à la hauteur du niveau au-dessus du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence de la roue ;

6° Qu'à charge et hauteur d'orifice égales, la roue rend un effet utile sensiblement le même quand elle est placée à 0m,15 au-dessus du niveau de l'eau d'aval, ou quand elle est noyée de 0m,20 à 0,25 ; ce qui tient à la forme et à la direction données aux aubes, ainsi qu'à la précaution que l'on peut toujours avoir de ne laisser à la surface extérieure de la roue aucune partie en saillie pouvant offrir de la résistance à l'eau.

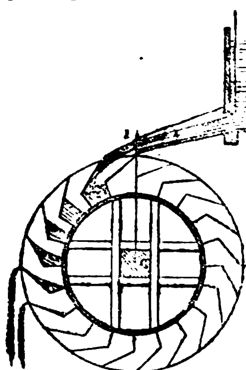
Il en résulte que, dans les cas où l'on n'a pas à craindre des crues fréquentes et durables, l'on peut se dispenser de placer le point inférieur du coursier au-dessus du niveau d'aval, pourvu que l'on prolonge les faces verticales de ce coursier assez loin au delà de la roue pour utiliser la vitesse w de sortie, afin de refouler les eaux d'aval.

7° Qu'il conviendra de déterminer le rayon de la roue et la largeur des couronnes, par la condition qu'à une vitesse de la circonférence peu éloignée de $v = 0,55$ V, la largeur des couronnes soit égale au quart du diamètre ou à la moitié du rayon, et que celui-ci soit déterminé de manière que le rapport de la capacité offerte par les aubes au volume d'eau maximum à dépenser soit égal à 1,5 pour le cas des cours d'eau ordinaires à faibles crues, et à 2,0 pour les cours d'eau exposés à de grandes crues d'aval.

ROUES A AUGETS ET ROUES PENDANTES.

Roues à augets.

291. *Des roues à augets.* — Ces roues, ordinairement employées pour utiliser de grandes chutes, se composent de deux couronnes réunies par un fond cylindrique, et entre lesquelles sont disposés des espèces de pots appelés *augets* qui reçoivent l'eau, et ne la laissent déverser que vers le bas. Le tracé des augets généralement employé, et presque toujours le plus convenable, se fait ainsi qu'il suit. L'écartement des augets, ordinairement compris entre $0^m,30$ et $0^m,40$, étant donné, on en déduit leur nombre, que l'on prend entier et divisible par le nombre des bras. La largeur de la couronne est intérieurement égale à l'écartement des augets à la circonférence extérieure. On mène les rayons correspondants aux points de division de la circonférence extérieure, et l'on prend la moitié de la partie interceptée entre les circonférences de la couronne pour former le fond de l'auget, on joint le point milieu de cette partie au bord de l'auget précédent, et la ligne ainsi tracée est la direction de la face. Le contour que l'on obtient est le profil intérieur de l'auget. Dans quelques cas, que nous indiquerons, on est conduit à prendre les $\frac{2}{3}$ de la portion du rayon interceptée entre les couronnes pour le fond de l'auget, afin de rendre l'introduction plus facile.



292. *Théorie ordinaire des roues à augets.* — L'eau admise dans chaque auget marche avec lui à la vitesse de la roue, et parcourt une certaine hauteur h, toujours inférieure à celle du point d'introduction du filet moyen au-dessus du bas de la roue.
A son entrée le liquide, animé de la vitesse V formant

l'angle a avec la tangente à la circonférence extérieure, ou avec la vitesse v, perd, comme dans les roues de côté, une vitesse

$$u = \sqrt{(V\cos a - v)^2 + V^2 \sin^2 a},$$

et à sa sortie il conserve une vitesse w, au moins égale et même un peu supérieure à celle v de la roue.

Si donc on fait pour le moment abstraction du versement de l'eau au-dessus du bas de la roue, et que l'on suppose qu'il n'ait lieu qu'au point inférieur, l'effet utile théorique de ces roues nous sera encore donné à peu près par la formule

$$Pv = Mgh + M(V\cos a - v)v = 1000Q\left[h + \frac{(V\cos a - v)v}{g}\right].$$

La discussion de cette expression nous conduirait encore, comme pour les roues à aubes planes (n° **234**), à reconnaître que pour le maximum d'effet il faut établir entre les vitesses la relation $v = \frac{1}{2} V\cos a$, et que le maximum absolu d'effet utile ne pourrait être atteint qu'en faisant $v = o$; ce qui ne peut être obtenu, mais ce qui indique au moins que l'eau doit être prise aussi près que possible de la surface du réservoir supérieur.

293. *Résultats des expériences de Smeaton.* — Comparons maintenant les résultats de l'expérience avec ceux de la théorie, et commençons par les recherches de Smeaton, exécutées sur un petit modèle de $0^m,606$ de diamètre, ayant 56 augets de $0^m,0508$ de profondeur. L'auteur n'indique pas la largeur de l'orifice ni celle de la roue, ce qui ne permet pas de calculer les dimensions des augets et le rapport de leur capacité au volume d'eau qui doit y être admis. La charge sur le seuil était de $0^m,1525$; et, comme l'orifice était tout auprès de la roue et seulement un peu en arrière de la verticale passant par son centre, on peut admettre, sans erreur notable, que la vitesse d'arrivée du filet moyen était d'environ $1^m,728$. La hauteur h, parcourue par l'eau sur la roue, était théoriquement égale à son diamètre. Le poids de l'eau dépensée était mesuré directement.

La vitesse de la circonférence extérieure de la roue était dé-

duite, comme pour la roue à aubes planes de même diamètre, de la formule

$$v = \frac{1^{m},902 \times n}{60} = 0,0317\,n,$$

et celle d'élévation du poids par l'expression $0^{m},0019\,n$.

La charge élevée doit être augmentée du poids du plateau et du poids qui faisait équilibre au frottement ou à la résistance de l'air, et égal à $0^{kil},480$, ce qui donne la charge totale F; et l'effet utile total se déduit alors de la formule $0,0019\,nF$.

L'auteur rapporte d'abord * une première série d'expériences, dans laquelle la dépense d'eau était de $43^{kil},826$ en $1'$, ou $0^{kil},7304$ en $1''$, et où il a fait varier la charge depuis 0 jusqu'à $10^{kil},908$ pour reconnaître l'influence de la vitesse sur l'effet utile.

La chute totale était de $30^{po.ang.}$ ou $0^{m},762$; par conséquent le travail absolu du moteur était

$$0^{kil},7304 \times 0^{m},762 = 0^{km},557,$$

et le travail développé par la gravité sur l'eau depuis son introduction jusqu'au bas de la roue, en supposant qu'elle ne l'abandonnât qu'en ce point, était pour le diamètre de

$$24^{po} = 0^{m},610, \quad 0^{kil},7404 \times 0^{m},61 = 0^{km},4455.$$

---

* *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*, par Smeaton, traduction de M. Girard, pages 25 et suivantes.

Smeaton fait précéder ses expériences sur les roues à augets des considérations suivantes, qui montrent combien les idées sur les effets des changements brusques de vitesse des fluides étaient peu connues de son temps.

« Si l'on raisonne sans le secours de l'expérience, on est porté à croire que « la même quantité d'eau descendant de la même hauteur verticale est capable « de la même puissance effective, quel que soit le mode de son application. « Car, si une colonne d'eau de 30 pouces de hauteur est soutenue sur une base « ou orifice d'un pouce superficiel, chaque pouce cubique d'eau qui sortira de « cet orifice sera animé de la même vitesse que s'il tombait d'une hauteur « égale à celle de la colonne d'eau qui pèse sur lui; vitesse telle, qu'elle pour« rait faire remonter le mobile à la hauteur de sa chute.

« On pourrait donc supposer qu'un pouce cubique d'eau tombant verticale« ment de la hauteur de 30 pouces et choquant un corps serait capable de pro« duire, par la collision, un effet égal à celui que produirait le même pouce « cubique d'eau s'il était descendu de la même hauteur, etc., etc. »

Il était réservé à l'illustre Borda de mettre d'accord les notions théoriques avec les phénomènes physiques.

NUMÉROS des expériences.	TRAVAIL absolu du moteur.	VITESSE d'affluence de l'eau.	NOMBRE de tours de la roue en 1' n.	VITESSE de la circonférence en 1" 0.0317n.	RAPPORT des vitesses $\frac{v}{V}$.	EFFET utile théorique.	CHARGE totale F.	EFFET utile total.	RAPPORT de l'effet utile total au travail absolu du moteur.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.
	km.	m.		m.		km.	kil.	km.		
1	»	»	60	1.90	1.100	0.4212	0.480	0.0547	0.098	0.130
2	»	»	56	1.773	1.027	0.4396	0.933	0.0990	0.178	0.220
3	»	»	52	1.648	0.954	0.4658	1.387	0.1368	0.246	0.294
4	»	»	49	1.550	0.897	0.4807	1.840	0.1710	0.307	0.357
5	»	»	47	1.448	0.862	0.4810	2.294	0.2042	0.367	0.424
6	»	»	45	1.425	0.825	0.4876	2.747	0.2345	0.422	0.481
7	»	»	42.5	1.348	0.779	0.4935	3.200	0.2580	0.464	0.522
8	»	»	41	1.300	0.753	0.4969	3.654	0.2845	0.512	0.575
9	»	»	38.5	1.220	0.706	0.5016	4.107	0.301	0.540	0.600
10	»	»	36.5	1.157	0.670	0.5046	4.561	0.317	0.570	0.627
11	»	»	35.5	1.126	0.652	0.5058	5.014	0.337	0.605	0.665
12	0.557	1.728	32.75	1.038	0.601	0.5088	5.467	0.340	0.611	0.668
13	»	»	31.25	0.990	0.573	0.5099	5.920	0.352	0.632	0.690
14	»	»	28.5	0.904	0.523	0.5108	6.374	0.345	0.620	0.676
15	»	»	27.5	0.872	0.505	0.5109	6.827	0.357	0.642	0.698
16	»	»	26.0	0.824	0.477	0.5109	7.280	0.360	0.647	0.705
17	»	»	24.5	0.777	0.450	0.5105	7.734	0.360	0.647	0.705
18	»	»	22.75	0.720	0.417	0.5042	8.188	0.353	0.635	0.702
19	»	»	21.75	0.689	0.398	0.5087	8.641	0.357	0.642	0.702
20	»	»	20.75	0.657	0.380	0.5078	9.094	0.357	0.642	0.701
21	»	»	19.75	0.626	0.363	0.5069	9.547	0.858	0.645	0.702
22	»	»	18.25	0.578	0.335	0.5051	9.990	0.347	0.624	0.707
23	»	»	18.00	0.570	0.330	0.5045	10.455	0.357	0.642	0.707
24	»	»	»	»	»	»	10.908	»	»	»

294. *Conséquences de ces expériences.* — L'examen de ce tableau montre que, quand la vitesse de la circonférence varie depuis 0,33 jusqu'à 0,60 de la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, l'effet utile reste à peu près le même, et égal à 0,61 ou 0,64 du travail absolu du moteur, et qu'entre les mêmes limites le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique s'éloigne fort peu de 0,70.

Cette constance de l'effet utile, malgré l'étendue considérable des variations de la vitesse, vient de ce que le terme $\frac{1000Q}{g}(V\cos a - v)v$, qui seul contient la vitesse de la roue dans la relation théorique, n'acquiert jamais que des valeurs très-faibles par rapport au terme $1000Q.h$, et comprises entre $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$ de ce terme, et qui ne diffèrent au plus entre elles que de $\frac{1}{11}$ de leur valeur extrême, et par conséquent de $\frac{1}{88}$ à $\frac{1}{99}$ de celles du terme $1000Q.h$.

Nous verrons le même résultat se reproduire pour les grandes roues.

Quoique le maximum d'effet utile obtenu dans cette série paraisse correspondre au rapport des vitesses égal à 0,50 environ, comme la théorie l'indique, on voit que l'on peut sans inconvénient s'éloigner de cette proportion.

Il faut remarquer que, dans une roue aussi petite que ce modèle, le versement de l'eau devait commencer très-haut, et que c'est à cette circonstance qu'il faut attribuer la faiblesse du rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur.

C'est du reste ce que nous justifierons plus loin lorsque nous chercherons à tenir compte des effets du versement prématuré de l'eau.

295. *Autres expériences du même auteur.* — Smeaton a exécuté d'autres séries d'expériences, dans lesquelles il a déterminé l'effet utile maximum, qu'il s'est borné à faire connaître. En comparant les résultats de ses expériences sur les roues à aubes planes à ceux des expériences sur les roues à augets, l'auteur a conclu que l'effet des roues à augets, supposées dans les mêmes circonstances, quant à la charge et à la dépense d'eau, est

moyennement double de l'effet des roues à aubes. Sans le suivre dans cette comparaison, nous rapporterons les résultats de ses recherches qui sont traduits en mesures françaises dans le tableau suivant :

NUMÉROS des expériences.	CHUTE TOTALE.	POIDS de l'eau dépensée en 1''.	TRAVAIL ABSOLU du moteur.	CHARGE TOTALE P.	NOMBRE DE TOURS en 1'.	EFFET UTILE TOTAL maximum.	RAPPORT de l'effet utile total au travail absolu du moteur.	
	m	m	km	kil		km		
1		0.2265	0.155	2.947	19.00	0.1060	0.684	
2		0.4270	0.292	6.571	16.25	0.2025	0.693	
3	0.685	0.4270	0.292	5.654	20.75	0.2230	0 764	0.713
4		0.4775	0.333	6.107	20.50	0.238	0.715	
5		0.5790	0.396	7.024	21.50	0.287	0.626	
6	0.723	0.5530	0.399	7.931	18.25	0.277	0.694	
7		0.730	0.528	9.297	20.25	0.358	0.679	
8		0.679	0.516	8.838	20.00	0.336	0.652	
9	0.761	0.730	0.555	9.296	20.75	0.366	0.660	
10		0.855	0.627	9.645	21.00	0.384	0.592	
11		0.427	0.357	6.107	20.25	0.235	0.662	
12	0.837	0.805	0.673	9.738	22.25	0.411	0.610	
13		1.107	0.925	12.459	23.00	0.543	0.575	
14		0.491	0.436	7.477	19.75	0.280	0.644	
15	0.888	0.906	0.805	11.552	21.50	0.472	0.587	
16		1.234	1.097	12.005	25.00	0.570	0.520	

L'examen de ce tableau montre que l'effet utile total s'élève au maximum à 0,73 et 0,76 du travail absolu du moteur, et pour les six premières expériences la moyenne de ce rapport est 0,713. Pour les autres, et à mesure que le volume d'eau dépensé augmente, le rapport de l'effet utile au travail absolu diminue; ce que l'on peut attribuer à ce qu'alors ce volume d'eau était trop grand par rapport à la capacité des augets. Cette conjecture sera justifiée plus tard par la discussion d'expériences en grand; mais ici on ne peut en vérifier l'exactitude, parce que la capacité des augets ne nous est pas connue.

Telles sont à peu près les conséquences que l'on peut dé-

duire des expériences de Smeaton sur son modèle de roue à augets.

296. *Expériences de Bossut.* — On trouve aussi dans l'*Hydrodynamique* de Bossut, 2ᵉ vol., p. 425, quelques expériences en petit nombre sur un modèle de roues à augets de $0^m,9745$ de diamètre, fonctionnant sous une chute totale d'environ $1^m,07$. Cette roue avait 48 augets de $0^m,0812$ de hauteur sur $0^m,1354$ de largeur. Elle recevait l'eau par un canal où le liquide n'avait qu'une très-faible vitesse, et qui la versait à son sommet.

Le diamètre de la bobine cylindrique sur laquelle s'enroulait la corde qui soutenait le poids élevé était de $0^m,0699$, et celui de la corde de $0^m,0045$, ce qui donne pour le bras de levier de la résistance $0^m,0744$. La vitesse d'ascension de la charge est donc donnée par la formule

$$\frac{3,1416\times 0^m,744}{60}.n = 0,003908\,n.$$

Le poids d'eau dépensé en 1″ était de $0^{kil},395$, et la chute totale étant à peu près de $1^m,07$ (d'après la figure), le travail absolu dépensé par le moteur était de $0^{kil},395\times 1^m,07 = 0^{km},423$. A l'aide des données et des résultats des expériences, on peut former le tableau suivant:

TRAVAIL absolu du moteur.	POIDS élevé.	NOMBRE de tours en 1″.	EFFET utile disponible.	RAPPORT de l'effet utile disponible au travail absolu.
km »	kil 5.385	11.960	km 0.256	0.605
»	5.874	11.229	0.258	0.610
»	6.364	10.521	0.265	0.627
0.423	6.853	9.834	0.262	0.619
»	7.343	9.209	0.263	0.622
»	7.832	8.646	0.264	0.624
»	8.322	8.807	0.262	0.619
»	8.811	7.667	6.263	0.622

Ces expériences, dans lesquelles il faut observer que l'effet utile obtenu ne comprend pas le travail consommé par le frottement des tourillons, ni la résistance de l'air, montrent que le travail disponible transmis par cette roue varie peu avec sa vitesse entre des limites assez étendues, et qu'il est environ 0,62 du travail absolu dépensé par le moteur. Si l'on admettait que le travail consommé par les résistances passives fût $\frac{1}{7}$ de l'effet utile disponible, on voit que l'effet utile total s'élèverait à $0,62+\frac{0,62}{7}=0,71$ environ du travail absolu du moteur, ce qui s'accorderait avec les résultats des expériences de Smeaton.

297. *Expériences en grand.* — Aux résultats d'expériences faites sur des modèles et dans des limites assez resserrées, nous pouvons en joindre d'autres que j'ai eu l'occasion d'exécuter sur des roues de grandes dimensions, correspondant à peu près aux limites extrêmes de celles qui sont employées dans la pratique. Ces roues sont*:

1° Celle de la filature de M. N. Schlumberger à Guebwiller, département du Haut-Rhin, entièrement construite en fonte, fer et tôle. Son diamètre est de $9^m,10$. Sa largeur extérieure de $8^m,155$. Elle porte 96 augets en tôle, espacés à la circonférence de $0^m,30$, et fixés à deux joues en fonte de $0^m,30$ de largeur dans le sens du rayon. L'eau y entre à 50° environ du sommet, au moyen d'une vanne inclinée à 40° avec la verticale. Cette vanne, en s'abaissant, démasque des directrices destinées à conduire l'eau dans les augets, en évitant en grande partie le choc contre leur face, mais qui ne remplissent ce but qu'imparfaitement.

La chute totale a varié pendant les expériences de $7^m,70$ à $7^m,80$. Cette roue pèse environ 25 000 kilog.; elle faisait alors marcher 23 000 broches de filature.

2° L'une des roues du moulin à farine de Senelles près Longwy, département de la Moselle. Son diamètre est de $3^m,425$, sa largeur intérieure de $2^m,21$; elle porte 30 augets, et reçoit l'eau à

* *Expériences sur les roues hydrauliques*, par Arthur Morin, capitaine d'artillerie. Metz, 1836.

son sommet par un orifice ouvert au fond du canal en bois qui conduit l'eau sur la roue en passant au-dessus.

3° La roue d'une aiguiserie pour des pointes de Paris établie à Fleurmoulin, département de la Moselle. Elle a 2m,28 de diamètre extérieur, 24 augets en tôle, et en forme d'arc de cercle, presque tangents à la circonférence extérieure. Elle reçoit l'eau à son sommet.

4° La roue du marteau de forge de l'usine de la Renardière à Framont, département des Vosges. Son diamètre extérieur est de 2m,74. Elle a 20 augets, et reçoit l'eau vers son sommet par un coursier très-incliné à son orifice, sur le seuil duquel il y a toujours eu pendant les expériences une charge comprise entre 0m,73 et 1m,40 environ.

Dans toutes ces expériences on a procédé par séries correspondantes à une même ouverture d'orifice, et autant que possible à une même charge, et en variant dans chaque série la charge du frein depuis une charge nulle, à laquelle correspondait la plus grande vitesse, jusqu'à celle qui rendait le mouvement incertain ou l'arrêtait tout à fait. On a donc pu étudier l'influence des levées de vanne, celle de la vitesse de la roue, et toutes les autres circonstances propres à comparer les effets pratiques avec la formule théorique. On a d'ailleurs toujours tenu compte du travail consommé par les frottements, qui est compris dans l'estimation du travail total transmis à la roue.

298. *Résultats des expériences.* — En comparant entre eux les effets obtenus dans toutes les expériences où le volume d'eau admis dans chaque auget était égal à la moitié au plus de la capacité de cet auget, et où la vitesse de la roue n'était pas assez grande pour que la force centrifuge exerçât une influence notable sur le versement du liquide, on a obtenu les résultats suivants:

299. *Roue de Guebwiller.* — Le coefficient de correction à appliquer au premier terme de la formule théorique a été trouvé pour la

1re série.	0,81
2e série.	0,79
3e série.	0,74
Moyenne générale. . .	0,78

Le second terme n'a besoin d'aucune correction, attendu qu'ici la variation de la force vive de l'eau est estimée exactement par la théorie, puisque l'eau contenue dans les augets y conserve effectivement après le choc et à très-peu près à sa sortie la vitesse v de la roue.

La formule pratique de l'effet utile devient donc

$$Pv = 780Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos a - v)v.$$

A l'aide de cette correction la formule représente à $\frac{1}{18}$ près tous les résultats des expériences.

Dans les expériences où le volume d'eau introduit dans la roue excédait la moitié de la capacité des augets, le rapport de l'effet utile à l'effet théorique diminuait, parce que le versement de l'eau commençait à proportion plus tôt, et le coefficient de correction du premier terme de la formule s'abaissait à 0,65, et même à 0,60.

Il résulte évidemment de là qu'il ne convient pas de remplir les augets au delà de la moitié de leur capacité.

On a de plus remarqué que le rapport $\frac{v}{V}$ des vitesses de la roue et de l'eau affluente a pu varier de 0,25 à 0,80, sans qu'il en résultât de différence notable dans l'effet utile, ce qui tient à la petitesse du terme.

$$\frac{1000Q}{g}(V\cos a - v)v$$

par rapport au premier terme $1000Qh$.

Enfin la vitesse de la circonférence s'est élevée à $1^m,75$ et à $2^m,02$, sans que l'effet utile de la roue ait diminué.

300. *Roue du moulin de Senelles.* — Les six séries d'expériences exécutées sur cette roue ont montré que, quand la vitesse de la roue était telle que toute l'eau fût admise dans la roue, le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique variait fort peu dans une même série, et l'on a trouvé pour le coef-

ficient du premier terme de la formule théorique les valeurs moyennes suivantes :

Numéros des séries.	1re,	2e,	3e,	4e,	5e,	6e.
Valeurs du coefficient.	0,773,	0,752,	0,839,	0,780,	0,744,	0,764
Moyenne générale.......			0,775			

On a encore reconnu que le rapport $\frac{v}{V}$ des vitesses de la roue et de l'eau affluente pouvait varier de 0,36 à 0,80 sans que l'effet utile et le coefficient du premier terme fussent influencés notablement par cette variation considérable.

La vitesse absolue de la circonférence ayant dépassé $2^m,30$ en $1''$, sans que la force centrifuge ait exercé sur le versement de l'eau une influence capable de diminuer notablement l'effet utile, on voit que, pour les roues de grandes dimensions, on peut sans inconvénient atteindre cette vitesse.

Enfin, le frein ayant été placé directement sur l'arbre de la roue, on a reconnu que le travail disponible, mesuré par l'instrument, s'élevait moyennement à 0,65 du travail absolu dépensé par le moteur, ce qui s'accorde avec le résultat des expériences en petit de Smeaton et de Bossut.

Comme exemple de la concordance des résultats, nous rapporterons la série suivante d'expériences.

Poids de l'eau dépensée en 1".	Chute totale.	Travail absolu du moteur en 1".	Vitesse de la circonférence de la roue en 1" v.	Vitesse de l'eau affluente en 1" V.	Rapport de ces vitesses $\frac{v}{V}$.	Effet utile mesuré par le frein ou travail disponible.	Effet utile total.	Effet utile théorique.	Coefficient de correction du premier terme de la formule théorique.	Rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.
kil.	m.	km.	m.	m.		km.	km.	km.		
139	3.94	548	2.442	2.690	0.91	320	357	468.9	0.77	0.58
139	3.94	548	2.291	2.690	0.85	333	369	474.5	0.78	0.61
137	3.89	533	2.023	2.685	0.75	338	369	477.5	0.77	0.70
135	3.84	518	1.915	2.670	0.73	348	377	473.0	0.80	0.65
135	3.84	518	1.700	2.670	0.63	348	374	476.0	0.78	0.65
135	3.84	518	1.625	2.670	0.61	357	381	477.0	0.80	0.66
135	3.84	518	1.495	2.670	0.56	353	375	479.0	0.76	0.65
135	3.84	518	1.409	2.670	0.52	553	374	480.0	0.77	0.66
135	3.84	518	1.248	2.670	0.47	340	359	481.0	0.74	0.63
133	3.79	504	1.183	2.660	0.44	349	366	473.0	0.77	0.68
						Moyenne..........			0.78	0.65

A la première et à la deuxième expérience de ce tableau la vitesse de la roue était un peu trop grande, et il rejaillissait de l'eau au dehors de la roue.

301. *Roue de l'aiguiserie de Fleurmoulin.* — Trois séries d'expériences exécutées sur cette roue ont conduit à des conséquences analogues aux précédentes et ont donné pour le coefficient de correction du premier terme de la formule théorique les valeurs suivantes :

Numéros des séries.............	1re,	2e,	3e.
Valeurs du coefficient.........	0,790	0,745	0,750
Moyenne générale................		0,762	

Le rapport des vitesses $\frac{v}{V}$ de la circonférence de la roue à celle de l'eau affluente a varié entre 0,45 et 0,80 sans que l'effet utile changeât notablement.

Le travail disponible a été trouvé moyennement égal à 0,69 du travail absolu du moteur, ce qui s'accorde encore avec les résultats des expériences de Smeaton et de Bossut.

302. *Roue de la Renardière à Framont.* — Les expériences exécutées sur cette roue, d'un très-petit diamètre, ont montré que quand le rapport $\frac{v}{V}$ de la vitesse de la circonférence à celle de l'eau affluente n'excède pas 0,70, lorsque toute l'eau dépensée est admise sur la roue et que les augets ne sont remplis qu'à moitié de leur capacité, les résultats sont encore représentés par la formule théorique ordinaire, en appliquant au premier terme $1000Qh$ du second membre un coefficient de correction égal à 0,78.

La vitesse s'étant élevée à 2^m et plus par seconde à la circonférence, sans que l'effet utile ait été altéré par un plus grand déversement de l'eau, il s'ensuit que l'on pourra atteindre cette vitesse de la circonférence sans inconvénients, même pour les petites roues, pourvu que les augets ne soient pas remplis au delà de la moitié de leur capacité.

On remarquera que, dans les expériences faites sur cette roue, la charge sur le seuil de l'orifice s'est élevée jusqu'à près de $1^m,40$ et qu'il en est résulté des vitesses d'affluence de l'eau sur la roue de $5^m,55$ environ, ce qui montre que, même pour de si grandes vitesses, le second terme de la formule représente bien les effets de la variation de force vive de l'eau à son entrée dans la roue, quand elle y est toute admise. Mais il ne faut pas perdre de vue que cette charge considérable sur le seuil est trop grande à proportion de la chute totale, et qu'il en résulte une perte considérable sur l'effet utile, comme on pourra le voir plus loin.

303. *Conséquences générales.* — En résumé, l'on voit que ces expériences, exécutées sur des roues dont les diamètres ont varié depuis $9^m,10$ jusqu'à $2^m,28$, ont montré :

1° Que toutes les fois que les augets ne sont remplis qu'à moitié de leur capacité et que la vitesse de la circonférence extérieure de ces roues n'excède pas celle de l'eau affluente et ne dépasse pas $2^m,00$ en 1″ pour les plus petites et $2^m,50$ pour les

plus grandes, l'effet utile est représenté à $\frac{1}{20}$ près par la formule pratique.

$$Pv = 780 Qh + \frac{1000 Q}{9,80}(V \cos a - v)v;$$

2° Que le rapport du travail disponible transmis par ces roues au travail absolu du moteur s'élève à 0,65 et même à 0,70;

3° Que le rapport de la vitesse v de la circonférence extérieure à la vitesse V de l'eau affluente peut varier depuis 0,30 jusqu'à 0,80, sans que l'effet utile change notablement : propriété avantageuse pour les cas où, par la nature du travail, la vitesse doit être variable;

4° Que l'on peut, sans crainte de diminuer sensiblement l'effet utile, laisser sur le seuil de l'orifice une certaine charge d'eau proportionnée au diamètre de la roue, comme on l'indiquera plus tard.

On voit que les expériences en grand ont conduit à des résultats tout à fait d'accord avec ceux des expériences en petit de Smeaton et de Bossut.

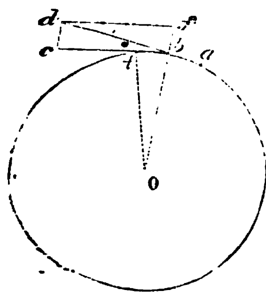
304. *Roues à grande vitesse.* — Mais toutes ces conséquences ne sont relatives qu'aux cas où les roues ont été assez bien proportionnées pour que leurs augets ne fussent remplis qu'à moitié de leur capacité et leur vitesse renfermée dans des limites convenables; de sorte que le versement de l'eau commençait assez bas pour qu'elle eût à peu près parcouru les 0,78 de la hauteur h avant de quitter la roue. Lorsqu'au contraire les augets reçoivent trop d'eau ou que les roues marchent trop vite, les effets de la force centrifuge commencent à exercer une influence considérable et dont on peut tenir compte par une méthode indiquée par M. Poncelet*.

305. *Effet de la force centrifuge.* — Pour comprendre ce qui se

* Cours lithographié de l'École de Metz.

passe quand l'eau est soumise à l'action de la force centrifuge, examinons d'abord comment cette force se développe dans les mouvements en ligne courbe.

Lorsqu'un point matériel ou une masse élémentaire m a parcouru un élément ab d'une courbe, il tend en vertu de son inertie à continuer de se mouvoir dans le sens du prolongement de cet élément ou de la tangente bd à la courbe; et si cette masse prend la direction de l'élément suivant, c'est qu'elle est retenue vers le centre par une cause, une force, qu'on nomme *force centripète*, et qui est égale et contraire à la réaction qu'exerce, qu'oppose l'inertie du corps à ce changement de direction, et qu'on nomme par opposition *force centrifuge*. Ces forces centripète et centrifuge sont dirigées dans le sens du rayon; et, si l'on nomme V la vitesse dont la masse m est animée dans la direction de ab, et qu'on prenne la longueur bd pour la représenter, il est clair que la vitesse communiquée par la force centripète sera représentée par le côté dc du parallélogramme $bcdf$, parallèle au rayon ob, selon lequel s'exerce cette force. Or, l'inspection de la figure montre d'abord que les angles abo et bdc sont égaux comme interne et externe, et les angles dcb et cbo comme alterne et interne; et comme d'ailleurs les angles cbo et abo sont égaux comme formés de part et d'autre du rayon, par deux éléments égaux et consécutifs du cercle ou du polygone d'un nombre infini de côtés qui le remplace, il s'ensuit que les angles bdc et dcb sont égaux, et le triangle bdc isocèle. Donc enfin la vitesse bc avec laquelle la masse m se meut dans le sens de l'élément suivant bt est la même que celle qu'elle avait dans le sens de l'élément précédent. Ainsi *dans le mouvement circulaire, la force centrifuge n'altère pas la vitesse de rotation*, ce qui est d'ailleurs conforme aux principes que nous avons exposés, puisque cette force, dirigée dans le sens du rayon, ou normalement au chemin décrit, ne produit pas de travail dans le sens du mouvement, attendu qu'il n'y a pas de chemin parcouru dans sa direction propre et par son action.



Cela posé, la vitesse communiquée dans l'élément de temps t par la force centripète a, d'après la figure dc pour mesure,

et les forces centripète et centrifuge ont pour mesure commune

$$F=\frac{m.dc}{t}.$$

Or les triangles *bdc* et *obt* sont semblables comme ayant les angles égaux, l'on a

$$bo : bt :: bd : dc,$$

d'où

$$dc=\frac{bd \times bt}{bo}=\frac{V.s}{R},$$

en appelant R le rayon du cercle décrit, et s l'axe élémentaire parcouru dans l'élément de temps t; et comme on a $V=\frac{s}{t}$, d'où $s=Vt$, il s'ensuit que

$$dc=\frac{V \times Vt}{R}=\frac{V^2t}{R},$$

et enfin que la force centrifuge a pour mesure

$$F=\frac{m.V^2t}{t.R}=\frac{mV^2}{R}.$$

Si d'ailleurs on appelle V_1 la vitesse angulaire ou à l'unité de distance, on a, comme on sait, $V=V_1R$, et l'expression de la force centrifuge devient

$$F=\frac{mV_1^2R^2}{R}=mV_1^2R$$

306. *Application à la recherche de la surface de niveau de l'eau dans les augets.* — Cela posé, considérons une molécule fluide, de masse m, située dans un auget et soumise à la force centrifuge et à la gravité. — Nommant R sa distance aO à l'axe de rotation, et V_1 la vitesse angulaire, la force centrifuge dirigée suivant Oa aura pour expression $m\,V_1^2R$; le poids de cette molécule est mg, et agit selon la verticale ad, si alors on prend $ab = m\,V_1^2\,R$ et $ad = mg$, et que l'on construise le parallélogramme $abcd$, la résultante de ces deux forces sera représentée par sa diagonale ac. Or, si l'on prolonge cette diagonale jus-

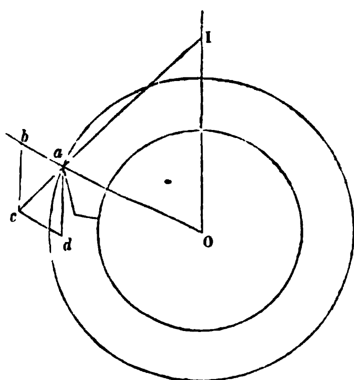
qu'au point I, où elle rencontre la verticale du centre O, on a par les triangles semblables aOI et abc.

$$ab \text{ ou } m\,V_1^2R : bc \text{ ou } mg :: aO \text{ ou } R : OI,$$

d'où

$$OI = \frac{mg \times R}{m.\,V_1^2R} = \frac{g}{V_1^2}.$$

D'où il suit que la distance OI ne dépend que de la valeur de g et de celle de la vitesse angulaire de la roue, la même pour tous les points de la masse fluide et de la roue.



Si pour appliquer ceci à la surface du liquide, dont la forme dépend des forces auxquelles il est soumis, nous nous rappelons qu'il résulte d'un principe fondamental d'hydrostatique que la surface d'une masse fluide en équilibre est toujours normale aux forces qui en sollicitent les molécules, nous en conclurons qu'en chaque point de la surface de l'eau dans l'auget la ligne aI sera normale à cette surface; et comme toutes les lignes semblables, qui sont les directions des résultantes de la force centrifuge et de la gravité, passent par le même point I, dont la position ne dépend que de la vitesse angulaire, la même pour tous ces points, il s'ensuit que la courbe du profil de la surface de niveau perpendiculaire à l'axe est un cercle dont le centre est I.

Ce centre sera d'ailleurs le même pour tous les augets, de sorte que, pour une position quelconque de la roue, on aura la courbe qui limite la surface de l'eau, ou la limite du volume qu'elle peut occuper dans chaque auget, en traçant des arcs de cercle du point I, comme centre, et avec des rayons égaux à la distance du bord de chaque auget à ce point.

307. *Conséquence relative au versement de l'eau.* — Tant que le produit de l'aire mixtiligne comprise entre cet arc de cercle, la face, le fond de l'auget et le tambour intérieur, multiplié par la largeur intérieure de la roue, sera supérieur au volume d'eau

introduit dans chaque auget, il n'y aura pas de versement. Mais dès que ce produit, qui donne le volume de liquide qui peut rester dans l'auget, sera inférieur au volume admis, le versement commencera.

La distance $OI = \frac{g}{V_1^2}$ étant d'autant plus courte que la vitesse angulaire est plus grande, on voit que la surface de niveau du liquide s'éloigne d'autant plus de l'horizontale que la roue marchera plus vite; et l'on conçoit facilement ainsi pourquoi les roues qui font un grand nombre de tours versent leur eau beaucoup plus tôt que celles qui vont lentement.

Si l'on nomme n le nombre de tours en 1', on a

$$V_1 = \frac{6^m,2832.n}{60},$$

et alors la distance OI a pour expression

$$OI = \frac{9,8088 \times \overline{60}^2}{(6,2832)^2.n^2} = \frac{894^m,6}{n^2}.$$

Exemple : Quelle était la hauteur du centre de courbure de la surface de l'eau dans les augets de la roue de la Renardière, à Framont, au-dessus de l'axe de cette roue quand elle faisait 24,25 tours en 1'.

La formule ci-dessus donne

$$OI = \frac{894^m,6}{(24,25)^2} = 1^m,52.$$

Ce centre se trouve donc très-près de la circonférence extérieure de la roue, qui n'a que $1^m,37$ de rayon.

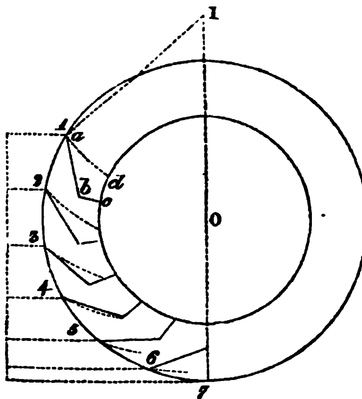
L'examen des courbes de la surface que l'eau peut prendre dans les différents augets montre que, dans des cas pareils l'eau quitte la roue beaucoup au-dessus de sa partie inférieure, et que la théorie ordinaire devient complétement inexacte.

308. *Cas où l'eau ne peut être admise dans les augets supérieurs.* — Si la vitesse devenait tellement grande que le centre I fût en dedans de la roue, il s'ensuivrait alors que la surface de niveau passerait en dehors de la face de l'auget supérieur, et peut-être même du suivant, ce qui indiquerait que l'eau parvenue

sur ces augets n'y pourrait être admise ou en serait expulsée aussitôt. Ce cas se présente quelquefois sur d'anciennes roues de marteaux de forge ; et c'est pour éviter cette projection de l'eau hors des augets supérieurs que les constructeurs de ces roues, éclairés non par la théorie mais par l'observation, avaient été conduits à diriger le coursier d'amenée de façon que la veine fluide passant au-dessus du premier et du deuxième auget, à partir de la verticale, n'arrivât que dans le troisième. On la voyait ensuite sortir presque aussitôt, dès que l'auget avait un peu marché.

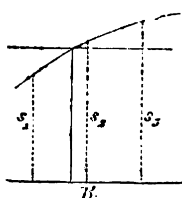
On voit par cette discussion, dans laquelle il était indispensable d'entrer pour faire sentir les effets qui se produisent quand les roues marchent trop vite, quelle influence énorme la force centrifuge peut exercer dans des cas pareils, et combien il est nécessaire d'en tenir compte. C'est ce que M. Poncelet a fait de la manière suivante :

309. *Théorie des roues à augets en tenant compte du versement de l'eau.* — Connaissant le point de rencontre du filet moyen de la veine fluide avec la circonférence extérieure de la roue, le prenant pour le point d'arrivée de l'eau, et sachant d'ailleurs quel est le volume d'eau admis dans chaque auget, on déterminera d'abord à quelle hauteur le versement de l'eau peut commencer, c'est-à-dire la position où le volume limité par la surface de niveau est égal au volume d'eau admis.



A cet effet on tracera par premier aperçu un arc de cercle représentant cette surface pour une position quelconque ; et, par le point a où il coupe la circonférence extérieure, on construira le profil d'un auget ; puis par quadrature on calculera la surface du quadrilatère mixtiligne $abcd$. Si cette aire est supérieure au quotient $\frac{q}{L}$ du volume d'eau q admis dans chaque auget par la largeur L de la roue, l'eau ne se déverse pas encore quand l'auget

arrive à cette position ; si au contraire elle est plus petite, le déversement a commencé plus haut. On voit alors que, par quelques tâtonnements préalables, on parviendra au moyen d'un tracé à déterminer avec une exactitude suffisante la position du point a où le versement commence. Pour déterminer ce point on peut se servir de la méthode des courbes, en prenant pour abscisses les hauteurs h' des points analogues à a pour lesquels on a fait le tracé et la quadrature du profil, et pour ordonnées les surfaces s trouvées. En menant ensuite une parallèle à la ligne des abscisses à la distance $s = \frac{q}{L}$, elle coupera la courbe en un point, dont l'abscisse sera la hauteur H' du point où le versement commence.



Cela posé, si l'on nomme H la hauteur du point a au-dessous du point d'introduction, le travail développé par le poids d'eau 1000 introduit dans un auget sur cette hauteur sera $1000\,q.\,H$.

A partir de la position où le bord de l'auget est parvenu en a, le volume d'eau q qu'il contient varie, et, quand l'auget s'abaisse d'une quantité infiniment petite h, le travail développé par la gravité dans cet abaissement élémentaire est $1000\,q.\,h$, expression dans laquelle q et h_1 varient ensemble, et la somme de toutes les quantités semblables depuis le point a jusqu'au bas de la roue est le travail total développé par la pesanteur pendant la période du versement de l'eau. Pour obtenir cette somme à l'aide du théorème de Simson, il faut partager la hauteur totale H' du point a, où le versement commence, au-dessus du bas de la roue, en un nombre pair de parties égales, soit six, par exemple ; par les points de division mener des horizontales, qui coupent la circonférence extérieure en des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ; puis en chacun de ces points construire le profil intérieur de l'auget et la courbe de niveau, et calculer les volumes d'eau correspondants q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, que l'auget, supposé parvenu en ces positions, peut contenir.

Cela fait, on aura le travail développé par la gravité sur l'eau admise dans un auget pendant la période du versement par la formule

$$1000 . \frac{1}{3}\frac{H'}{6}\left[q_1 + 4\,(q_2 + q_4 + q_6) + 2\,(q_3 + q_5) + q_7\right];$$

de sorte que le travail total développé par la gravité sur ce même volume d'eau, depuis son entrée jusqu'à sa sortie, sera

$$1000\, q.\, H + \frac{1000}{3}\frac{H'}{6}[q_1 + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5) + q_7] + q_7].$$

On remarque d'ailleurs que l'on aura $q_1 = q$, puisque q_1 est la capacité de l'auget au moment où le versement commence ; et $q_7 = o$, attendu qu'il n'y a plus d'eau dans l'auget parvenu au bas de la roue ; et même souvent q_6 et q_5 seront nuls, ce qui sera indiqué par la courbe de la surface de niveau, quand elle passera au-dessous de la face de l'auget.

Cette expression nous donne le travail total développé par la gravité sur l'eau reçue dans un auget ; et, si l'on appelle toujours e l'écartement des augets à la circonférence extérieure, et v la vitesse à cette circonférence, le nombre des augets qui passeront dans une seconde devant l'orifice sera $\frac{v}{e}$. Le travail développé par la pesanteur en 1″ sur l'eau dépensée sera donc

$$1000\,\frac{v}{e}\left[q.\, H + \frac{1}{3}.\frac{H'}{6}[q + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5)]\right].$$

A ce travail il faut ajouter celui qui correspond à la variation de force vive éprouvée par l'eau depuis l'instant où elle atteint la roue jusqu'à sa sortie, et qui a, comme précédemment, pour expression

$$\frac{1000Q}{g}(V\cos a - v)v.$$

Le travail total transmis à la circonférence de ces roues ou leur effet utile a donc en résumé pour valeur

$$Pv = 1000\frac{v}{e}\left[qH + \frac{1}{3}\frac{H'}{6}[q + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5)]\right] + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos a - v)\,v.$$

Cette formule ne suppose qu'une chose, c'est que l'eau dépensée est admise dans les premiers augets de la roue ; et lorsque cette condition sera remplie, ce qui sera facile à reconnaître à simple vue, l'effet utile total, y compris le travail consommé par le frottement des tourillons, sera donné par cette formule, sans l'emploi d'aucun coefficient de correction.

310. *Application et vérification de cette théorie.* — Comme exemple et vérification de cette formule, nous rapportons ici l'une des séries d'expériences exécutées sur la roue de l'usine de la Renardière, marchant à grande vitesse.

Ces expériences ont été exécutées en 1834 par mes soins et avec le concours de M. le colonel Virlet, alors élève à l'école d'application et chargé du lever de cette usine.

La quantité de travail mesurée par le frein, ou l'effet utile de la roue, est indiquée dans la 8e colonne. L'on a donné, dans la 9e colonne, le travail total transmis par l'eau à la roue, y compris celui du frottement de la roue sur les tourillons. L'on s'est servi, pour calculer cet effet utile total, de la formule suivante

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)r}{R - fr},$$

dans laquelle on représente par :

F la charge totale du frein,

$L = 3^m$ la distance horizontale de son point de suspension au plan vertical de l'axe de la roue,

$f = 0,10$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons graissés et mouillés d'eau,

$N = 5978^{kil}$ le poids total de la roue, de son arbre, de ses ferrures, de l'anneau à cames, etc.,

$p = 28^{kil}$ la composante du poids du levier du frein qui agit sur l'axe de la roue,

$r = 0^m,065$ le rayon des tourillons,

$R = 1^m,37$ le rayon extérieur de la roue,

P l'effort que l'eau devait transmettre à sa circonférence de rayon R pour équilibrer la charge F du frein et le frottement des tourillons.

Puis, en multipliant l'effort P, ainsi calculé, par la vitesse v de la circonférence en 1″, l'on a obtenu la valeur cherchée du travail total transmis par l'eau à la roue.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUGETS A GRANDE VITESSE DE L'USINE DE LA RENARDIÈRE A FRAMONT (VOSGES), 1834.

POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE TOTALE.	TRAVAIL absolu du moteur.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue.	VITESSE de l'eau affluente en 1".	POIDS de l'eau introduite dans chaque auget.	DISTANCE du centre de courbure $\frac{V'^2}{g}$.	EFFET UTILE mesuré par le frein.	EFFET UTILE TOTAL.	EFFET UTILE THÉORIQUE.	DIFFÉRENCE entre le travail théorique et l'effet total.	RAPPORT de cette différence au travail théorique.	RAPPORT de l'effet utile disponible au travail absolu.
kil.	m.	km.	m.	m.	kil.	m.	km.	km.	km.	km.		
330.37	4.274	1412.0	4.034	4.675	33.03	0.994	348.69	489.25	494.0	+ 4.8	0.0097	0.25
324.75	4.240	1376.9	3.908	4.615	35.72	1.205	487.75	607.20	580.0	— 27.2	0.047	0.35
319.65	4.211	1346.0	3.443	4.595	39.95	1.553	580.27	686.11	674.0	— 12.1	0.018	0.40
314.10	4.179	1412.6	3.013	4.555	44.74	2.028	639.91	733.20	721.0	— 12.2	0.017	0.49
301.00	4.133	1244.0	2.608	4.500	49.55	2.706	668.19	748.97	726.0	— 22.9	0.032	0.54
298.65	4.093	1222.4	2.264	4.442	56.67	3.594	679.11	749.88	748.0	— 1.9	0.003	0.56
289.87	4.046	1172.8	2.100	4.375	59.52	4.175	722.04	788.28	729.0	— 60.7	0.084	0.62
282.00	4.006	1129.7	1.722	4.315	70.50	6.219	667.29	722.25	697.0	+ 24.8	0.036	0.59
275.25	3.972	1093.8	1.480	4.280	79.81	8.414	638.67	686.30	682.0	— 3.3	0.005	0.58

Si l'on fait attention aux incertitudes inévitables qui peuvent exister dans la valeur des dimensions mesurées et dans quelques-unes des données d'observation, quand il s'agit d'usines de ce genre grossièrement construites et entretenues avec peu de soin, on sera plutôt surpris de l'accord des résultats de l'expérience avec ceux de la théorie, que frappé des différences observées et dont le rapport moyen à l'effet théorique ne s'élève qu'à 0,027. Il suit de là que la formule précédente, qui tient compte du versement de l'eau et de l'action de la force centrifuge, représente avec toute l'exactitude désirable pour la pratique les résultats de l'expérience.

311. *Inconvénients des roues qui marchent trop vite.* — Ce tableau montre aussi que, quand les roues à aubes marchent trop vite et que le versement de l'eau commence trop haut, le rapport du travail disponible qu'elles transmettent au travail absolu du moteur ne s'élève qu'à 0,25 ou 0,35, ce qui met en évidence tout le désavantage de cette marche rapide.

On voit de plus que, même dans les cas où la marche de cette roue était assez lente pour que la formule ordinaire s'y appliquât avec le même coefficient de correction du premier terme 0,78 que pour les grandes roues, le travail disponible qu'elle transmettait n'était au plus que 0,60 du travail absolu du moteur. — Cela tient à ce que la hauteur du niveau de l'eau du réservoir au-dessus du point d'arrivée était dans ce cas de 0^{m},95 environ, sur une chute totale de 4^{m},00, ce qui est à proportion trop considérable, et diminue beaucoup la hauteur que l'eau parcourt sur la roue depuis le point d'introduction jusqu'au point de sortie.

312. *Cas où la totalité de l'eau dépensée ne peut pas être admise dans la roue.* — Il arrive quelquefois, dans les forges, que la levée de vannes est tellement grande que le volume d'eau dépensé est supérieur à celui que les augets peuvent contenir. Dans des cas pareils le calcul de l'effet utile devient difficile; mais cependant on pourra encore y procéder avec une certaine exactitude, en déterminant le volume d'eau que peut admettre et conserver l'auget en passant sous la lame fluide à l'aide du tracé de la courbe de niveau, et observant que le déversement commençant depuis cette position, on a H $= o$, et que la hau-

teur H' à partager en parties égales est celle du point d'introduction au-dessus du bas de la roue. De plus, au lieu du volume Q dépensé en $1''$, il faudra introduire le volume $q.\frac{v}{e}$ effectivement reçu par les augets qui passent en $1''$ devant le coursier.

La formule de l'effet utile deviendra alors

$$Pv = 1000\frac{v}{e}\left[\frac{1}{3}\frac{H'}{6}(q_1+4(q_2+q_4+q_6)+2(q_3+q_5)+q_7\frac{(V\cos a-v)v}{g}\right]$$

313. ***De l'emploi de la noria ou chaîne à augets comme moteur.*** — De même que l'on a depuis longtemps proposé de se servir du chapelet vertical comme moteur, on a aussi cherché à utiliser la noria dans le même but et pour remplacer la roue à augets.

M. le commandant d'artillerie ordinaire de Lacollonge, dans une note qu'il a publiée en 1861 sur une noria de ce genre, a fait connaître les résultats que l'on en a obtenus.

La chaîne à augets dont il s'agit se compose de vingt-six éléments portant chacun un auget susceptible de contenir 118 litres d'eau.

Les articulations sont écartées de $0^m,335$, et les tambours à huit pans sont placés verticalement l'un au-dessus de l'autre et ont leurs axes à $3^m,015$ l'un de l'autre.

L'auget a $0^m,507$ de saillie sur le tambour, et la circonférence décrite par son bord a un rayon de $0^m,945$.

La chute utilisée est de $5^m,00$, mais sujette à des variations assez grandes.

Pendant les observations elle était de $4^m,75$ et le moteur faisait marcher une paire de meules à blé faisant 112 tours en $1'$ et produisant 117 kilogrammes de mouture à l'heure.

Le volume d'eau dépensé, calculé d'après la capacité des augets et la vitesse de la chaîne, a été estimé par M. de Lacollonge au minimum égal à $88^{lit},11$ en $1''$. La chute totale étant de $4^m,75$, le travail moteur dépensé en $1''$ équivaut à

$$88^{kil},11 \times 4^m,75 = 418^{km}52.$$

D'une autre part, le travail dépensé pour moudre un kilogramme de blé à la grosse ne me paraît pas pouvoir être estimé à plus de 6000 à 6500^{km}. Si M. le général Piobert, dans ses expé-

riences de Toulouse, a trouvé que la mouture à la grosse de 120 kilogrammes à l'heure exige une force de $3^{ch},77$, ce qui par kilogramme de blé moulu reviendrait à

$$\frac{3^{ch},77 \times 75 \times 3600''}{120} = 8482^{km}$$

par kilogramme de blé moulu; ce résultat peut dépendre probablement de la qualité du blé, et je crois cette estimation supérieure à la valeur moyenne du travail nécessaire.

D'après ces réflexions, la quantité de blé moulu étant de 117 kilog. par heure ou de $0^{kil},0325$ en $1''$, l'effet utile serait, en calculant :

A raison de 6500^{km} par kil. de blé

$$0,0325 \times 6500 = 211^{m},25,$$

à raison de 8482^{km}

$$0,0325 \times 8482 = 272^{m},66.$$

Le travail absolu du cours d'eau étant de $418^{k},52$, le rendement de ce récepteur serait dans la première estimation

$$\frac{211,25}{418,52} = 0,504,$$

et d'après la deuxième estimation

$$\frac{272,66}{418,52} = 0,651.$$

Le vrai rendement se trouve sans doute intermédiaire entre ces deux valeurs, et l'on voit que ce genre de récepteur n'offrirait, sous ce rapport, aucun avantage sur les roues à augets bien faites.

Il a d'ailleurs le très-grave inconvénient d'être sujet à des altérations rapides par l'usé que détermine le frottement des axes et des articulations continuellement mouillées d'eau et par conséquent d'exiger des dépenses d'entretien considérables.

Roues pendantes.

314. *Roues pendantes des bateaux.* — On établit souvent sur les rivières un peu rapides des roues à aubes planes, montées

soit en dehors d'un bateau, soit entre deux bateaux, et dont les palettes plongent ainsi dans un courant indéfini. On donne ordinairement aux aubes une hauteur égale à $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{4}$ du rayon de la roue, et leur bord supérieur plonge au-dessous du niveau dans les courants profonds, dont la plus grande vitesse est au-dessous de la surface.

Si l'on nomme V la vitesse de l'eau affluente,

v la vitesse du milieu de la partie immergée de la palette,

A l'aire de cette partie,

on peut concevoir l'action du fluide ainsi qu'il suit.

Le volume de fluide qui arrive dans chaque seconde sur la palette est AV, et sa masse $\frac{1000.AV}{g}$. Cette masse, animée de la vitesse V, rencontrant la palette la choque, et perd l'excès de sa vitesse pour ne conserver que la vitesse v de la palette avec laquelle elle marche. Elle a donc perdu la vitesse $V-v$, et par suite dans chaque seconde le liquide perd sur les palettes la quantité de mouvement

$$\frac{1000.AV}{g}(V-v).$$

D'après le principe de la réaction, égale et contraire à l'action, l'effort P transmis à la palette développe la quantité du mouvement $P \times 1''$ dans le même temps, et l'on a

$$P=\frac{1000.AV}{g}(V-v).$$

Par conséquent le travail transmis par l'eau en 1" à la palette choquée est

$$Pv=\frac{1000.AV}{g}(V-v)v.$$

Telle est la théorie que M. Poncelet donne de l'action de l'eau sur ces roues (*Cours de l'école de Metz*, sect. VII, page 47). Il faut remarquer que cette théorie ne tient compte que d'une seule palette et la suppose immergée de la même quantité pendant

toute la durée de l'action de l'eau, tandis qu'en réalité il y a plusieurs palettes immergées à la fois et de quantités sans cesse variables. Il est donc nécessaire de consulter l'expérience à ce sujet, et malheureusement on possède fort peu de résultats.

315. *Expériences de l'abbé Bossut.* — Ces expériences ont été exécutées avec une roue de $0^m,97$ de diamètre, ayant des aubes de $0^m,135$ de large sur $0^m,162$ de hauteur; les palettes plongeaient dans l'eau de $0^m,108$, ce qui réduisait le diamètre du cercle passant par les centres d'immersion à $0^m,862$. La roue élevait un poids, qui s'enroulait sur un treuil de $0^m,036$ de rayon moyen, y compris l'épaisseur de la corde. Les expériences ont été faites dans un canal de $4^m,00$ environ de largeur, et la vitesse de l'eau affluente était mesurée à l'aide d'un moulinet léger placé à côté de la roue, et portant six ailettes plongées de $0^m,009$ et qui prenaient, dit l'auteur, sensiblement la vitesse du courant. Il a trouvé ainsi que cette vitesse à la surface était de $1^m,85429$.

Or, il faut remarquer que ce mode de mesure de la vitesse présente des incertitudes. D'abord on sait que la vitesse à la surface n'est pas aussi grande qu'un peu au-dessous, mais la différence dans le cas actuel devait être assez faible. Je croirais plutôt que la vitesse mesurée était supérieure à la vitesse de l'eau de la surface en avant de la roue, attendu que le moulinet étant placé à côté de la roue, la vitesse sur ses côtés devait être nécessairement plus grande qu'en avant.

La roue pesait $19^{kil},580$, et ses tourillons avaient $0^m,00602$ de diamètre. En admettant qu'ils fussent passablement graissés, le frottement était

$$0,10 \times 19^{kil},580 = 1^{kil},9580,$$

et par conséquent cette résistance équivalait à un poids de

$$1^{kil},9580 \times \frac{0,00602}{0,03602} = 0^{kil},3592$$

à ajouter à la charge soulevée pour obtenir l'effort total exercé par l'eau à la circonférence moyenne.

Les résultats obtenus par Bossut, traduits en nouvelles mesures, sont contenus dans le tableau suivant.

La vitesse du centre d'immersion des palettes est donnée par la formule

$$v=\frac{3,1416\times 0,866}{40}\times n=0,068n^{*}$$

en appelant n le nombre de tours faits par la roue en 40″.

La superficie des palettes étant

$0^m,13535\times 0^m,10828=0^{mq},014656$ et $V=1^m,854$,

l'effort théorique est

$$P=\frac{14,656\times 1,854}{9,8088}(V-v)=2,77013(V-v).$$

L'effort réel exercé par l'eau à la circonférence moyenne d'immersion est égal à

$$p\times\frac{0,03609}{0,431}=0,08332p,$$

en nommant p le poids suspendu à la corde.

Nous rapportons dans le tableau suivant, traduits en mesures métriques, les résultats des expériences de l'abbé Bossut, les seules que nous possédions jusqu'à ce jour, et en regrettant que des études plus complètes n'aient pas été faites sur ce genre de récepteur hydraulique qui, malgré ses défauts, peut, dans beaucoup de cas, rendre des services à l'industrie.

NUMÉROS des expériences.	POIDS ÉLEVÉ par la roue.	NOMBRE DE TOURS en 40″.	VITESSE du centre d'immersion $v = 0.068n$.	VALEUR DE $V - v$.	EFFORT EXERCÉ PAR L'EAU à la circonférence moyenne d'immersion.	EFFORT THÉORIQUE.	RAPPORT DE CES EFFORTS.	VALEURS RÉDUITES de $V - v - 0^m,26$.	EFFORT THÉORIQUE correspondant.	RAPPORT DE L'EFFORT mesuré à ce second effort théorique.
	kil		m	m	kil	kil		m	kil	
1	15.044	17.46	1.187	0.667	1.234	1.845	0.668	0.407	1.127	1.095
2	17.492	16.52	1.123	0.731	1.456	2.025	0.720	0.471	1.301	1.118
3	19.929	15.58	1.060	0.794	1.662	2.200	0.755	0.534	1.478	1.125
4	22.386	14.64	0.995	0.859	1.860	2.350	0.793	0.599	1.658	1.122
5	24.824	13.71	0.932	0.922	2.068	2.550	0.813	0.662	1.830	1.130
6	27.281	12.77	0.868	0.986	2.270	2.728	0.833	0.726	2.010	1.130
7	27.771	12.58	0.855	0.999	2.305	2.738	0.841	0.739	2.042	1.130
8	28.260	12.40	0.843	1.011	2.350	2.800	1.841	0.751	2.080	1.130
9	28.750	12.21	0.831	1.023	2.390	2.835	0.842	0.763	1.110	1.134
10	29.239	12.02	0.818	1.036	2.435	2.865	0.851	0.776	2.120	1.149
11	29.729	11.83	0.805	1.049	2.470	2.902	0.852	0.789	2.180	1.134
12	30.218	11.62	0.791	1.063	2.515	2.940	0.854	0.803	2.220	1.133
13	30.708	11.40	0.775	1.079	2.555	2.987	0.854	0.819	2.262	1.130
14	31.197	11.15	0.758	1.096	2.596	3.030	0.858	0.836	2.310	1.124
15	31.687	10.85	0.738	1.116	2.635	3.085	0.854	0.856	2.368	1.113
16	32.176	10.52	0.716	1.138	2.680	3.150	0.851	0.878	2.430	1.104
17	32.666	10.10	0.687	1.167	2.720	3.230	0.842	0.907	2.510	1.083

316. *Discussion de ces résultats.* — Si l'on représente graphiquement ces résultats (pl. V, fig. 9), en prenant les différences $V - v$ des vitesses pour abscisses et les poids totaux soulevés pour ordonnées, on reconnaît que tous les points ainsi déterminés, à l'exception des quatre derniers correspondants aux 14ᵉ, 15ᵉ, 16ᵉ, et 17ᵉ expériences, sont à très-peu près en ligne droite. Mais comme cette ligne droite ne passe pas par l'origine, l'on trouve que pour une différence de vitesse de $0^m,260$ l'effort serait nul; ce qui n'est pas possible. Pour que cette ligne droite représente bien les 13 premiers résultats d'expérience, il faut donc admettre dans la vitesse observée de l'eau une erreur de $0^m,26$, ce qui ne paraît nullement improbable d'après l'observation que nous avons faite (nº **315**) plus haut sur le lieu où l'on avait placé le moulinet. Si l'on admet cette correction dans

la vitesse de l'eau, on voit que l'effort donné par l'expérience et l'effort donné par la formule sont à peu près d'accord, car le rapport moyen de l'un à l'autre, donné par la dixième colonne du tableau précédent, est 1,121.

Il résulte de là que les résultats de l'expérience seront bien représentés par la formule

$$P = \frac{1121 . AV}{g}(V - v),$$

et l'effet utile de la roue par

$$Pv = \frac{1121 AV(V - v)v}{g}.$$

Mais on ne peut se dissimuler que les expériences de Bossut présentent quelque incertitude.

Influence du nombre des palettes. — Bossut a aussi fait quelques expériences pour reconnaître l'influence du nombre des palettes, et il a trouvé que l'effet utile de la roue était le même à très-peu près avec 48 et avec 24 palettes, mais qu'il était moindre avec 12. Le nombre de 24 paraît donc convenir, et il était tel dans son modèle que l'écartement à la circonférence extérieure était à peu près égal à la hauteur des palettes.

Quant à l'inclinaison des palettes, les expériences de Bossut offrent des résultats fort peu concluants.

317. *Expérience de M. Christian.* — M. Christian a fait aussi quelques expériences sur une roue de $0^m,6366$ de diamètre ou $2^m,00$ de circonférence extérieure, portant 33 aubes de $0^m,05$ de hauteur dans le sens du rayon sur $0^m,10$ de largeur parallèle à l'axe. Ces palettes étant entièrement plongées dans l'eau, le centre d'immersion était à $0^m,2933$ de l'axe, et la circonférence décrite par ce centre était de $1^m,843$.

Le canal avait $0^m,20$ de largeur; on ne dit pas à quelle distance les aubes passaient du fond.

La partie de l'arbre autour de laquelle s'enroulait le poids soulevé avait $0^m,081$ de circonférence. D'après cela la charge soulevée p, rapportée à la circonférence du centre d'immersion, équivalait à

$$p \times \frac{0,081}{1,843} = 0,0439 p.$$

La vitesse d'arrivée de l'eau était $V = 1^m$ en $1''$.
La surface de palette immergée

$$A = 0^m,05 \times 0^m.10 = 0^{mq},0050,$$

on a donc

$$P = \frac{1000\,AV}{g}(V-v) = \frac{5 \times 1}{9,8088}(V-v) = 0,5096\,(V-v).$$

NOMBRE de tours en 1''.	VITESSE du centre d'immersion.	VALEUR de V — v.	EFFORT théorique P=0.509(V—v).	EFFORT déduit de l'expérience.	RAPPORT de ces efforts.
	m	m	kil	kil	
9.00	0.554	0.446	0.227	0.0911	0.402
8.50	0.523	0.477	0.243	0.1088	0.449
7.75	0.476	0.524	0.267	0.1220	0.458
7.00	0.430	0.570	0.290	0.1352	0.467
6.00	0.368	0.632	0.322	0.1570	0.488
5.50	0.338	0.662	0.337	0.1705	0.506
5.33	0.327	0.673	0.343	0.1725	0.504

Ces expériences sont en désaccord avec celles de Bossut; et, comme elles n'ont duré que 30'', et que rien n'indique que le mouvement ait été bien uniforme, on ne saurait en tirer de conclusion, si ce n'est que le coefficient de la formule des roues à aubes planes se mouvant dans des coursiers très-larges, où elles ont du jeu, ne s'élève qu'à 0,59 environ, et non pas à 0,75, comme on l'admet généralement.

318. *Observations de M. Poncelet.* — M. Poncelet, d'après l'observation de la mouture obtenue par les moulins du Rhône, et en prenant pour V la vitesse de l'eau à la surface, a été conduit à adopter, pour les rapports de l'effet utile total à

l'effet théorique, la valeur 0,80, ce qui donne la formule pratique

$$Pv = \frac{800AV}{g}(V - v)v = 81,56\,AV.(V - v)v.$$

Des expériences complètes sur ce genre de roues hydrauliques sont donc encore à faire, et la théorie expérimentale en est fort peu avancée.

ROUES A AXE VERTICAL OU TURBINES.

Roues à axe vertical.

319. *Roues à axe vertical.* — Les roues hydrauliques à axe vertical, auxquelles on a donné dans ces derniers temps le nom général de *turbines*, sont connues de temps immémorial. Parmi les plus anciennes formes en usage on distingue les *roues à rouet volant*, composées simplement d'un arbre dans la partie inférieure duquel sont assemblées, plus ou moins grossièrement, des palettes creuses en forme de cuillères, et le plus souvent faites d'une seule pièce ; ou quelquefois, comme au moulin du canal à Toulouse, composées d'aubes creuses assemblées dans l'arbre et dans une couronne extérieure. On trouve encore beaucoup de ces rouets volants dans le Dauphiné, dans la Bretagne, et, en Algérie, dans la province de Constantine.

Les effets des roues du moulin du canal à Toulouse, ont été étudiés expérimentalement, en 1821, par MM. Piobert et Tardy, à l'aide d'un moyen analogue au frein de Prony, et ce que nous allons en dire est extrait de leur mémoire déjà cité.

Ces roues, appelées *rouets volants*, sont ordinairement placées au-dessus du niveau du canal de fuite, et l'eau s'en échappe aussitôt qu'elle a choqué les augets, de sorte qu'elle n'y perd pas tout l'excès de sa vitesse sur celles des palettes. Il est donc très-difficile, si ce n'est impossible, d'en étudier les effets au point de vue théorique, et l'on est obligé de se borner à des règles pratiques et à des formules d'interpolation qui représentent les résultats de l'expérience dans des limites et avec une exactitude suffisantes.

320. *Expériences sur l'une des roues du moulin du canal à Toulouse.* — L'eau arrive sur les roues du moulin du canal de Toulouse par une buse pyramidale dont on sait calculer la dépense à l'aide des expériences de M. Piobert, que nous avons citées précédemment n° **36**. Les expériences sur l'effet utile d'une de ces roues ont fourni les résultats suivants :

Hauteur du niveau supérieur au-dessus de la roue.	Chute totale jusqu'en bas de la roue.	Travail absolu du moteur.	Nombre de tours de la roue en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rapport de l'effet utile au travail absolu.	Vitesse du point moyen d'arrivée de l'eau sur la roue.	Vitesse d'arrivée de l'eau sur la palette.	Rapport de la vitesse de la roue à celle de l'eau.
m.	m.	kil.	tour.	km.		m.	m.	
4.23	4.39	1351	1.90	213.7	0.158	7.16	9.10	0.798
4.16	4.32	1318	2.03	213.7	0.162	7.65	9.20	0.833
4.10	4.26	1290	1.83	402.0	0.318	6.90	8.96	0.771
4.07	4.23	1275	1.73	407.8	0.320	6.52	8.93	0.730
4.01	4.17	1248	1.70	421.1	0.330	6.41	8.86	0.724
3.91	4.07	1201	1.73	351.8	0.293	6.52	8.75	0.745
3.88	4.04	1187	1.43	479.2	0.403	5.38	8.72	0.618
3.90	3.96	1151	1.50	451.2	0.392	5.66	8.74	0.648
4.15	4.31	1313	2.10	137.0	0.120	7.920	9.02	0.878
4.14	4.30	1308	0.00	»	»	0.00	9.00	»

Cette roue a $1^m,62$ de diamètre extérieur, en dehors des couronnes.

La zone occupée par les palettes a $0^m,36$ de largeur et $0^m,60$ de rayon moyen. L'axe de la cannelle qui y verse l'eau est dirigé tangentiellement à la circonférence de ce rayon. Le centre de l'orifice ou du cadre inférieur de la cannelle est à $0^m,27$ au-dessus de la roue, et en admettant que la vitesse de sortie fût à peu près celle due à la charge sur le centre, on a pu calculer approximativement la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue, et la comparer à celle de la circonférence moyenne des palettes.

L'examen du tableau précédent montre que l'effet utile de ces roues s'élève aussi haut que celui des roues à palettes planes recevant l'eau à la partie inférieure, et qu'il varie de 0,32 à 0,40 du travail absolu du moteur, quand la vitesse de la circonférence moyenne varie de 0,73 à 0,65 de celle due à la hauteur du niveau au-dessus de la roue. C'est donc entre ces limites de vitesse qu'il convient de faire marcher ces roues, et l'on voit que, dans des pays de montagne, la simplicité de leur construction et l'avantage qu'elles ont de marcher très-vite les rendent

convenables pour des moulins à farine, quand on a de l'eau en abondance.

Il faut remarquer que les roues du moulin du canal à Toulouse ont des couronnes extérieures et intérieures entre lesquelles les palettes sont emboîtées, tandis que souvent, en Bretagne et en Afrique, les palettes ne sont que des cuillères creuses grossièrement implantées dans l'arbre, et qu'alors l'effet utile doit être sensiblement moindre que celui qu'on a obtenu à Toulouse.

321. *Roues à cuve.* — Une autre espèce de roues fort anciennes aussi, que l'on rencontre encore à Toulouse, à Cahors, à Metz et dans d'autres villes, ce sont les roues *dites à cuve*, qui se composent, comme celles du moulin du canal, de palettes creuses ou cuillères assemblées dans ces couronnes; mais sur lesquelles l'eau arrive par un coursier dont le fond, peu incliné, vient affleurer leur surface supérieure. Une des faces verticales de ce coursier est tangente à la circonférence extérieure de la roue, l'autre est inclinée sur celle-ci à $\frac{1}{5}$ environ. L'eau fournie par un orifice vertical, placé en tête de ce coursier, s'y élève au-dessus de la roue à une hauteur qui dépend de la levée de la vanne et s'écoule le long des palettes creuses de la roue, sur lesquelles elle agit plutôt par pression que par choc.

La roue est renfermée dans une cuve en maçonnerie et cylindrique, dans laquelle elle ne doit avoir que le moins de jeu possible. Il résulte de cette disposition que le liquide s'élève dans la cuve, et comme il arrive tangentiellement à sa circonférence, il y prend, en outre de cette direction, un mouvement giratoire entretenu et favorisé par celui de la roue, et sa surface devient concave. Ce mouvement du liquide, les tourbillonnements qui l'accompagnent et la résistance des parois de la cuve, doivent consommer une portion notable de la force vive du liquide, et présentent d'ailleurs une telle complication, qu'il n'est pas possible de les soumettre au calcul.

322. *Expériences sur l'une des roues du moulin de l'hôpital à Toulouse.* — Nous rapporterons ici les résultats d'une des séries d'expériences exécutées sur l'une des roues du moulin de l'hôpital, à Toulouse, par MM. Piobert et Tardy.

Le diamètre D de la cuve cylindrique était de $0^m,98$, ainsi que celui D' de la roue. La hauteur de la roue était de $0^m,15$ à $0^m,17$.

La chute totale a varié de $2^m,95$ à $3^m,62$.

Dépense d'eau en 1".	Chute totale jusqu'au bas des roues.	Travail absolu du moteur.	Nombre de tours de la roue en 1".	Effet utile mesuré par le frein.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.	Rapport déduit de la formule pratique.	Vitesse de la circonférence de la roue.	Vitesse due à la charge d'eau au dessus de la roue.	Rapport de ces vitesses.
m.	m.	km.		km.			m.	m.	
0.310	299	9.30	1.73	134.3	0.145	»	4.78	7.44	0.642
0.310	299	9.30	1.33	185.4	0.199	»	3.67	7.44	0.493
0.310	299	9.30	1.30	193.7	0.207	»	3.59	7.44	0.483
0.313	302	9.40	1.10	193.9	0.206	»	3.04	7.68	0.396
0.313	202	9.40	1.05	196.8	0.210	»	2.90	7.68	0.378
0.475	295	1.400	2.30	188.0	0.136	0.130	6.36	7.60	0.838
0.476	295	1.400	2.15	258.4	0.184	0.175	5.95	7.60	0.783
0.476	295	1.400	1.90	308.5	0.221	0.227	5.25	7.60	0.691
0.476	295	1.370	1.95	297.9	0.217	0.217	5.38	7.39	0.730
0.476	295	1.400	1.90	317.5	0.227	0.227	5.25	7.40	0.712
0.474	295	1.400	2.05	305.5	0.218	0.196	5.67	7.39	0.767
0.475	296	1.400	2.00	317.2	0.226	0.207	5.53	7.39	0.748
0.474	295	1.400	2.00	307.6	0.219	0.207	5.53	7.39	0.749
0.452	296	1.340	2.25	217.5	0.162	0.134	6.23	7.40	0.834
0.451	296	1.340	2.00	280.6	0.209	0.207	5.53	7.40	0.749
0.452	296	1.340	1.85	313.3	0.233	0.240	5.12	7.40	0.691
0.452	296	1.340	1.75	336.5	0.252	0.257	4.84	7.40	0.655
0.452	296	1.340	1.65	356.9	0.267	0.269	4.56	7.40	0.616

L'examen de ce tableau montre que le rapport de l'effet utile au travail absolu de moteur s'élève au plus à 0,25 ou 0,27, et atteint cette valeur maximum lorsque la vitesse de la circonférence de la roue est d'environ 0,60 à 0,70 de celle due à la hauteur du niveau du réservoir au-dessus de la roue. Mais, en général, le maximum d'effet ne paraît être que de 0,20 à 0,22 du travail absolu du moteur.

Il faut, au surplus, remarquer ici qu'il se produit dans le coursier, après le passage par l'orifice, une perte de force vive

considérable, qui doit être une cause très-influente du mauvais résultat que l'on obtient avec ces roues. De plus, le remous, qui se forme dans la cuve, varie de hauteur avec les proportions de la roue et la levée des vannes.

323. *Cas où le jeu de la roue dans la cuve est considérable.* — MM. Piobert et Tardy ont fait des expériences analogues sur deux roues semblables du moulin de Basacle à Toulouse, mais pour lesquelles les diamètres de la cuve et de la roue étaient dans des rapports différents. Pour celles du moulin n° 3, on avait : le diamètre de la cuve $D = 1^m,02$, et le diamètre de la roue, $D' = 0^m,89$; pour le moulin n°4, $D = 1^m,12$, et le diamètre de la roue, $D' = 1^m,00$.

La hauteur de la roue du n° 3 était de $0^m,40$. Les résultats des expériences sur la roue n° 3 sont consignés dans le tableau suivant :

Dépense d'eau en 1".	Chute totale jusqu'au bas des roues.	Travail absolu du moteur.	Nombre de tours de la roue en 1".	Effet utile mesuré par le frein.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.	Rapport déduit de la formule pratique.	Vitesse de la circonférence de la roue.	Vitesse due à la charge d'eau au-dessus de la roue.	Rapport de ces vitesses.
mc.	m	km.		km.			m.	m.	
0.555	2.35	1301	1.25	208.6	0.160	0.175	3.49	6.18	0.565
0.552	2.35	1297	1.10	241.1	0.185	0.183	3.07	6.18	0.497
0.556	2.35	1305	1.44	157.8	0.121	0.155	4.02	6.18	0.651
0.556	2.35	1305	1.60	112.7	0.086	0.128	4.47	6.18	0.723
0.556	2.35	1305	1.65	92.50	0.071	0.115	4.61	6.18	0.745
1.375	2.35	3232	2.50	158.9	0.049	0.028	6.98	6.18	1.130
1.370	2.35	3214	2.27	227.2	0.071	0.055	6.35	6.18	1.028
1.370	2.35	3214	2.25	266.0	0.083	0.058	6.28	6.18	1.018
1.360	2.35	3197	2.00	331.8	0.103	0.081	5.58	6.18	0.903
1.360	2.35	3179	1.50	352.9	0.110	0.104	4.19	6.18	0.678
1.853	2.35	4360	2.50	227.7	0.052	0.048	6.98	6.18	1.130
1.842	2.35	4330	2.10	346.1	0.079	0.072	5.87	6.18	0.950
1.842	2.35	4330	2.00	433.5	0.099	0.076	5.58	6.18	0.903

On voit par ce tableau que, dans le cas où les roues ont beau-

coup de jeu dans leur cuve, les pertes d'eau qui résultent de ce jeu occasionnent une diminution considérable dans l'effet utile, qui ne s'élève alors, au maximum, qu'à 0,18 du travail absolu du moteur, quand la vitesse de la circonférence extérieure est environ de 0,50 à 0,60 de celle qui est due à la hauteur du niveau du réservoir au-dessus de la roue.

En résumé, l'on voit que ces roues sont fort désavantageuses sous le rapport de l'effet utile qu'elles produisent; mais il y a lieu de croire qu'en leur conservant la propriété, précieuse pour les moulins à farine, de marcher très-vite et de transmettre directement le mouvement, on pourrait les améliorer considérablement.

Comme on en rencontre encore quelquefois, et qu'il peut être utile de savoir calculer leur effet, on se servira de la formule suivante, donnée par M. Piobert comme règle empyrique, et qui tient compte de l'influence du jeu de la roue dans sa cuve

$$R = \frac{4,2n\frac{D'^2}{D^2}\sqrt[4]{E} - n^2}{39.\frac{D'}{D}E},$$

dans laquelle on appelle R le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur,

n le nombre de tours de la roue en 1″,

D le diamètre de la cuve cylindrique,

D′ le diamètre de la roue,

E la levée de la vanne.

Ainsi, par exemple, pour la roue de la meule n° 3 du moulin de Basacle à Toulouse, on a $n = 1,50$,

$D = 1^m,02$, $D' = 0^m,89$; et si $E = 0^m,51$, $Q = 1^{mc},353$, $H = 2^m,35$,

on a d'abord

$$R = \frac{4,2 \times 1,50 \left(\frac{0,89}{1,02}\right)^2 \sqrt[4]{0,50} - (1,50)^2}{39.\frac{0,89}{1,02} \times 0,50} = 0,105,$$

et comme

$$1000\,QH. = 1^{mc},353 \times 2^{m},35 = 3179^{km},55,$$

l'effet utile doit être à

$$0,105 \times 3179^{km},55 = 333^{km},85.$$

L'expérience a donné 353^{km}.

Quant à la vitesse correspondante au maximum d'effet, elle peut être approximativement calculée par la formule

$$n = 2,1.\frac{D'^2}{D^2}\sqrt[4]{E}.$$

Ainsi, dans l'exemple précédent, on aurait

$$n = 2,1\left(\frac{0,89}{1,02}\right)^2\sqrt[4]{0,50} = 1,55.$$

324. *Des nouvelles roues à axe vertical, appelées turbines.* — Les avantages importants des roues à axe vertical, leur propriété de tourner très-vite, de transmettre directement le mouvement aux meules, de marcher sous l'eau, d'occuper peu de place, ont depuis longtemps fixé l'attention des ingénieurs et celle des plus grands géomètres. Il ne sera pas inutile, sans doute, de dire en peu de mots par quelles tentatives on est passé pour arriver aux progrès actuels.

Le nom de turbines est nouveau, et a été introduit par M. Burdin, qui l'a donné à l'une des roues de ce genre qu'il a construites, et depuis on l'a appliqué indifféremment à toutes les roues à axe vertical, qui jouissent plus ou moins avantageusement de la propriété de marcher noyées dans les eaux d'aval.

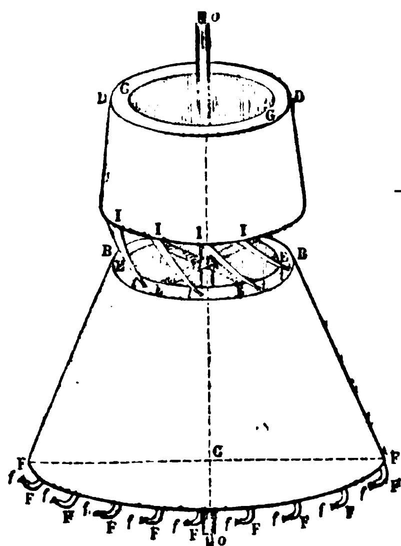
Tous les moteurs de ce genre peuvent être partagés en deux grandes classes : la première comprenant les roues qui reçoivent et laissent échapper l'eau à la même distance de l'axe de rotation; la seconde contenant les roues dans lesquelles l'eau sort plus loin ou plus près de l'axe qu'elle n'y est entrée.

A la première classe se rattachent les *rouets volants* du midi de la France, de la Bretagne et de l'Algérie, analogues à ceux dont nous avons parlé au n° **320**, et les roues à cuve de Toulouse et de Metz, **321**. Ségner a proposé, vers 1750, une

roue dont Euler * a donné la théorie, et dans laquelle l'eau était distribuée, sur la totalité ou sur certains points d'une zone annulaire concentrique à l'axe, par des tuyaux convenablement inclinés. Mais, dans l'étude théorique qu'il fit de ce moteur, le savant géomètre reconnut et indiqua qu'il serait préférable de remplacer les tuyaux distributeurs par des directrices continues et contiguës, versant l'eau sur des aubes semblables disposées en sens inverse. Cette disposition, rappelée par M. Navier dans ses notes sur l'architecture hydraulique de Bélidor, p. 451, doit être regardée comme l'origine de l'emploi des directrices, adoptées par plusieurs constructeurs.

Voici d'ailleurs en quels termes Euler décrit la roue dont il donne la théorie:

« Soit ** OO l'axe vertical autour duquel la machine doit tourner uniformément. Cette machine sera composée de plusieurs tuyaux semblables, qui auront chacun leur embouchure en bas, comme F, F, F, etc., par lesquelles l'eau s'échappera, et leurs ouvertures en haut seront réunies dans l'espace annulaire E, E, E.... Il sera bon d'enfermer tous ces tuyaux dans un tambour comme BBFF, d'une surface bien unie et polie par le dehors, afin que la résistance de l'air n'apporte pas un obstacle sensible à son mouvement. Ce tambour, creux en dedans pour en diminuer le poids, sera affermi à l'axe de rotation par des barres transversales, afin qu'il tourne avec l'axe. Or, au-dessus de ce tambour mobile avec l'axe se trouvera le réservoir DDII.



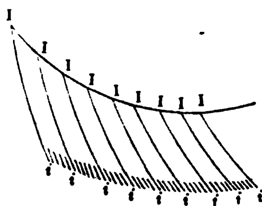
* *Mémoires de la Société de Gœttingue*, 1752, sous le nom d'Albert Euler, et *Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1754.

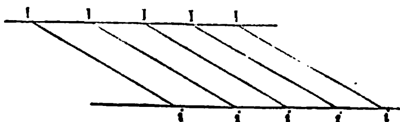
** Pages 277 et suivantes des *Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1756

aussi en forme de tambour, mais qui sera immobile, n'étant pas attaché à l'axe OO qui le traversera au milieu. Au fond de ce réservoir se trouveront plusieurs canaux Ii, Ii,... par lesquels l'eau sera conduite dans le vaisseau inférieur BBFF, sous une obliquité qui a été déterminée dans le problème précédent. Et si le réservoir fournit dans le vaisseau autant d'eau qu'il en sort par les embouchures F, F, F,... les tuyaux du vaisseau demeureront constamment pleins d'eau jusqu'à la surface E, E, E,... et le mouvement de l'eau deviendra bientôt uniforme, pourvu que le mouvement de rotation soit uniforme, comme je le suppose, et il sera outre cela conforme aux formules qui ont été trouvées ci-dessus. »

Plus loin l'auteur ajoute :

« Donc au lieu des canaux séparés Ii, Ii,... comme la figure 3 les représente, il faut employer des canaux contigus représentés dans la figure 4, qui ne soient séparés entre eux que de minces diaphragmes Ii, Ii,... et qui servent à diriger l'eau sous l'inclinaison requise ; de sorte que, sans les diaphragmes, il y aurait une ouverture unie annulaire qui régnerait autour du réservoir. Or, puisqu'alors l'eau tomberait verticalement par cette ouverture continue, il la faut partager par des lames minces disposées obliquement, afin que l'eau soit obligée de découler sous l'inclinaison trouvée, et pour obtenir ce but, on jugera aisément à quelle distance ces diaphragmes doivent être éloignés entre eux. On donnera donc à ces ouvertures la même largeur qu'à l'espace annulaire, ne pouvant pas lui en donner une plus grande, et puisque les diaphragmes ne manqueront pas de diminuer tant soit peu la quantité d'eau qui descend, on sera obligé ou de faire l'espace annulaire avec la largeur de ses canaux un peu plus grande qu'on ne l'aurait trouvée par le calcul, ou de donner aux diaphragmes une inclinaison un peu plus petite.





L'on remarquera que dans la figure indiquée par Euler, les directrices Ii, Ii, ont

une forme très-notablement curviligne, tandis que plus loin, dans un article où il indique que l'angle que ces diaphragmes ou directrices font avec l'horizon doit être de 26° 34', il les représente par une figure où ils ont la forme rectiligne.

La roue proposée et établie par M. Burdin, en 1826, au moulin de Pontgibaut, département du Puy-de-Dôme, offre la plus grande analogie avec la turbine étudiée par Euler. Dans l'une et dans l'autre la hauteur du réservoir est à peu près égale à la moitié de la chute.

La turbine pour laquelle M. Fontaine-Baron a pris un brevet, le 11 mars 1839, est du même genre; mais elle présente cette différence que la zone annulaire qui contient les directrices, et celle qui forme la roue proprement dite, n'ont que très-peu de hauteur par rapport à la chute totale, et que chacun des orifices formés par les directrices est muni d'une petite vanne, dirigée dans un plan passant par l'axe de la roue. Nous en parlerons plus loin.

M. Bourgeois a établi, il y a quelques années, à Saint-Maur, une autre turbine qui se rattache à cette classe, et qui se compose simplement de surfaces hélicoïdes, disposées autour d'un axe vertical. Nous manquons encore d'expériences authentiques sur cette variété.

Dans la seconde classe de turbines, qui comprennent les roues qui reçoivent et rejettent l'eau, soit de l'intérieur à l'extérieur, soit de l'extérieur à l'intérieur, il faut placer :

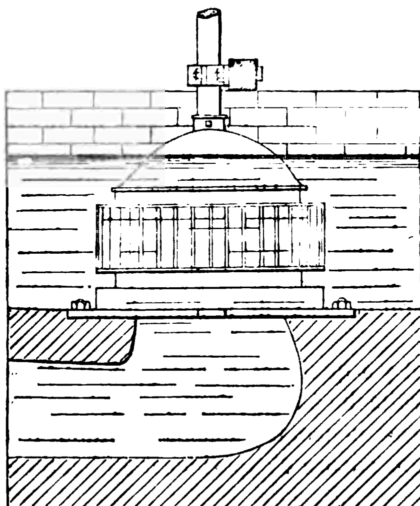
1° Les roues à réaction, et en particulier la roue ou volant à réaction du docteur Barker, décrite en 1792 dans un mémoire lu à la Société philosophique américaine par le docteur Waring. Ce volant se composait d'un tuyau vertical recevant l'eau par la partie supérieure, et terminé par un autre tuyau ou une caisse rectangulaire horizontale, percée vers ses extrémités et loin de l'axe, de deux trous par lesquels l'eau s'échappait en sens opposé, horizontalement et perpendiculairement au plan que contenait l'axe des deux tuyaux. Pour remédier aux inconvénients occasionnés par le poids considérable de ce volant sur son pivot inférieur, James Ramse proposa, vers le même temps, de faire arriver l'eau par-dessous au moyen d'un conduit inférieur.

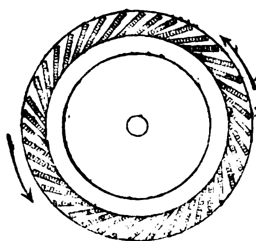
Le volant hydraulique, proposé plus tard par M. Manoury-

d'Ectot, qui probablement n'avait pu connaître les travaux des Américains, offre beaucoup d'analogie avec cette disposition.

La turbine de M. Passot rentre dans cette variété.

2° Les roues à palettes planes ou courbes, recevant l'eau sur le contour d'une zone annulaire intérieure, et la rejetant à l'extérieur, comme celle que M. Manoury-d'Ectot établit, vers 1804, au moulin de Montaigu, près de Caen, laquelle a fonctionné jusqu'en 1828, et fut l'objet d'un rapport favorable présenté par Carnot à l'Académie, le 21 juin 1813. Cette roue recevait l'eau en dessous par un conduit souterrain et sur toute l'étendue de son contour intérieur. Son fond supérieur, en forme de cloche, soutenait les aubes, et était fixé sur l'arbre vertical, qui transmettait le mouvement. Elle marchait noyée dans les eaux d'aval.





Cette disposition générale a été conservée par M. Combes dans la turbine qu'il a présentée, en 1839, à l'exposition de l'industrie.

Cette variété comprend aussi la turbine établie, en 1827, à Pont-sur-l'Ognon, département de la Haute-Saône, et qui est le type de celles auxquelles M. Fourneyron a donné son nom, et dont nous parlerons au numéro suivant.

3° Les *roues à poire*, décrites par Belidor (nº 668 de son archi-

tecture hydraulique), qui reçoivent l'eau dans une enveloppe annulaire tronçonique fixe, portent des palettes hélicoïdes, disposées sur un noyau tronçonique, et laissent échapper l'eau vers le centre.

La danaïde de M. Manoury-d'Ectot est une modification de ce système. On sait qu'elle fut l'objet d'un rapport favorable lu, le 23 août 1813, à l'Académie des sciences par Carnot.

4° Enfin M. Poncelet a aussi proposé, en 1826, l'emploi d'une roue à aubes courbes, recevant l'eau sur tout ou partie de son contour extérieur au moyen de vantelles et de directrices, et la versant à l'intérieur. Plusieurs roues de ce genre sont établies dans le Midi, et particulièrement à Toulouse.

Nous nous bornerons ici à parler des moteurs sur lesquels des expériences authentiques et exactes ont été exécutées, et nous commencerons par la turbine de M. Fourneyron; mais auparavant nous dirons quelques mots de certaines roues basées sur des principes analogues.

323. *Des roues à augets ou à aubes courbes, à axe horizontal, dans lesquelles l'eau est introduite par la circonférence intérieure.* — L'idée d'introduire l'eau dans les roues hydrauliques à axe horizontal par la surface intérieure que forment leurs augets ou leurs aubes n'est pas nouvelle, et elle a été présentée à diverses époques.

Il existait autrefois dans les galeries du Conservatoire un modèle de roue à augets proposé par M. de Thiville, et qui est décrit dans le tome XXII des *Annales des arts et manufactures d'Oreilly* (30 messidor an XIII).

Beaucoup plus tard, en 1849, M. Étienne de Canson-Montgolfier a présenté à l'Académie des sciences un mémoire sur des roues à aubes courbes à axe horizontal ou à axe vertical qu'il appelait turbines rurales, et qui, par un tuyau dirigé vers la circonférence intérieure de leurs aubes courbes, recevaient l'eau qui s'échappait par la circonférence extérieure.

En combinant convenablement et conformément aux principes exposés au n° 208 la direction de l'eau affluente, sa vitesse, celle des premiers éléments des aubes, la vitesse de la roue et la direction des derniers éléments de ces aubes par rapport à

la circonférence extérieure, l'on pourrait, comme pour les autres turbines, parvenir à atténuer beaucoup les pertes de force vive à l'entrée et à la sortie de l'eau*; mais l'auteur ne paraît pas s'être beaucoup préoccupé de ce point de vue de la question et s'est principalement attaché à construire très-simplement.

M. de Canson fit connaître à la même époque les résultats des expériences au frein qu'il avait exécutées, non-seulement sur des modèles d'assez grandes dimensions, mais encore sur des roues appliquées soit à une papeterie, soit à une scierie.

Le résultat général des expériences exécutées en juillet 1847 sur une roue de ce genre, marchant avec une chute de $2^m,00$, a indiqué que le rendement de ces roues, de construction simple et économique, pouvait s'élever à 0,55 ou 0,60 du travail absolu du moteur, soit quand leur axe était horizontal, soit quand il était vertical.

Une roue du même genre, à axe horizontal, établie pour faire marcher une scierie, avec $6^m,00$ à $6^m,50$ de chute, et une autre, destinée à une papeterie, avec une chute de $9^m,00$ environ, paraissent avoir donné un rendement voisin de 0,60 à 0,65, en admettant que le coefficient de la dépense d'eau par le déversoir établi pour le jaugeage fût égal à 0,40.

Plus récemment, M. Girard a appliqué une disposition analogue à diverses roues à aubes à axe horizontal, dans lesquelles il introduit l'eau par la circonférence intérieure, soit d'un seul côté, soit des deux côtés opposés, par un ou deux conduits courbes.

L'on remarque dans cette disposition que la roue n'a que deux mètres environ de largeur et que les conduits d'arrivée de l'eau obligent à donner au courant à peu près huit mètres de largeur. Ce moteur, pour lequel on disposait d'une chute de $1^m,60$ et qui était projeté pour une force de 60 chevaux, aurait pu, je crois, être remplacé avec avantage et avec plus de simplicité dans la construction, par une turbine d'un des systèmes précédemment indiqués.

L'emploi des vannes intérieures paraît avoir donné lieu à quelques inconvénients par suite de la difficulté de les visiter et de les graisser.

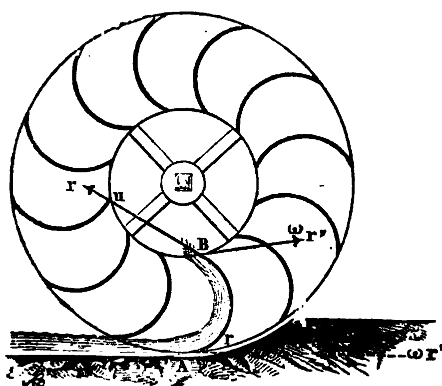
---

* Voir le *Traité des moteurs hydrauliques*, de M. Armengaud aîné. — Pl. 20.

On remarquera que dans ces roues l'action de la force centrifuge tend à accélérer le mouvement de l'eau depuis son entrée jusqu'à sa sortie.

Turbines tangentielles.

326. *Roue ou turbine tangentielle.* — Dès l'année 1826, M. Poncelet, dans son cours de machines à l'école de l'artillerie et du génie, à Metz, et par conséquent bien avant l'invention de toutes les nouvelles turbines, avait proposé l'emploi d'une roue à aubes courbes horizontale, à axe vertical, dans laquelle l'eau devait être introduite par la circonférence extérieure et évacuée par la circonférence intérieure.



Cette roue est décrite et la théorie en est donnée dans la rédaction lithographiée du cours de M. Poncelet (section VII, page 45), imprimée en 1831-32 pour l'usage des élèves de l'école d'application.

L'introduction de l'eau sans choc devait y être obtenue par l'observation des principes exposés au nº **208**, et sa vitesse relative le long de la surface des aubes étant diminuée par la force centrifuge, on pouvait, à volonté, régler la marche de la roue de manière que cette eau sortît à l'intérieur avec une faible vitesse absolue, ou de façon que la vitesse de transport, d'abord éteinte, fût ensuite rétablie par l'action même de la force centrifuge et que l'eau s'échappât par la circonférence extérieure; pourvu qu'on lui offrît alors les orifices nécessaires et disposés aussi de manière à rendre la vitesse absolue de sortie assez petite pour atténuer la perte de force vers la sortie.

La figure ci-contre, extraite de la lithographie du cours de M. Poncelet, indique comment l'eau coulerait dans une roue de

ce genre. Si l'on admet que la veine fluide soit mince et arrive peu près tangentiellement à la roue et à l'aube en appelant

V la vitesse d'arrivée de l'eau dans cette direction ;

V_1 la vitesse angulaire de la roue ou à l'unité de distance de son axe.

R le rayon extérieur de la couronne qui porte les aubes.

R' le rayon extérieur de la roue.

La vitesse d'introduction de l'eau dans le sens du premier élément de l'aube sera $V - V_1R'$.

En nommant encore :

U la vitesse relative avec laquelle l'eau quitte le dernier élément intérieur de l'aube, l'on verra d'abord que le volume d'eau dépensé en 1" étant toujours exprimé par Q mètres cubes, la force vive possédée par l'eau à son entrée étant

$$\frac{1000Q}{g}(V - V_1R')^2,$$

et ce qu'elle conserve à la sortie dans le sens de l'aube étant :

$$\frac{1000Q}{g}u^2,$$

variation de force vive dans le sens des aubes serait

$$\frac{1000Q}{g}\{(V - V_1 R')^2 - u^2\}.$$

D'une autre part, cette variation de vitesse dans le sens des aubes n'étant due, pour la plus grande partie, qu'à l'action de la force centrifuge, attendu que la largeur de la couronne de la roue est assez faible pour que l'action des frottements puisse être négligée, et le travail retardateur que la force centrifuge exerce sur l'eau, quand elle se rapproche de l'axe, étant exprimé par

$$\frac{1}{2}\frac{1000Q}{g}V_1^2\{R'^2 - R^2\}.$$

Le principe des forces vives conduit à la relation

$$(V-V_1R')^2-u^2=V_1^2\{R'^2-R^2\},$$

d'où l'on tire pour la valeur de la vitesse relative avec laquelle l'eau glisserait sur l'aube à la circonférence intérieure

$$u^2=V^2-2VV_1R'+V_1^2R^2.$$

D'une autre part, si l'on nomme a l'angle formé par la direction du dernier élément de la courbure de l'aube avec la tangente à la circonférence intérieure de la roue, la vitesse absolue résultante de la vitesse u et de la vitesse V_1R de la circonférence et avec laquelle l'eau quittera la roue sera

$$W=\sqrt{u^2+V_1^2R^2-2uV_1R\cos a}.$$

La hauteur de la roue devant d'ailleurs être très-faible par rapport à celle H de la chute à laquelle est due la vitesse

$$V=\sqrt{2gH},$$

d'arrivée de l'eau sur la roue et la vitesse perdue à l'entrée de l'eau sur les aubes étant supposée nulle, l'équation du mouvement de la roue sera, d'après le principe des forces vives,

$$Pv=\frac{1}{2}MV^2-\frac{M\{u^2+V_1^2R^2-2uV_1R\cos a\}}{2},$$

ou

$$Pv=1000Q\left\{H-\frac{u^2+V_1^2R^2-2uV_1R\cos a}{2g}\right\}.$$

Il est facile de voir que l'effet utile théorique Pv acquerra sa valeur maximum lorsque l'on aura

$$u^2+V_1^2R^2-2uV_1R\cos a=0,$$

ce qui arrivera si l'on a simultanément

$$\cos a=1 \qquad \text{et} \qquad u=V_1R,$$

et conduit à la relation

$$V=2V_1R' \qquad \text{ou} \qquad V_1=\frac{V}{2R}.$$

L'on voit par là que la vitesse d'arrivée

$$V=\sqrt{2gH},$$

de l'eau ou la chute H étant donnée, on serait toujours maître de déterminer le rayon extérieur R' de la roue, de manière à obtenir une vitesse angulaire ou un nombre de tours donné pour la roue.

Cette valeur de la vitesse angulaire V_1 rendant nul le second terme de la relation du travail l'effet utile théorique maximum serait

$$Pv=1000QH,$$

c'est-à-dire égal au travail absolu du moteur.

Dans cette même hypothèse de

$$V_1=\frac{R}{2R'},$$

la vitesse relative u avec laquelle l'eau sortirait des aubes de la roue serait

$$u=\frac{R}{2R'}V.$$

Le mouvement relatif de l'eau le long des aubes de la roue étant d'autant plus ralenti que la vitesse de rotation devient plus grande, il doit y avoir nécessairement une vitesse qui rende nul celle des filets qui atteignent le bord intérieur de l'aube, à partir du moment où la vitesse angulaire aurait acquis cette valeur, la force centrifuge continuant à agir sur elle, la repousserait vers la circonférence extérieure.

Si, dans ces circonstances, la roue était complétement entourée par une série de conduits et de vannages destinés à introduire l'eau sur tout son contour extérieur, on conçoit facilement que l'introduction et l'évacuation du liquide se trouvant simultanément contrariées, l'effet utile d'un semblable récepteur serait assez peu favorable et qu'il en serait *à fortiori* de même pour des vitesses angulaires supérieures.

D'une autre part, si la vitesse de la roue était au contraire beaucoup plus faible que la limite précédente, l'eau aurait à sa sortie par la circonférence intérieure une vitesse relative et une

vitesse absolue trop grande et il en résulterait une perte de force vive notable à l'évacuation.

327. *Observations faites sur une turbine à enveloppe continue, établie à la poudrerie du Bouchet.* Ces effets se sont manifestés sur une roue de ce genre d'un diamètre extérieur $2R' = 1^m,598$, et d'un diamètre intérieur $2R = 1^m,065$, ayant 24 aubes et autant d'orifices, formant à sa circonférence extérieure une enveloppe complète, dans une série d'expériences où les 24 orifices étaient simultanément ouverts.

Pour comparer les circonstances du mouvement de l'eau sur les aubes avec les considérations théoriques précédentes, nous ferons remarquer que la valeur de la vitesse relative u, avec laquelle l'eau arrive au bord intérieur des aubes, devient nulle quand la vitesse angulaire V_1 satisfait à l'équation

$$V_1^2 - \frac{2VR'}{R^2} V_1 + \frac{V^2}{R^2} = 0,$$

d'où l'on tire

$$V_1 = \frac{V}{R} \left\{ \frac{R'}{R} - \sqrt{\frac{R'^2}{R^2} - 1} \right\}.$$

Or, dans la roue essayée au Bouchet, en 1845, on avait

$$R' = 0^m,799 \quad R = 0^m,533 \quad \frac{R'}{R} = 1,499 \quad \frac{R'^2}{R^2} = 2,247,$$

et par suite

$$V_1 = 0,692\,V,$$

expression qui nous permettra de comparer les effets réels avec ceux de la théorie.

Dans une série d'expériences où les 24 orifices étaient ouverts, on a observé que tant que la roue n'a pas fait plus de $29^{\text{tours}},5$ en $1'$, ou $0^{\text{tour}},492$ en $1''$, l'eau sortait par la couronne intérieure, tandis que lorsque la vitesse de la roue était plus grande, l'eau, refoulée vers la circonférence extérieure par la force centrifuge, s'élevait au-dessus de la roue et venait former dans sa cuve une surface parabolique.

Dans l'expérience où la roue faisait $0^{\text{tour}},492$ en $1''$, la hauteur génératrice de la vitesse au-dessus du centre des orifices était de $1^m,095$. La vitesse V d'arrivée de l'eau était donc $V = 4^m,64$

en 1″, et la vitesse angulaire correspondant, d'après la formule ci-dessus, au moment où l'eau commençait à s'échapper par la circonférence extérieure, devait être

$$V_1 = 0{,}69 \times 4^m{,}64 = 3^m{,}202.$$

En réalité elle était

$$V_1 = 0{,}492 \times 6{,}28 = 3^m{,}090.$$

Il y a donc eu entre les considérations théoriques et l'expérience un accord aussi satisfaisant que possible.

Mais en même temps l'expérience a montré que, dans la disposition donnée à cette roue, l'existence de l'enveloppe qui l'entourait présentait des inconvénients, et que le rendement ne s'élevait guère au delà de 0,42 du travail absolu du moteur. C'est ce que l'on peut voir par l'examen de la série suivante d'expériences exécutée à la poudrerie du Bouchet en 1845.

Pour déterminer avec l'exactitude nécessaire le volume d'eau dépensé et ne pas être exposé à la légère incertitude que peut laisser parfois l'emploi des vannes en déversoir, on a fait affluer l'eau dans le réservoir de la turbine par une vanne de $0^m{,}10$ d'épaisseur et de $1^m{,}496$ de largeur, sur le seuil de laquelle la charge a toujours été d'environ $0^m{,}29$, la contraction étant annulée sur les deux côtés verticaux. La levée de la vanne a été de $0^m{,}22$; la charge sur le sommet de l'orifice n'était que de $0^m{,}07$. Elle était d'ailleurs mesurée à peu de distance en amont de l'orifice, et il résulte des expériences de M. Lesbros que le coefficient de la dépense ne pouvait pas être estimé au-dessous de 0,68 (n° **18**), valeur que nous avons adoptée.

Les résultats de la série d'expériences où les 24 orifices étaient ouverts, et qui est celle qui a fourni les plus forts rendements, sont consignés dans le tableau suivant :

EXPÉRIENCES EXÉCUTÉES EN 1845 A LA POUDRERIE DU BOUCHET SUR UNE TURBINE A INJECTION EXTÉRIEURE TANGENTIELLE.

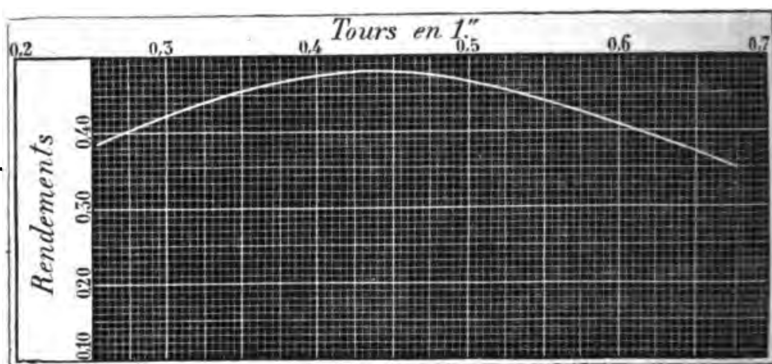
NUMÉROS D'ORDRE des expériences.	CHARGE d'eau sur le seuil de l'orifice.	VOLUME d'eau dépensé en 1″.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	EFFET utile mesuré par le frein.	RENDEMENT.	OBSERVATIONS.
	m.	m.	m.	k. m.	m.	k. m.		
1	0.279	0.4075	1.415	576.6	40.45	207.2	0.359	L'eau jaillit à l'inté-
2	0.286	0.4159	1.395	580.6	39.13	216.7	0,378	rieur de l'enve-
3	0.291	0.4217	1.355	571.4	37.50	225.5	0.394	loppe de la roue.
4	0.288	0.4188	1.315	550.0	35.29	228.9	0.416	Id.
5	0.283	0.4123	1.335	550.5	33.33	231.9	0.421	Id.
6	0.285	0.4147	1.255	520.4	31.58	234.7	0.451	Id.
7	0.287	0.4171	1.235	519.1	29.51	233.2	0.453	Le jaillissement de
8	0.287	0.4171	1.185	494.2	27.69	232.0	0.469	l'eau cesse à très-
9	0.288	0.4256	1.165	495.8	25.71	227.6	0.459	peu près.
10	0.275	0.4098	1.135	465.1	24.65	229.9	0.494	Id.
11	0.290	0.4280	1.125	481.4	22.79	223.2	0.464	Id.
12	0.291	0.4292	1.105	474.2	20.00	205.4	0.433	Id.
13	0.290	0.4280	1.095	468.3	18.95	204.6	0.434	Id.
14	0.293	0.4316	1.095	472.5	17.30	194.2	0.411	Id.
15	0.289	0.4268	1.080	464.1	16.68	194.9	0.423	Id.

Si l'on représente graphiquement les résultats consignés dans ce tableau en prenant les nombres de tours de la roue en 1″ pour abscisses, à l'échelle de 0^{m},020 pour 0^{tour},10, et pour ordonnées les rendements correspondant à l'échelle de 0^{m},001 pour 0,10, on obtient la courbe représentée dans la figure ci-contre, qui montre que le maximum de rendement correspond à peu près à la vitesse de 0^{tour},43 à 0^{tour},45 en 1″, ou de 25 à 27 tours en 1', et atteint alors la valeur 0,48.

Au-dessous de cette vitesse, l'eau sort trop rapidement par l'extérieur de la roue, et au delà l'action de la force centrifuge

la repousse vers la circonférence, nuit à l'introduction et refoule une partie du liquide dans la cuve fixe qui entoure la roue.

Il résultait donc de ces expériences que le mouvement de l'eau dans la roue se produisait bien comme la théorie l'indiquait, mais qu'il fallait éviter d'entourer la roue sur tout son pourtour, et qu'il convenait de la dégager sur la plus grande



partie de sa circonférence, en se bornant à y faire arriver l'eau par quelques-unes seulement de ses aubes, afin que, selon la vitesse que la roue prendrait, le liquide pût toujours s'échapper librement, soit par l'intérieur, soit par l'extérieur de la roue.

328. *Dispositions adoptées à Zurich pour la construction de ces turbines.* — Les ingénieurs allemands s'étant emparés de l'idée première de M. Poncelet, ils ont fait sur les meilleures dispositions à donner à ces turbines, qu'ils ont nommées *roues tangentielles*, des expériences qui ont jeté du jour sur la question, et que nous allons analyser succinctement.

M. W. Tuppinger, ingénieur de la maison Escher Wyss et Cie, de Zurich, qui a fait construire un grand nombre de ces turbines, a cherché à reconnaître par l'expérience quel était le nombre d'orifices contigus que l'on pouvait ouvrir simultanément sans nuire à l'échappement de l'eau. A cet effet, dès 1843-44, il avait déjà reconnu, sur une roue modèle construite exprès, et d'environ $1^{m},90$ de diamètre extérieur, à laquelle il avait donné 56 aubes et disposé 5 orifices contigus convenablement tracés, qu'en n'ouvrant que 2 de ces orifices, le rende-

ment de la roue s'élevait à 0,72 ou 0,75, qu'avec un seul ou avec 3 il n'était que de 0,68 à 0,70, qu'avec 4 il descendait à 0,55, et avec 5 à 0,45.

Ce dernier chiffre, qui concorde à peu près avec le rendement obtenu dans nos expériences de 1845, au Bouchet, montre bien que le faible rendement obtenu à cette époque tenait à ce que la roue était entourée sur tout son pourtour par 24 orifices et par une enveloppe cylindrique qui s'opposait à la sortie de l'eau par la circonférence extérieure.

A la suite de ces expériences, M. Tuppinger s'est imposé pour règle de ne donner aux orifices qu'une très-faible ouverture dans le sens horizontal, afin que la veine fluide se rapprochât autant que possible des conditions indiquées par la théorie pour l'introduction de l'eau sans choc. Il limite ordinairement le nombre des orifices contigus pouvant fonctionner simultanément à 2, et en dispose deux ou trois couples symétriquement sur la circonférence.

329. *Expériences sur la turbine tangentielle de l'usine d'Ettlingen.* — La planche IX, fig. 1, 2 et 3, représente la disposition générale du moteur de l'usine d'Ettlingen, sur lequel il a été fait des expériences au frein, dont nous donnons les résultats.

Le plan (fig. 1) dans lequel l'ajutage et les vannes glissantes sont représentés montre comment on peut à volonté les manœuvrer, et fait voir qu'elles pourraient être mises en rapport avec un régulateur de la vitesse.

Les autres figures indiquent que ce genre de turbine peut, comme plusieurs autres, être adapté aux dispositions locales les plus diverses.

Mais l'on voit aussi que toutes les parties, et surtout les vannes et leur mécanisme, doivent être exécutées avec beaucoup de soin, et mises complétement à l'abri de l'introduction des corps étrangers.

Les expériences dont nous faisons connaître les résultats ont été faites en plaçant la poulie du frein sur le premier arbre de couche mené par la turbine, de sorte qu'au travail mesuré par le frein, il y aurait lieu d'ajouter celui qui avait été consommé par les frottements des tourillons et des engrenages, ce qui augmenterait le rendement brut d'environ 0,02 à 0,03.

Le tableau suivant contient les resultats des expériences exécutées, le 16 août 1857, sur la turbine de l'usine d'Ettlingen.

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES AU FREIN, EXÉCUTÉES LE 16 AOUT 1857 SUR LA TURBINE DE L'USINE D'ETTLINGEN, CONSTRUITE PAR M. TUPPINGER.

POIDS de l'eau dépensé en 1".	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en chevaux.	EFFET utile mesuré par le frein.	RENDEMENT.	NOMBRE de tours de l'arbre de couche.	OBSERVATIONS.
kil.	m.	ch.	ch.			
620	4.410	36.44	25.48	0.69	100	Les orifices étant entièrement ouverts.
620	4.400	36.76	25.48	0.69	100	
620	4.395	36.32	24.97	0.69	98	
623	4.435	36.85	25.31	0.69	97	
620	4.435	36.65	25.79	0.70	100	
602	4.400	35.34	25.53	0.70	99	
620	4.365	36.07	25.27	0.70	98	
		Moyenne.......		0.694		

La même turbine ayant fonctionné avec des ouvertures de vannes égales aux 0,75, aux 0,50 et aux 0,25 de l'ouverture totale, et les vitesses étant restées à peu près les mêmes, le rendement n'a pas sensiblement varié, ce qui constitue, pour les époques de basses eaux, un avantage assez marqué de ce récepteur sur les autres turbines, dont le rendement diminue généralement quand le volume d'eau dépensé devient beaucoup moindre qu'à l'état normal.

350. *Conséquences de ces expériences.* — L'on voit par ces résultats que le rendement des turbines de ce genre s'élèverait au moins à 0,70 du travail absolu du moteur si on le mesurait sur l'arbre même de la turbine, comme nous l'avons fait dans toutes nos expériences pour les autres récepteurs de ce genre.

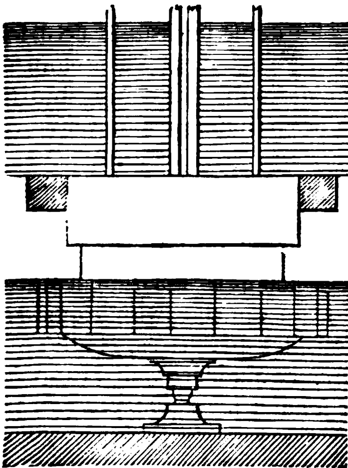
La facilité que l'on a d'en déterminer le rayon extérieur, d'après

la hauteur de chute et la vitesse de rotation que l'on veut donner à l'arbre, permet de renfermer cette vitesse dans des limites modérées.

L'on doit cependant faire remarquer que la nécessité de limiter les orifices distributeurs de l'eau à un petit nombre, et de restreindre l'épaisseur des veines fluides à $0^m,03$ ou à $0^m,04$ au plus s'oppose à ce que ces turbines soient employées pour dépenser des volumes d'eau très-considérables avec de faibles chutes. Ces turbines sont plus particulièrement applicables aux chutes de 4 à 5 mètres et au delà, avec des volumes d'eau modérés, et dans ces conditions elles doivent être classées au rang des meilleurs récepteurs hydrauliques.

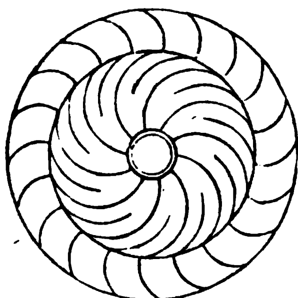
Turbine de M. Fourneyron.

331. *Des turbines de M. Fourneyron.* — Le canal qui amène l'eau sur la roue est terminé par une espèce de chambre ou réservoir, dont le fond, ordinairement en charpente, est percé d'une ouverture circulaire, dans laquelle s'ajuste et se fixe un cylindre en fonte à rebords supérieurs arrondis. Dans ce cylindre immobile, qui remplace la tête d'eau des roues ordinaires, se meut, à l'aide de trois tiges verticales, un autre cylindre servant de vanne, et garni à sa partie supérieure d'un cuir qui s'oppose aux fuites d'eau qui pourraient se faire entre son bord et la surface intérieure du cylindre fixe. Quand



cette vanne est complétement abaissée, elle repose sur un plateau en fonte fixe, et assemblé avec un long tuyau creux de même matière, qui est solidement scellé par des boulons à la charpente du plancher supérieur de la turbine, de sorte que le fond se trouve ainsi suspendu à l'extrémité du tuyau. Lorsqu'on lève la vanne, l'eau s'écoule par l'espace annulaire, qu'elle dé-

masque; mais comme elle sortirait normalement à son contour ou dans le sens des rayons, tandis que pour faciliter son entrée dans la roue il est nécessaire, pour la disposition des aubes adoptée par M. Fourneyron, de placer sur ce fond des directrices verticales, afin de l'introduire convenablement sur ces aubes, ces directrices forment autant de surfaces cylindriques à base ordinairement circulaire, qui rencontrent la circonférence intérieure de la roue sous un angle de 25° à 35°, et qui passent près du centre de la roue, mais à quelques centimètres au delà.



Le nombre de ces directrices doit être assez multiplié pour que l'ouverture horizontale des orifices qu'elles offrent à l'eau ne soit que de 0m,06 à 0m,08 au plus, et ordinairement moindre, afin que la direction donnée aux jets du liquide soit à très-peu près celle qui est fixée. Il résulte de là que toutes les directrices ne sont pas de même longueur, afin de ne pas causer de difficultés d'assemblage, et que la moitié seulement est prolongée jusqu'au noyau du plateau de fond, tandis que l'autre moitié ne s'étend à peu près que jusqu'à la circonférence moyenne de ce fond.

Cette disposition et la forme plane du fond atténuent ou annulent à très-peu près la contraction sur le fond et sur les côtés de l'orifice; et pour la diminuer sur le côté supérieur, et surtout faire en sorte que l'eau s'écoule à peu près horizontalement, l'auteur a fixé au contour intérieur du vannage cylindrique des tasseaux en bois qui s'insèrent entre les directrices, et qui sont arrondis à leurs angles inférieurs, de manière que l'eau, en s'écoulant entre les directrices, le fond et les taquets, sort en jet sensiblement horizontal.

Telles sont les dispositions principales du vannage; passons à la turbine elle-même. Elle se compose : 1° d'une couronne inférieure en fonte, présentant au dehors une surface annulaire horizontale, et intérieurement celle d'une sorte de cuvette qui s'assemble sur l'arbre de rotation; 2° d'une couronne supérieure ordinairement en fer. Entre ces deux couronnes sont assemblées les aubes en tôle, qui forment avec la circonférence

extérieure un angle d'environ 25°, et dont le nombre excède ordinairement de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{2}$ celui des courbes directrices.

L'arbre vertical traverse le tuyau porte-fond, et reçoit à sa partie supérieure la roue d'engrenage destinée à communiquer le mouvement aux machines. A sa partie inférieure il repose sur un pivot qui, par une disposition ingénieuse, est toujours alimenté d'huile, quoique plongé dans l'eau. Ce pivot est d'ailleurs supporté par un levier qui sert à relever la roue de quantités assez petites, mais suffisantes pour son ajustage.

La couronne supérieure est ordinairement placée au-dessous ou à fleur du niveau des plus basses eaux, ce qui permet, à cette époque où le volume d'eau dont on dispose est à son minimum, de faire travailler la roue sous sa plus grande chute, avantage important dans beaucoup de cas, mais qui est en partie compensé par la résistance que la roue éprouve de la part du liquide dans lequel elle se meut, et par les sujétions de construction que l'abaissement du pivot entraîne avec lui.

L'on voit par cette description succincte que la turbine de M. Fourneyron a de l'analogie avec les roues que M. Manoury-d'Ectot avait établies dès 1804, et qui recevaient l'eau sur tout le pourtour de leur surface annulaire intérieure pour la verser par tout le contour de leur surface extérieure. Mais le vannage cylindrique ainsi que la disposition générale sont l'œuvre de M. Fourneyron, qui a d'ailleurs eu le mérite de faire d'une machine imparfaite un moteur qui a rendu les plus grands services à l'industrie.

Occupons-nous maintenant des effets obtenus avec ces roues.

332. *Conditions générales des effets mécaniques.* — D'après la description précédente, on voit que l'eau entre dans ces roues ordinairement au-dessous du niveau d'aval dans la direction horizontale, et en sort à même hauteur. La quantité de travail qu'elles peuvent utiliser théoriquement se réduit donc, d'après les notations admises, à

$$Pv = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}Mu^2 - \frac{1}{2}Mw^2 = MgH - \frac{1}{2}Mu^2 - \frac{1}{2}Mw^2,$$

en appelant H la hauteur due à la vitesse d'affluence de l'eau dans la roue, et que l'on peut prendre égale à la différence des niveaux d'amont et d'aval, attendu que la disposition des orifices atténue et réduit à fort peu de chose la contraction à leur sortie.

La recherche des conditions à satisfaire pour rendre nulle la perte de force vive à l'entrée et à la sortie de l'eau, ainsi que celle des effets théoriques de la turbine, a été l'objet d'un beau mémoire de M. Poncelet, que nous reproduirons en partie dans l'un des numéros suivants, en donnant les résultats de son application à l'une des séries d'expériences exécutées sur la turbine établie à Müllbach. Nous commencerons par faire connaître les résultats de l'expérience, et les conséquences que l'on en déduit.

333. *Résultats d'expériences obtenus sur la turbine d'Inval.* — Les premières expériences publiées sont celles qui ont été exécutées par M. Fourneyron sur la turbine du tissage mécanique d'Inval, près Gisors, en 1836 (*Comptes rendus*, 2e trimestre 1836).

Dans ces expériences, la chute totale a varié de 1m,88 à 2m,20, et la turbine a toujours été noyée dans l'eau du bief inférieur. Les levées de vanne ont été successivement de 0m,091, 0m,145, 0m,200, 0m,300, 0m,345; mais on n'a exécuté qu'une seule série assez complète, la seconde, pour pouvoir reconnaître la marche des effets, quand la vitesse varie.

Le frein était placé sur l'arbre de couche auquel la turbine communiquait le mouvement, et l'expérience a montré que le rapport de l'effet utile ainsi mesuré au travail absolu dépensé par le moteur prenait les valeurs moyennes suivantes :

	m.	m.	m.	m.	m.
Levées de vanne........................	0.091	0.145	0.200	0.300	0.345
Rapport de l'effet utile au travail absolu....	0.49	0.58	0.69	0.67	0.71

On voit par ces résultats que le rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur est beaucoup plus faible pour les petites levées de vanne que pour les grandes; mais qu'une fois que ces ouvertures ont atteint les $\frac{2}{3}$ environ de la hauteur

de la turbine, qui est de 0^m,380, l'effet utile s'élève à 0,70 environ du travail absolu du moteur.

La seconde série, qui comprend onze expériences dans lesquelles le nombre de tours de l'arbre de couche a varié de 49 à 19,70 en 1', ou celui de la turbine de 32,7 à 12,75, a montré que pour les vitesses comprises entre 26,7 et 15,6 tours de la turbine en 1' le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur varie fort peu, ce qui fait voir que ces roues ont la propriété de pouvoir marcher avantageusement à des vitesses très-différentes.

D'autres expériences ont été exécutées, par une commission composée de MM. Mary, de Saint-Léger, Maniel et par M. Fourneyron, sur la même turbine, en faisant varier la chute totale et la hauteur dont le niveau d'aval s'élevait au-dessus de la couronne supérieure. On a ainsi opéré avec des

Chutes successives de...	1^m.127 à 1^m.174,	0^m.598 à 0^m.626,	0^m.293 à 0^m.317.
Hauteur dont la turbine était noyée, environ....	0^m.77,	1^m.500,	1^m.360.

Ces expériences peu nombreuses, où l'on n'a pas fait varier les charges du frein et la vitesse dans des limites assez étendues pour bien discuter la marche des effets, ont montré que le rapport de l'effet utile au travail absolu était compris entre les limites suivantes :

1re série, 0.64 à 0.77; 2e série, 0.54 à 0.71; 3e série, 0.55 à 0.62.

Frappé des résultats remarquables obtenus sur la turbine d'Inval, et désireux de les vérifier sur d'autres moteurs du même genre, en même temps que d'étudier leur marche et l'influence des divers éléments de la question, j'ai exécuté, en 1837, dans les Vosges, plusieurs séries d'expériences sur deux turbines placées dans des circonstances différentes.

334. *Expériences sur la turbine de Moussay.* — Cette turbine a 0^m,85 de diamètre extérieur, 0^m,11 de hauteur entre ses couronnes. La chute disponible est de 8^m,04, mais dans les expériences elle n'a été que de 7^m,50 environ.

Le volume d'eau dépensé était déterminé par l'observation d'un déversoir placé en amont de l'usine, et sur lequel le liquide passait avant d'arriver à la roue. Dans le calcul des résultats des

expériences faites sur la turbine de Moussay en 1837, j'ai employé, pour le coefficient m de la formule des déversoirs

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

la valeur $m = 0,405$ relative au cas où les côtés du déversoir sont très-éloignés des bords du canal ou du réservoir. Mais les expériences faites en 1835 et 1836, par M. Castel, à Toulouse, sur l'influence du rapport de la largeur du déversoir à celle du canal, et dont on a rapporté les résultats au n° 56, ayant été publiées depuis*, il y a lieu d'en tenir compte. Or le déversoir employé avait $2^m,682$ de largeur et ses bords étaient à $0^m,25$ de ceux du canal, qui avait par conséquent $3^m,182$ environ de largeur. Donc le rapport de la largeur du déversoir à celle du canal était $\frac{2,682}{3,182} = 0,84$; et, en procédant par interpolation, le coefficient de la formule des déversoirs devait être, d'après les expériences de M. Castel, n° 56, $m = 0,434$, c'est-à-dire supérieur de 0,029, ou de 7,1 pour 100 à celui que j'avais adopté dans le premier calcul des expériences.

Il y a donc lieu d'introduire cette correction dans les résultats que j'ai publiés en 1838, et cette modification est d'autant plus nécessaire que, dans les expériences récentes que j'ai eu l'occasion de faire sur d'autres turbines, j'ai tenu compte d'une correction analogue qui m'a aussi conduit à estimer la dépense plus haut de $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{10}$ qu'on ne l'aurait fait, si l'on n'avait pas eu égard à l'influence de la largeur de l'orifice de jaugeage par rapport à celle du canal d'arrivée.

335. *Jaugeage de la dépense d'eau pour les deux dernières séries.* — Nous devons ajouter que, pour les deux dernières séries d'expériences exécutées sur cette turbine, nous avons supprimé le déversoir, et calculé la dépense d'eau à l'aide des observations que nous avions faites sur l'écoulement de l'eau par les orifices distributeurs de la turbine. Nous signalerons plus loin les effets

---

* *Traité d'hydraulique* de M. d'Aubusson, 1840, pages 78 et suivantes.

assez remarquables de la vitesse de la roue sur la dépense de ces orifices. Pour le moment nous nous bornerons à dire que, connaissant d'une part la dépense réelle, calculée comme nous l'avons dit au numéro précédent, et d'une autre part la somme des aires des orifices et la charge motrice ou différence des niveaux, et par suite la dépense théorique, nous avons pu en déduire le multiplicateur de cette dernière dépense correspondant aux diverses ouvertures des vannes et vitesses de la roue. Connaissant pour certaines levées de vanne les valeurs de ces multiplicateurs, qui diminuent à mesure que la levée augmente, nous avons admis que, pour l'étendue très-limitée des variations de ces levées, on pouvait regarder le décroissement du multiplicateur comme proportionnel à la différence des levées de vanne. D'après cette base et la modification du multiplicateur de la formule des déversoirs, on est conduit à prendre pour celui de la formule de la dépense théorique des orifices de la turbine

$m = 0{,}921$ pour la levée de $0^{m},086$,

et $m = 0{,}889$ pour la levée de $0^{m},107$.

Il faut cependant reconnaître que ce mode de jaugeage n'est pas sans incertitude, et qu'il conviendra toujours mieux, quand on le pourra, de jauger directement, comme on l'a fait pour les autres séries d'expériences.

336. *Observations des données des expériences.* — La grande vitesse de la roue empêchant de compter à la vue les tours qu'elle faisait, on a disposé près d'une clef de calage une lame de ressort qu'elle venait choquer à chaque tour, et deux observateurs, guidés par le bruit, comptaient en même temps et à plusieurs reprises le nombre de tours faits en 1'.

La chute totale a été mesurée pour chaque expérience par l'observation simultanée de deux flotteurs placés l'un en amont dans la huche, et l'autre en aval dans le bassin inférieur. Ces flotteurs, gradués et repérés à des points fixes, avaient été placés dans de petites caisses et dans des lieux convenables pour mettre leurs indications à l'abri de l'influence des ondulations du niveau. Le flotteur d'aval servait aussi à déterminer la hauteur dont la couronne inférieure de la turbine était noyée.

EXPÉRIENCES FAITES EN MAI 1837 SUR LA TURBINE DU TISSAGE

NUMÉROS des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE D'EAU sur le seuil du déversoir de 2m.682 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE TOTALE.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	CHARGE DU FREIN.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.
	m.	m.	k.	m.	km.	kil.	
1	0.0500	0.179	387.9	7.091	2751	7.50	255
2	0 0490	0.179	387.9	7.056	2787	10.50	240
3	0.0465	0.179	387.9	7.160	2778	12.50	222
4	0.0500	0.184	398.6	7.255	2890	12.50	243
5	0.0500	0.1815	390.1	7.229	2812	15.50	228
6	0.0500	0.181	389.0	7.131	2773	17.50	221
7	0.0500	0.1755	274.0	6.927	2592	20.50	210
8	0.0470	0.185	399.7	7.127	2849	22.50	190
9	0.0480	0.1755	374.0	7.313	2733	25.50	190
10	0.0480	0.179	387.9	7.239	2793	27.50	178
11	0.0480	0.176	371.1	7.294	2736	30.50	168
12	0.0480	0.176	376.1	7.134	2683	32.50	163
13	0.0480	0.174	369.7	7.034	2601	35.50	153
14	0.0480	0.175	372.9	6.854	2555	37.50	152
15	0.0470	0.187	405.1	7.396	2995	40.50	146
16	0.0510	0.188	414.7	7.375	3058	42.50	152
17	0.0510	0.184	403.7	7.087	2897	47.50	135
18	0.0500	0.181	392.2	6.911	2716	52.50	108
19	0.075	0.230	560.4	7.278	4080	32.50	240
20	0.072	0.233	372.2	7.333	4194	37.50	228
21	0.079	0.235	578.7	7.105	4112	42.50	227
22	0.073	0.235	578.7	7.285	4216	47.50	207
23	0.073	0.227	551.9	7.150	3946	52.50	173
24	0.071	0.226	560.4	6.951	3895	57.50	150
25	0.071	0.228	557.2	6.986	3893	62.50	138
26	0.071	0.225	559.4	7.017	3925	67.50	120
27	0.071	0.224	548.7	7.019	3851	72.50	106
28	0.071	0.222	537.9	7.002	3767	77.50	98
29	0.071	0.224	548.7	6.994	3835	82.50	84
30	0.071	0.227	551.9	7.046	3889	87.50	76
31	0.071	»	562.6	7.522	4231	42.50	222
32	0.071	»	564.7	7.562	4269	52.50	201
33	0.071	»	564.7	7.563	4270	62.50	158
34	0.071	»	564.7	7.554	4264	72.50	130
35	0.071	»	556.2	7.554	4201	82.50	102
36	0.071	»	564.7	7.556	4264	92.50	80
37	0.086	»	660.1	7.421	4898	42.50	250
38	0.086	»	662.3	7.476	4953	52.50	220
39	0.086	»	664.4	7.484	4970	62.50	184
40	0.086	»	664.4	7.498	4982	72.50	155
41	0.086	»	664.4	7.503	8990	82.50	128
42	0.086	»	664.4	7.511	4998	92.50	108
43	0.107	»	781.2	6.779	5297	42.50	250
44	0.107	»	782.3	6.858	5367	52.50	240
45	0.107	»	784.4	6.911	5420	62.50	206
46	0.107	»	788.7	6.952	5481	72.50	169
47	0.107	»	788.7	6.950	5481	82.50	144
48	0.107	»	790.8	6.965	5505	92.50	122

MÉCANIQUE DE MOUSSAY, PRÈS SENONES (DÉPARTEMENT DES VOSGES).

VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en 1".	EFFET UTILE mesuré par le frein ou quantité du travail disponible		RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
	en kilogrammes élevés à 1m en 1".	en chevaux de 75 kilomètres.			
m.	km.	ch.		m.	
66.81	501	6.68	0.182	0.307	
62.88	659	8.78	0.241	0.302	
58.16	726	9.68	0.261	0.303	
63.67	795	10.60	0.275	0.303	
59.74	925	12.33	0.328	0.301	
57.90	1013	13.51	0.329	0.301	
55.02	1128	15.02	0.435	0.301	
49.78	1120	14.93	0.392	0.296	
49.78	1267	16.89	0.464	0.295	
46.64	1281	17.08	0.463	0.296	
44.02	1342	17.89	0.491	0.294	
42.71	1387	18.49	0.516	0.294	
40.09	1423	18.97	0.547	0.294	
39.82	1492	19.89	0.584	0.294	
38.25	1547	20.62	0.516	0.293	
39.82	1691	22.54	0.553	0.293	
35.37	1667	22.22	0.385	0.293	
29.30	1445	19.80	0.548	0.287	
62.88	2044	27.25	0.501	0.395	
59.74	2238	29.84	0.534	0.360	
59.47	2528	33.70	0.615	0.353	
54.23	2574	34.32	0.610	0.350	
45.33	2378	31.70	0.600	0.348	
39.30	2260	30.12	0.580	0.342	
36.16	2257	30.08	0.580	0.342	
31.44	2119	28.25	0.539	0.341	
27.77	2015	26.86	0.523	0.341	
25.68	1984	26.45	0.525	0.341	
22.01	1846	24.20	0.472	0.343	
19.91	1742	23.20	0.448	0.342	
58.16	2472	32.95	0.584	0.256	Dans cette série d'expériences et dans les suivantes, on a supprimé le déversoir pour pouvoir disposer de la chute ordinaire.
53.66	2765	36.86	0.649	0.256	
41.40	2587	34.49	0.607	0.255	
34.02	2466	32.88	0.581	0.264	
26.72	2204	29.39	0.524	0.264	
20.96	1939	25.85	0.454	0.282	
65.50	2784	37.11	0.568	0.352	
57.64	3024	40.32	0.611	0.342	Pour calculer le volume d'eau écoulé en 1" on a pris pour coefficient de la dépense relative aux orifices de la turbine 0.921.
48.21	3013	40.16	0.607	0.334	
40.61	2944	39.25	0.592	0.320	
37.14	2734	36.45	0.547	0.305	
28.30	2617	34.89	0.524	0.287	
65.50	2784	37.11	0.524	0.974	Pour calculer le volume d'eau écoulé en 1" on a pris pour coefficient de la dépense relative aux orifices de la turbine 0.889. On a augmenté la hauteur dont la turbine était noyée, au moyen d'un barrage placé dans le canal de fuite.
62.88	3302	44.03	0.608	0.930	
54.50	3406	45.41	0.630	0.887	
44.29	3212	42.82	0.618	0.856	
37.73	3110	41.87	0.597	0.848	
31.96	2957	39.40	0.616	0.836	

337. *Discussion et représentation graphique des résultats contenus dans ce tableau.* — Pour examiner et discuter les résultats contenus dans ce tableau, on a construit des courbes (pl. VI) dont les abscisses sont les nombres de tours faits par la roue en 1′, et dont les ordonnées représentent les rapports de l'effet utile mesuré par le frein, ou du travail disponible au travail absolu du moteur.

En faisant passer parmi tous les points, ainsi déterminés pour chaque série, des courbes, tracées de manière à représenter le mieux possible l'ensemble des résultats, on a obtenu une loi graphique continue de ces résultats, dégagée des anomalies accidentelles de l'observation. C'est d'après l'examen de ces courbes que nous allons discuter les conséquences de ces expériences.

La courbe (fig, 1, pl. VI), relative à la série où la levée de la vanne de la turbine était moyennement de $0^m,050$, montre que le maximum d'effet correspond à une vitesse de 135 tours en 1′, et qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur était égal à 0,61 environ, quoique le calcul immédiat de l'expérience correspondante ait donné 0,625. Mais on voit que, depuis la vitesse de 100 tours jusqu'à celle de 170 tours en 1′ ce rapport a toujours été compris entre 0,565 et 0,610, de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a varié que de $\frac{1}{13}$ de sa valeur moyenne 0,587.

La courbe (fig. 2), relative à la série d'expériences où la levée de la vanne de la turbine était de $0^m,071$, montre que le maximum d'effet correspond à la vitesse de 190 tours en 1′, et qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur était égal à 0,680, quoique le calcul immédiat de l'expérience ait donné 0,696. On voit aussi que, depuis la vitesse de 130 tours jusqu'à celle de 230 tours en 1′, ce rapport a toujours été compris entre 0,625 et 0,680; de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a varié que de $\frac{1}{12}$ environ de sa valeur moyenne 0,652.

La courbe (fig. 3), relative aux séries où la levée de la vanne de la turbine a été de $0^m,086$ et de $0^m,107$, qu'on a réunies pour obtenir un tracé plus exact, mais dont on a distingué les points par des signes particuliers, montre que le maximum d'effet correspond à la vitesse de 180 à 190 tours en 1′, et

qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur était égal à 0,690. On voit aussi que, depuis la vitesse de 140 tours en 1' jusqu'à celle de 230 tours en 1', ce rapport a toujours été compris entre 0,650 et 0,690; de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a varié que de $\frac{1}{17}$ de sa valeur moyenne 0,675.

Il suit évidemment de cette discussion que cette roue jouit de la propriété fort remarquable et avantageuse de marcher à des vitesses extrêmement différentes, sans que son effet utile varie notablement. Or il est important de faire ressortir tout ce que cette faculté a de précieux, surtout pour ce moteur, qui est propre à fonctionner sous l'eau.

338. *Observation sur l'avantage que présente cette roue de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes.* — Dans beaucoup de fabrications la vitesse de l'outil, et par conséquent celle du récepteur, doivent varier avec le degré d'avancement du travail, et comme il importe toujours de réaliser le maximum d'effet relatif à chaque cas, l'avantage signalé est évident pour ces usines. Mais il n'est pas moins grand pour celles où la vitesse doit rester constante, quoique la hauteur de la chute disponible puisse varier notablement, soit par l'abaissement du niveau supérieur, soit par l'exhaussement du niveau inférieur, car la vitesse de la roue correspondante au maximum d'effet dépendant de la hauteur totale de cette chute, il s'ensuivrait que pour obtenir ce maximum, il faudrait à la rigueur faire varier la vitesse de la roue avec la chute, ce que, par hypothèse, la nature de la fabrication ne permet pas. Tandis que, par la propriété qu'ont ces turbines de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes de celle qui correspond au maximum d'effe , sans que l'effet utile s'éloigne notablement de cette limite, on voit que l'on pourra toujours conserver aux outils la vitesse convenable au travail, sans perdre une partie considérable du travail moteur. On reconnaîtra par les expériences que nous rapportons plus loin, que cette constance de l'effet utile a lieu pour des chutes très-différentes de celle de Moussay, et l'on verra d'ailleurs plus loin que cette propriété est commune à plusieurs turbines.

339. *Remarque relatives aux expériences dans lesquelles la tur-*

bine a été noyée. — On observera aussi que, dans les expériences consignées au tableau précédent, le niveau des eaux d'aval s'est élevé, pour les premières séries, à 0m,300 au-dessus de la couronne inférieure de la turbine, et pour la dernière série à près d'un mètre, et que cependant l'effet utile observé dans cette dernière série n'en a pas moins été encore plus grand que dans les précédentes. Ce résultat confirme ceux qui ont été observés sur la turbine d'Inval, et montre de nouveau que ces roues peuvent marcher noyées, sans que leur effet utile soit notablement diminué par la résistance du liquide qui les entoure.

340. *Observation sur l'accroissement de l'effet utile à mesure que la levée de vanne augmente.* — Nous ferons observer que l'effet utile est notablement plus grand pour les levées de vanne qui se rapprochent de la hauteur de la turbine que pour les plus petites; mais comme cet effet s'est manifesté d'une manière plus sensible aux expériences faites à Müllbach, nous nous réservons d'en rechercher l'explication à leur sujet. Cependant on remarquera qu'à la levée de vanne de 0m,050, moitié à peu près de la hauteur de la turbine, l'effet utile est environ 0,61 du travail absolu du moteur et se rapproche beaucoup de la valeur 0,69, qu'il atteint à la levée de 0m,107.

341. *Résumé des conséquences tirées de ces expériences.* — En résumé, l'on voit :

1° Que la roue du tissage mécanique de Moussay, qui n'a que 0m,85 environ de diamètre extérieur et 0m,11 de hauteur de couronne, peut, sous la chute de 7m,50, débiter un volume d'eau de 0mc,738 et plus, et qu'elle transmet alors un effet utile net, ou un travail disponible, de plus de 45 chevaux de 75 kilogrammes élevés à 1 mètre en 1";

2° Qu'à la vitesse de 180 à 190 tours en 1', elle rend en travail disponible 0,69 du travail absolu dépensé par le moteur;

3° Que la vitesse de la roue peut varier dans des limites très-étendues, sans que l'effet s'éloigne de plus de $\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{15}$ de sa valeur maximum ;

4° Que le rapport de l'effet utile au travail dépensé ne diminue pas quand la roue est noyée par les eaux d'aval.

342. *Expériences sur la turbine de Müllbach.* — La seconde turbine sur laquelle j'ai fait des expériences est celle qui était établie au tissage mécanique de Müllbach, département du Bas-Rhin. Elle avait $1^m,90$ de diamètre extérieur, $0^m,335$ de hauteur entre les couronnes avec un diaphragme horizontal placé à $0^m,212$ au-dessus de son fond, 32 aubes et 24 courbes directrices. Elle était destinée à fonctionner sous une chute de $4^m,50$, et à produire alors un effet utile de 45 chevaux. Mais le cours d'eau étant sujet à des crues considérables, qui noient la roue en aval et diminuent la chute, le constructeur, pour obtenir alors cet effet utile de 45 chevaux, a été conduit à augmenter les dimensions de la roue au delà de ce qui eût été nécessaire en temps d'eaux moyennes ou basses.

Pendant les expériences, qui ont été exécutées avant le complet achèvement des canaux, la chute n'a été que de $3^m,75$ au plus.

Un déversoir de $5^m,014$ de largeur, dont le seuil formé par une planche de sapin de $0^m,027$ d'épaisseur, était à $0^m,50$ ou $0^m,60$ du fond et dont les côtés verticaux étaient à $0^m,70$ de chacun des bords du canal, fut établi à l'extrémité de la voûte du canal de fuite. Le canal, ayant $6^m,414$ de largeur, le rapport de la largeur du déversoir à cette dimension était

$$\frac{5^m.014}{6^m.414}=0.78,$$

D'après les expériences de M. Castel, rapportées au n° 56, on a dû prendre, pour le coefficient de la formule

$$Q=mLH\sqrt{2gH},$$

la valeur $m=0,429$ au lieu de celle de 0,41, qui avait été adoptée en 1837, mais la différence a peu d'importance.

La chambre d'eau ayant son fond et l'une de ses parois en charpente, les bois desséchés par la chaleur de la saison n'avaient pas eu le temps de se gonfler suffisamment depuis qu'elle était pleine, et il se faisait par les joints des pertes notables dont il était nécessaire de tenir compte. C'est ce que l'on a fait au commencement de chaque série d'expériences, en observant la charge d'eau qui existait sur le déversoir de jauge quand la vanne de la turbine était fermée.

Les résultats des expériences sont rapportés dans le tableau suivant :

EXPERIENCES FAITES EN JUILLET 1837 SUR LA TURBINE DU

NUMÉROS des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE D'EAU sur le seuil du déversoir de 5m.014 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE TOTALE.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	CHARGE DU FREIN.	NOMBRE DE TOURS de la roue en 1".
	m.	m.	k.	m.	km.	kil.	
1	0.050	0.174	651	3.552	2310	8.13	72.0
2	0.050	0.174	651	3.547	2311	13.13	67.9
3	0.050	0.174	651	3.560	2316	18.13	64.8
4	0.050	0.174	651	3.580	2329	23.13	63.1
5	0.550	0.174	651	3.580	2329	28.13	60.0
6	0 050	0.174	651	3.565	2316	33.13	57.6
7	0.050	0.172	639	3.555	2271	38.13	55.3
8	0.050	0.172	639	3.565	2285	43.13	53.3
9	0.050	0.172	639	3.580	2288	48.13	50.7
10	0.050	0.173	638	3.585	2295	53.13	47.6
11	0.050	0.173	638	3.621	2310	58.13	43.9
12	0.050	0.173	638	3.621	2310	63.13	40.9
13	0.050	0.173	638	3.650	2326	68.13	37.5
14	0.050	0.173	638	3.680	2356	73.13	34.25
15	0.050	0.174	651	3.703	2408	78.13	31.0
16	0.050	0.174	651	3.725	2422	83.13	28.1
17	0.050	0.174	651	3.730	2430	88.13	26.85
18	0.050	0.174	651	3.750	2322	98.13	21.7
19	0.090	0.262	1209	3.224	3900	35	75.0
20	0.090	0.253	1137	3.199	3640	50	69.0
21	0.090	0.254	1152	3.208	3696	60	65.0
22	0.090	0.250	1120	3.210	3597	70	61.6
23	0.090	0.250	1120	3.196	3579	80	59.2
24	0.090	0.250	1120	3.177	3575	90	56.0
25	0.090	0.245	1084	3.190	3458	100	52.0
26	0.090	0.241	1063	3.190	3391	110	49.2
27	0.090	0.241	1063	3.207	3400	120	45.25
28	0.090	0.241	1063	3.207	3409	130	41.0
29	0.090	0.240	1055	3.215	3386	140	37.2
30	0.090	0.240	1055	3.225	3394	150	35.0
31	0.090	0.236	1016	3.265	3308	160	32.5
32	0.090	0.236	1016	3.305	3350	170	29.5
33	0.090	0.237	1021	3.295	3338	180	27.5
34	0.150	0.354	1968	3.164	6228	20	99.5
35	0.150	0.349	1868	3.164	5910	40	92.0
36	0.150	0.345	1863	3.150	5800	60	90.0
37	0.150	0.343	1832	3.153	5969	80	83.5
38	0.150	0.342	1828	3.110	5685	100	78.5
39	0.150	0.337	1848	3.070	5675	120	73.0
40	0.150	0.331	1743	3.070	5361	140	69.0
41	0.150	0.326	1716	3.075	5280	160	63.0
42	0.150	0.322	1659	3.035	4950	180	58.25

TISSAGE MÉCANIQUE DE MÜLLBACH (DÉPARTEMENT DU BAS-RHIN).

VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en 1".	EFFET UTILE mesuré par le frein ou quantité du travail disponible. en kilogrammes élevés à 1m en 1".	en chevaux de 75 km.	RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
m.	km.	ch.		m.	
22.54	183	2.44	0.079	0.520	
21.26	278	3.70	0.120	0.520	
20.48	371	4.93	0.160	0.520	
19.75	457	6.09	0.215	0.520	
18.80	529	7.00	0.227	0.520	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m.[illegible], ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc.039 en 1", que l'on a retranchée du volume qui passait sur le déversoir pendant les expériences. C'est le poids du volume restant qui est indiqué dans la quatrième colonne.
18.05	598	7.63	0.241	0.520	
17.35	662	8.82	0.292	0.520	
16.75	722	9.62	0.316	0.520	
15.90	765	10.20	0.334	0.520	
14.90	792	10.88	0.341	0.520	
13.76	800	10.99	0.356	0.520	
12.80	808	10.77	0.351	0.520	
11.72	798	10.64	0.344	0.520	
10.73	785	10.46	0.334	0.520	
9.70	758	10.10	0.317	0.520	
8.80	732	9.75	0.301	0.520	
8.32	733	9.77	0.302	0.520	
6.80	667	8.89	0.283	0.520	
23.26	814	10.85	0.208	0.926	
21.60	1080	14.40	0.297	0.926	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m.037, ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc.064 en 1", que l'on a retranchée du volume qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
20.36	1221	16.28	0.331	0.877	
19.30	1351	18.01	0.375	0.875	
18.55	1484	19.78	0.413	0.874	
17.52	1577	21.02	0.441	0.875	
16.29	1629	21.72	0.470	0.875	
15.42	1696	22.61	0.500	0.865	
14.19	1703	22.70	0.501	0.870	
12.82	1667	22.22	0.489	0.870	
11.64	1630	21.72	0.482	0.875	
10.95	1643	21.90	0.484	0.875	
10.26	1642	21.88	0.497	0.865	Dans les quatre dernières expériences de cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m.038, ce qui correspond à une perte de 0mc.067 en 1", et dans la quarante-sixième expérience il passait en outre sur le déversoir 0mc.011 en 1". Ces volumes dépensés en pure perte ont été retranchés de celui qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
9.25	1573	20.96	0.468	0.865	
8.61	1550	20.66	0.464	0.865	
31.10	622	8.29	0.100	0.960	
29.10	1164	15.52	0.196	0.960	
28.15	1689	22.52	0.291	0.960	
26.10	2088	27.84	0.361	0.940	
24.55	2455	32.73	0.432	0.953	
28.05	3366	44.88	0.593	0.965	
21.60	3024	40.32	0.565	0.965	
19.70	3152	42.03	0.596	0.965	
18.25	3285	43.80	0.565	0.965	

SUITE DES EXPÉRIENCES FAITES EN JUILLET 1837 SUR LA TURBINE DU

NUMÉROS des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE D'EAU sur le seuil du déversoir de 5m.014 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE TOTALE.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	CHARGE DU FREIN.	NOMBRE DE TOURS de la roue en 1'.
	m.	m.	k.	m.	km.	kil.	
43	0.150	0.320	1649	3.085	5088	200	52.0
44	0.150	0.318	1633	3.085	5039	220	48.0
45	0.150	0.312	1597	3.085	4921	240	44.0
46	0.150	0.331	1728	3 380	5842	260	45.3
47	0.150	0.313	1599	3.272	5231	280	38.0
48	0.150	0.313	1589	3.400	5428	280	38.5
49	0.150	0.313	1594	3.405	5433	300	34.4
50	0.200	0.380	1599	3.020	6129	10	104.0
51	0.200	0.377	2122	3.045	6473	20	103.0
52	0.200	0.375	2119	3.080	6526	40	101.5
53	0.200	0.373	2096	3.120	6546	60	95.0
54	0.200	0.371	2085	3.170	6626	80	90.4
55	0.200	0.371	2085	3.190	6651	100	87.1
56	0.200	0.365	2041	3.203	6539	120	82.8
57	0.200	0.361	2002	3.240	6485	140	80.0
58	0.200	0.361	2002	3.255	6516	160	75.0
59	0.200	0.361	2002	3.270	6545	180	70.0
60	0.200	0.361	2002	3.305	6606	200	67.6
61	0.200	0.361	2002	3.310	6625	200	67.1
62	0.200	0.353	1959	3.310	6469	220	63.0
63	0.200	0.353	1959	3.335	6517	240	58.0
64	0.200	0.349	1896	3.306	6269	260	50.6
65	0.200	0.349	1896	3.286	6236	280	48.5
66	0.200	0.349	1896	3.321	6296	300	44.0
67	0.200	0.392	2274	3.610	8224	90	100.0
68	0.200	0.383	2178	3.650	7968	110	97.0
69	0.200	0.388	2242	3.560	7997	130	91.0
70	0.200	0.384	2179	3.475	7589	150	87.0
71	0.200	0.378	2156	3.300	7131	170	80.0
72	0.200	0.371	2075	3.250	6757	190	72.0
73	0.200	0.367	2033	3.230	6581	210	67.0
74	0.200	0.364	2022	3.358	6806	230	62.1
75	0.200	0.360	1996	3.343	6688	240	57.5
76	0.200	0.356	1949	3.393	6610	270	54.0
77	0.200	0.356	1949	3.398	6630	290	49.4
78	0.270	0.432	2640	2.290	7913	170	90.6
79	0.270	0.432	2640	3.070	8118	190	87.0
80	0.270	0.422	2555	3.170	8120	210	84.6
81	0.270	0.422	2555	3.180	8109	250	77.25
82	0.270	0.422	2555	3.310	8744	290	69.0
83	0.270	0.432	2640	3.475	9183	330	66.1
84	0.270	0.423	2558	3.390	8686	340	61.5

TISSAGE MÉCANIQUE DE MÜLLBACH (DEPARTEMENT DU BAS-REIN).

VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en 1".	EFFET UTILE mesuré par le frein ou quantité du travail disponible. en kilogrammes élevés de 1m en 1".	en chevaux de 75 km.	RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
m.	km.	ch.		m.	
16.29	3258	43.44	0.641	0.955	
15.01	3302	44.03	0.655	0.955	
13.79	3172	42.28	0.645	0.855	
14.20	3692	49.22	0 633	0.865	
11.89	3329	44.38	0.636	0.850	
12.05	3374	44.98	0.622	0.950	
10.79	3237	43.16	0.598	0.820	
32.55	326	4.34	0.053	0.890	
32.25	645	8.60	0.099	0.890	
31.75	1270	16.93	0.194	0.890	
29.70	1782	23.76	0.268	0.890	
28.25	2260	30.13	0.341	0.890	
27.15	2715	36.20	0.407	0.885	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m.037, ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc.64 en 1", que l'on a retranchée du volume d'eau qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
25.90	3108	41.44	0.474	0.885	
25.00	3500	46.66	0.540	0.885	
23 48	3757	50.09	0.577	0.885	
21.96	3942	52.56	0.604	0.880	
21.16	4232	56.42	0.641	0.880	
21.90	4200	56.00	0.635	0.870	
19.70	4334	57.78	0.671	0.870	
18.15	4356	58.08	0.669	0.870	
15.84	4118	54.91	0 656	0.884	
15.16	4245	56.59	0.680	0.884	
13.79	4137	55.16	0.659	0.884	
31.25	2813	37.50	0.341	0.640	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m.038, ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc.067 en 1', que l'on a retranchée du volume d'eau qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
30.35	3339	44.51	0.420	0.640	
28.50	3705	49.40	0.464	0.640	
27.20	4080	54.40	0.537	0.680	
25.03	4255	56.70	0.598	0.680	
22.60	4312	57.79	0.640	0.680	
20.90	4389	58.52	0.669	0.680	
19.43	4379	58.38	0.646	0.557	
18.00	4500	60.00	0.672	0.557	
16.90	4563	60.84	0.689	0.557	
15.46	4483	59.77	0.750	0.557	
28.19	4592	61.22	0.582	0.750	
27.20	5168	68.90	0.640	0.750	
27.50	5565	74.20	0.689	0.750	
24.20	6050	80.66	0.750	0.750	Même observation.
26.50	6264	83.52	0.726	0.720	
27.20	6831	91.08	0.676	0.720	
28.19	6545	87.26	0.758	0.720	

343. *Conséquences de ces expériences.* — Pour faciliter la discussion des expériences, on en a représenté graphiquement les résultats en prenant pour abscisses les nombres de tours de la roue en 1', et pour ordonnées les valeurs du rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.

La fig. 7, pl. VI, est relative à la quatrième série d'expériences. On y voit que l'effet utile s'est élevé à 0,67 ou 0,69 du travail absolu dépensé par le moteur, et qu'entre les vitesses de 34 à 72 tours en 1' il n'est pas descendu au-dessous de 0,62, de sorte qu'entre ces limites étendues il ne s'est pas écarté de plus de $\frac{1}{9}$ de sa valeur maximum.

344. *Influence des levées de vanne sur l'effet utile.* — Si l'on examine l'ensemble des expériences, on raconnaît encore ici que la grandeur de la levée de la vanne par rapport à la hauteur de la roue a une influence notable sur l'effet utile. Ainsi, en ne nous occupant que des valeurs relatives au maximum d'effet des différentes séries, on trouve les résultats suivants :

	m.	m.	m.	m.	m.
Levées de vanne..	0.050	0.090	0.150	0.200	0.270
Rapport maximum de l'effet utile au travail absolu du moteur.........................	0.36	0.50	0.66	0.68	0.75

On voit par ce rapprochement que le rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur croît avec la levée de la vanne.

Cet effet doit dépendre de deux causes distinctes. L'une est la perte de force vive que le liquide éprouve dans la roue après y être entré, et en rencontrant les tranches précédemment admises qui y sont épanouies. La différence de section, et par suite de vitesse, entre ces tranches épanouies et la veine fluide étant évidemment d'autant plus grande que la levée est plus faible, on voit que la perte de force vive, qui en résulte, doit croître à proportion lorsque la levée de la vanne diminue.

D'une autre part, la roue ayant été dans ces expériences, et devant toujours, à son état normal, être noyée dans les eaux d'aval, la résistance que le fluide oppose à son mouvement, dépend de la vitesse et des formes extérieures, et a une in-

fluence proportionnelle plus grande aux petites dépenses d'eau qu'aux grandes.

Il convient néanmoins d'ajouter que, dans ces expériences, la dépense a varié de 1500 à 2500 litres environ en 1″, et qu'entre ces limites le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur n'a éprouvé que de faibles variations.

345. *Conclusions relatives à la turbine de Müllbach.* — De l'ensemble de ces expériences on peut conclure : 1° que cette turbine de $1^m,90$ de diamètre et $0^m,335$ de hauteur peut, sous une chute de $3^m,50$ à $3^m,75$ débiter au moins $2^{mc},500$ d'eau en 1″, et qu'alors elle transmet un effet utile de 91 chevaux ; 2° qu'à la vitesse de 75 à 85 tours en 1′, avec une levée de vanne de $0^m,270$, elle rend un effet utile disponible égal à 0,750 du travail absolu du moteur ; 3° que la vitesse de la roue peut varier entre des limites très-étendues, sans que l'effet utile s'éloigne beaucoup de sa valeur maximum.

346. *Expériences de M. le lieutenant-colonel Dieu, sur la turbine établie au moulin de l'Épine.* — Les résultats que nous venons de rapporter sont d'accord avec ceux qui ont été obtenus par M. Dieu, lieutenant-colonel d'artillerie, sur la turbine du moulin de l'Épine, près Arpajon. Dans ces expériences*, bornées à une seule série, cet expérimentateur a reconnu que cette turbine qui fonctionne sous une chute moyenne de $2^m,00$, rend un effet utile égal à 0,77 du travail absolu du moteur.

347. *Rapport de la charge qui arrête la roue à celle qui correspond au maximum d'effet.* — Dans les séries d'expériences où la levée de vanne était voisine de la hauteur totale donnée aux turbines de Moussay et de Müllbach, l'on n'a pas osé pousser toujours les charges jusqu'à celles qui arrêtaient la roue, ou rendaient son mouvement irrégulier, parce qu'alors ces roues et surtout celles de Müllbach dépassaient de beaucoup la force pour laquelle elles avaient été proportionnées ; mais, d'après l'examen des cas où l'on a pu augmenter la charge jusqu'à cette limite, on croit pouvoir conclure qu'en général l'effort maximum que la roue peut exercer, soit pendant sa marche,

---

* Voir le compte rendu des séances de l'Académie des sciences, séance du 5 février 1838.

soit pour la mise en train, est au moins égal à 1,50 fois celui qui correspond à l'effet utile maximum fourni par la même levée de vanne.

348. *Influence de la vitesse de rotation de la turbine sur la dépense d'eau.* — En comparant les volumes d'eau débités par la turbine, et qui étaient déduits des observations faites au déversoir avec les vitesses de la roue, on reconnaît facilement que ces dépenses croissent notablement avec la vitesse de la roue, ce qui provient de l'action exercée par la force centrifuge. Le tableau suivant représente les valeurs du rapport de la dépense effective à la dépense théorique, déduite de la somme des aires des orifices du vannage et de la différence des niveaux d'amont et d'aval, au moyen de la représentation graphique des résultats directs des expériences.

NOMBRE de tours de la roue en 1".	RAPPORT DE LA DÉPENSE EFFECTIVE à la dépense théorique pour les levées de vanne de			
	0m.090.	0m.150.	0m.200.	0m.270.
40	0.946	0.958	»	»
50	0.988	0.901	0.762	»
60	1.020	0.941	0.777	»
70	1.040	0.974	0.798	0.738
80	»	0.997	0.820	0.753
90	»	1.012	0.849	0.780
100	»	1.025	0.878	0.802

Il convient de remarquer que le rapport des dépenses effectives aux dépenses théoriques est plus fort, à vitesse égale, pour les petites levées de vanne que pour les grandes. Cela tient à la disposition des orifices d'écoulement. On sait en effet que ces orifices, formés par le fond fixe, les directrices verticales et le coussinet en bois, qui a environ $0^m,11$ dans le sens de l'axe de la veine fluide, constituent des ajustages où il n'y a

qu'une très-faible contraction pour les faibles levées de vanne, mais que l'influence du coussinet atténue d'autant moins la contraction que la levée de vanne est plus grande, attendu que l'espèce de tuyau qu'il forme a une longeur de moins en moins considérable par rapport à sa hauteur. Il y a donc ici, dans l'écoulement par ces orifices, une complication assez grande pour obliger de rechercher directement par l'expérience le volume d'eau dépensé, au lieu de le déduire du calcul à l'aide de quelque formule.

349. *Observations sur le jaugeage de la dépense d'eau faite par les turbines.* — Lorsque le mouvement de la roue sera régulier, et à une vitesse de régime bien établie, on pourra jauger la dépense par les orifices de prise d'eau du canal d'amont, ou par l'observation de la vitesse qui s'y établit et par celle de sa section d'eau. Mais pour des expériences au frein, où la variation des charges d'une observation à l'autre produit des changements dans la vitesse et dans la dépense, et souvent des abaissements dans le niveau du réservoir, on s'exposerait à des erreurs en jaugeant le volume d'eau dépensé par le canal d'amont, qui n'a pas toujours alors le temps de parvenir à l'état de régime, il sera plus sûr de faire le jaugeage par le canal de fuite, à l'aide d'un déversoir provisoire établi à cet effet, comme on l'a pratiqué à Müllbach, ou mieux encore au moyen d'un orifice, avec charge sur le sommet, si l'on peut en établir un.

350. *Observation sur le nombre et sur la forme qu'il convient d'adopter pour les aubes des turbines Fourneyron.* — Un modeste et fort intelligent mécanicien de Tullins, M. Buisson, qui a imaginé un vannage particulier pour les turbines du système de M. Fourneyron, m'a communiqué, en 1854, les résultats de plusieurs essais entrepris avec un esprit remarquable d'observation et qu'il est bon, je crois, de faire connaître *.

---

* Ces essais sont d'autant plus remarquables qu'ils émanent d'un simple ouvrier, ancien auditeur du cours du Conservatoire, qui, en me les adressant, s'exprimait et s'excusait en ces termes naïfs et touchants : « .... Je suis un peu long à exécuter, car je n'ai point à mon service de dessinateur et de copiste, et ce n'est qu'à la veillée et aux jours des dimanches et de fêtes que je prends

Frappé des inconvénients de l'ouverture partielle des orifices d'écoulement et surtout des canaux d'évacuation de la turbine, M. Buisson s'est d'abord proposé de faire un vannage qui démasquât toujours des orifices d'une hauteur égale à celle de la turbine. A cet effet, il a partagé le fond circulaire fixe du bassin de la turbine en quatre secteurs curvilignes, et au lieu de disposer des directrices sur toute la surface de ce fond, il n'en a placé que trois par secteur formant ainsi deux orifices correspondant à peu près au tiers de l'arc du secteur, dont les deux autres tiers étaient masqués et fermés par une enveloppe cylindrique fixe. Son vannage était formé par quatre vannes cylindriques mobiles autour de l'axe vertical de la turbine et qui, en glissant sur l'enveloppe fixe, démasquaient sur toute la hauteur de la turbine des orifices d'écoulement plus ou moins grands dans le sens de la circonférence.

Il faut remarquer que, si ce dispositif ingénieux offre l'avantage de fournir aux augets de la roue le liquide moteur sur toute la hauteur de celle-ci, il a l'inconvénient de conduire à adopter des diamètres de roue plus grands que le vannage de M. Fourneyron.

M. Buisson avait aussi disposé les choses de manière à atténuer autant que possible les effets de la contraction à la sortie de l'eau des canaux directeurs, et il avait soin de ne pas noyer ses turbines à l'état normal.

Mais ce qu'il y a de plus important dans le travail de M. Buisson, ce sont ses essais sur le nombre et la forme des aubes de la turbine.

Ayant à construire une turbine de la force de 22 chevaux, il lui a successivement appliqué les formes et les nombres d'aubes indiqués dans la figure 2, pl. VIII, et rapportés ci-après:

1° 54 aubes, à raison de deux par orifice, tracées à peu près comme dans le système de M. Fourneyron, et ayant leur premier élément perpendiculaire à la circonférence intérieure de la roue;

---

mes récréations à ce travail; aussi se ressent-il d'imperfection, de la couleur de la forge et de ratures sans parler de fautes d'orthographe et de français; vous excuserez toutes ces choses à l'ouvrier qui n'en sait et n'en peut pas faire davantage . . »

2° 108 aubes de même forme;

3° 54 aubes très-concaves, dont le premier élément était à peu près dans le prolongement du dernier élément de la directrice correspondante;

4° 108 aubes de même forme que les précédentes;

5° 54 aubes dont le profil présentait la forme d'un croissant, dont la partie convexe diminuait la largeur du canal formée par leurs parties concaves, de manière à obliger en quelque sorte l'eau à remplir tout le canal et à couler à plein tuyau sans tourbillonnement;

6° 108 aubes, dont 54 comme ci-dessus, et 54 simples, partagent en deux parties égales les canaux formés par les premières;

7° 54 aubes renflées vers leur partie convexe, dans le même but que ci-dessus, mais d'une forme moins simple et moins rationnelle.

En soumettant au frein la marche de la turbine avec ses divers dispositifs, M. Buisson a déterminé le rendement de la turbine pour chacun de ces cas. Je crois toutefois qu'il a estimé le travail des frottements notablement trop haut; mais en réduisant même à moitié son estimation, ce qui est peut-être beaucoup, les rendements qu'il a obtenus sont encore assez remarquables. Ils ont en effet les valeurs suivantes :

		Rendement.
1er Cas :	54 aubes, tracé analogue à celui de M. Fourneyron............	0,575
2e Cas :	108 aubes semblables...........	0,510
3e Cas :	54 aubes concaves à peu près tangentes aux directrices.........	0,650
4e Cas :	108 aubes semblables............	0,530
5e Cas :	54 aubes en croissant...........	0,660
6e Cas :	108 aubes semblables............	0,560
7e Cas :	54 aubes renflées...............	0,700

L'on voit par ces résultats, et sans attacher d'importance à la valeur même des rendements observés :

1° Qu'il y a avantage à ne pas trop multiplier les aubes, et qu'en en employant le double du nombre des directrices, on restera dans de bonnes proportions;

2° Que les formes d'aubes qui restreignent la largeur des canaux de circulation de l'eau dans la roue, et qui par suite s'opposent à la formation des remous et aux tourbillonnements du liquide sont favorables au rendement.

Ce dernier résultat a été indiqué par M. Poncelet, qui a conseillé un dispositif analogue dans ses leçons à la Sorbonne, il y a déjà plusieurs années; mais je doute fort que M. Buisson, simple ouvrier, ait jamais entendu les leçons du savant académicien. Quoi qu'il en soit, l'expérience a confirmé les prévisions de la science et celles de l'ouvrier.

351. *Conclusion générale.* — En résumé, l'ensemble de toutes les expériences citées sur les turbines du système Fourneyron prouve :

1° Que ces roues sont aussi favorables pour les grandes chutes que pour les chutes moyennes ou petites;

2° Qu'elles transmettent aux grandes levées de vanne un effet utile net, égal à 0,70 environ du travail absolu dépensé par le moteur;

3° Qu'elles peuvent marcher à des vitesses très-éloignées en plus ou moins de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que l'effet utile s'éloigne notablement de sa valeur maximum;

4° Que ces roues étant noyées aux plus basses eaux, la hauteur plus ou moins grande à laquelle elles se trouvent au-dessous du niveau d'aval n'influe pas sensiblement sur les résultats;

5° La disposition du vannage de cette turbine permet de lui appliquer un régulateur à force centrifuge qui, en agissant convenablement sur la vanne, limite les variations de la vitesse qui

peuvent provenir de diverses causes étrangères à la marche propre du moteur.

Si l'on joint à ces propriétés précieuses sous le rapport mécanique l'avantage qu'elles offrent d'occuper peu de place, et de pouvoir être établies dans tel endroit d'une usine qu'on le veut, de marcher généralement à des vitesses bien supérieures à celles des autres roues, ce qui, dans beaucoup de cas, dispense de recourir à des transmissions de mouvement compliquées, on reconnaîtra sans doute avec nous que ces roues méritent le rang qu'elles ont pris parmi les meilleurs moteurs hydrauliques.

352. *Observation sur la hauteur et les dimensions principales de ces turbines.* — Les turbines du système qui nous occupe ont l'avantage de marcher noyées dans les eaux d'aval, ce qui est une qualité précieuse sur les cours d'eau sujets à des crues considérables et prolongées, mais à côté de laquelle se trouve un inconvénient difficile à éviter. Pour transmettre la même force en temps de crues, alors que la chute est réduite de beaucoup, qu'en temps d'eaux moyennes, où cette chute a sa valeur normale, il faut que la turbine ait la faculté de dépenser beaucoup plus d'eau dans le premier cas que dans le second, ce qui oblige à lui donner des dimensions proportionnées à cette dépense. Alors, en temps de grandes eaux, la turbine, avec sa vanne levée, à peu près en totalité, bien qu'immergée dans les eaux d'aval, fonctionne de la manière la plus avantageuse, et son effet utile s'élève à 0,70 environ du travail absolu dépensé par le moteur. Mais, en temps d'eaux moyennes, et surtout d'eaux basses, alors que la chute est à sa valeur maximum, et que le volume d'eau est au contraire à son minimum, la vanne ne peut plus être levée que d'une portion plus ou moins grande de la hauteur totale de la turbine; et l'on a vu qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur diminuait considérablement avec la proportion de la levée de la vanne à sa hauteur. Ainsi ce moteur se trouve dans des conditions moins favorables en temps de basses eaux, alors qu'on aurait besoin au contraire d'obtenir le meilleur effet possible du peu de force dont on dispose, que dans les temps de crues, où il importerait peu de dépenser beaucoup d'eau, et de n'obtenir qu'un effet moins grand par rapport au travail dépensé.

M. Fourneyron a cherché, par la multiplication des diaphragmes, à diminuer cet inconvénient, qui est d'autant plus grave qu'il y a plus de différence dans la chute et dans le volume d'eau à dépenser en temps de crues et en temps de basses eaux. Cette disposition est certainement favorable; mais jusqu'ici aucune expérience authentique n'a été publiée qui ait prouvé que ce moyen ait complétement réussi. Il serait à désirer que ce point important fût éclairci.

M. Fourneyron a proposé une autre solution qui consiste à employer deux turbines, dont l'une destinée au cas des basses eaux fonctionnerait avec la chute maximum et la dépense d'eau minimum dans les conditions les plus favorables, et l'autre pour les temps d'eaux moyennes et grandes utiliserait alors l'excédant de puissance que fournirait le cours d'eau avec une chute moindre.

Le même ingénieur a aussi introduit récemment, dans la disposition et dans la construction des turbines, des dispositions nouvelles; mais ne connaissant jusqu'à ce jour aucune expérience authentique qui permette d'estimer la valeur de ces modifications, nous nous abstiendrons d'en parler.

353. *Théorie des effets mécaniques de la turbine de M. Fourneyron.* — M. Poncelet a donné, en 1838, une théorie des effets de l'eau dans cette turbine; et, pour pouvoir l'appliquer à une partie des expériences que nous avons rapportées aux nos 221 et suiv., nous la reproduirons ici.

Nommons spécialement, pour le réservoir cylindrique de la turbine :

e, la hauteur effective des orifices d'écoulement;

a, la plus courte distance entre les directrices consécutives du liquide;

l, la distance entre les extrémités extérieures de ces directrices;

α, l'angle aigu sous lequel les filets liquides, censés perpendiculaires à a, viennent rencontrer la circonférence intérieure de la roue, ce qui donne sensiblement $a = l \sin \alpha$;

U, la vitesse inconnue et moyenne avec laquelle ces filets franchissent les orifices dont l'aire individuelle est ae;

k, le coefficient de la contraction à la sortie de ces orifices, et qui ici doit être au moins 0,95 pour les petites valeurs de e;

μ, celui qui se rapporte à l'introduction de l'eau dans l'intérieur du réservoir, et qui peut descendre à 0,60 lorsque les parois de ce dernier ne sont pas convenablement évasées;

A, l'aire des sections horizontales du réservoir;

$O = nkae$, la somme des aires contractées kae, des orifices de sortie, dont n représente le nombre;

$Q = OU$, le volume du liquide écoulé dans chaque seconde par ces orifices.

Soient pareillement pour la roue:

R' et R'', les rayons des circonférences extérieure et intérieure, dont le dernier est aussi, à très-peu près, celui du réservoir;

e', la hauteur du débouché naturel et invariable offert au liquide affluent par les canaux de circulation des aubes, hauteur qui peut néanmoins se réduire à une fraction déterminée de la distance entre les couronnes extérieures de la roue, quand il existe un ou plusieurs diaphragmes intermédiaires;

a', la plus courte distance entre deux aubes consécutives;

l' et l'', leurs intervalles mesurés respectivement sur les circonférences extérieure et intérieure;

φ, l'angle aigu formé par le jet liquide avec la première de ces circonférences, de sorte qu'on a sensiblement $a' = l' \sin \varphi$;

$O' = n'k'a'e'$, la somme des aires contractées $k'a'e'$, des orifices d'évacuation, dont n' est le nombre;

ω, la vitesse angulaire ou à l'unité de distance de l'axe;

$v' = \omega R'$ $v'' = \omega R''$, les vitesses des circonférences extérieure et intérieure;

u et u', les vitesses relatives avec lesquelles le liquide est in-

troduit dans l'intervalle compris entre les aubes voisines de la roue, et s'en échappe ensuite comme d'une espèce de canal ou ajutage conique;

β, l'angle formé par la vitesse u et la vitesse v'' prise en sens contraire.

Enfin désignons généralement par :

h et h', les hauteurs du niveau de l'eau, dans les bassins supérieur et inférieur, au-dessus du centre des orifices d'écoulement;

$H = h - h'$, la chute totale ou utile;

P, la résistance et Pv l'effet utile, mesurés au point dont la distance à l'axe est R, et la vitesse $v = \omega R$;

p, la pression atmosphérique extérieure par mètre carré;

p', celle qui a lieu dans l'espace compris entre le réservoir et la roue;

$\Pi = 1000^k$, la densité ou le poids du mètre cube du liquide;

$g = 9^m,809$, la vitesse imprimée par la pesanteur au bout de la première unité de temps de la chute des corps;

$M = \frac{\Pi}{g} Q$, la masse du liquide qui s'écoule uniformément, dans l'unité de temps, par les orifices du réservoir ou ceux de la turbine.

Observant que la perte de force vive par seconde qui s'opère à l'entrée de l'eau dans le réservoir cylindrique d'alimentation de la roue est, d'après les principes connus, mesurée par l'expression

$$MU^2 \frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2;$$

négligeant en général la résistance, ici assez faible, des parois des vases ou des différents conduits, aussi bien que la force vive due à la vitesse d'affluence de l'eau dans le bassin supérieur, et qui est ordinairement très-petite par rapport à celle qui a lieu

dans le réservoir même de la turbine, l'équation du mouvement permanent du liquide, depuis son entrée dans le réservoir jusqu'à sa sortie par les orifices O, sera

$$\mathrm{MU}^2\left[1+\frac{\mathrm{O}^2}{\mathrm{A}^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2\right]=2\mathrm{M}gh+2\mathrm{M}g\left(\frac{p}{\Pi}-\frac{p'}{\Pi}\right),$$

ou, en divisant par M, et posant, pour abréger,

$$\frac{\mathrm{O}^2}{\mathrm{A}^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2=\mathrm{K},\quad \mathrm{U}^2(1+\mathrm{K})=2gh+2g\left(\frac{p}{\Pi}-\frac{p'}{\Pi}\right),$$

on aura ainsi, pour déterminer la hauteur de pression dans l'espace compris entre le réservoir et la roue, quand U sera connu,

$$\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}=h-\frac{\mathrm{U}^2}{2g}(1+\mathrm{K}).$$

Pour obtenir l'équation qui se rapporte au mouvement circulaire de l'eau dans l'intérieur de la roue, on remarque d'abord que la vitesse relative u, avec laquelle cette eau tend, au premier instant, à s'introduire dans l'intervalle compris entre les aubes, est donnée par la relation

$$u^2=\mathrm{U}^2+v''^2-2\mathrm{U}v''\cos\alpha=\frac{\mathrm{O}'^2}{\mathrm{O}^2}u'^2+v''^2-2\frac{\mathrm{O}'}{\mathrm{O}}v''\cos\alpha.u',$$

attendu qu'on a $\mathrm{Q}=\mathrm{OU}=\mathrm{O}'u'$, et que U doit être la résultante de u et de v''.

Admettant ensuite, ce qui a effectivement lieu dans la turbine Fourneyron, que la direction des aubes soit, sinon rigoureusement, du moins très-sensiblement perpendiculaire à la circonférence intérieure de la roue, on décomposera la vitesse relative u en deux autres : l'une $u\cos\beta$, dirigée dans le sens de cette circonférence, et qui donne lieu à une première perte de force vive mesurée par

$$\mathrm{M}u^2\cos^2\beta\,;$$

l'autre $u\sin\beta$, dont l'excès sur la vitesse moyenne ou de régime que l'eau tend à prendre, dans les canaux de circulation de la roue, un peu au delà de leur entrée, donne lieu à une seconde perte de force vive, qu'on évaluera approximativement, en ob-

servant que, $k'a'e'u'$ étant la dépense qui se fait en une seconde par l'orifice d'évacuation de chacun de ces canaux, la vitesse moyenne dont il s'agit a pour mesure, dans l'hypothèse du parallélisme des filets, et attendu que $e'l''$ peut être pris sensiblement pour l'aire de la section à l'entrée des canaux, et que l' et l'' sont proportionnels à R' et R'',

$$\frac{k'a'e'u'}{e'l''} = \frac{k'a'}{l'}\frac{R'}{R''}u' = k'\frac{R'}{R''}\sin\varphi u';$$

le coefficient numérique k' pouvant servir en même temps à corriger l'erreur que l'on commet en supposant le parallélisme des filets établi dans la section $e'l''$, qui est évidemment trop forte, et φ représentant ici, redisons-le, non pas l'angle du dernier élément des aubes avec la circonférence extérieure de la roue, mais bien celui du filet moyen ou central de la veine sortant avec cette même circonférence.

La perte de vitesse à l'entrée, et dans le sens de l'axe des canaux, aura donc pour expression

$$u\sin\beta - k'\frac{R'}{R''}\sin\varphi u';$$

ce qui donne pour la perte correspondante de force vive, par seconde et sur le pourtour entier de la roue, l'expression

$$M\left(u\sin\beta - k'\frac{R'}{R''}\sin\varphi u'\right)^2,$$

et pour la perte de force vive totale à l'entrée de l'eau dans les canaux

$$M\left[u^2 \text{aos}^2\beta + \left(u\sin\beta - k'\frac{R'}{R''}\sin\varphi . u'\right)^2\right]$$

$$= M\left(u^2 + k'^2\frac{R'^2}{R''^2}\sin^2\varphi . u'^2 - 2k'\frac{R'}{R''}\sin\beta . u\sin\varphi . u'\right).$$

Mais, attendu que le premier élément de l'axe de ces canaux est ici supposé perpendiculaire à la circonférence intérieure de

la roue* ou à la direction de v'', et que U est la résultante de v'' et de u, on a nécessairement

$$u \sin\beta = U \sin\alpha = \frac{O'}{O} \sin\alpha . u',$$

ce qui donne pour la nouvelle expression simplifiée de la perte de force vive à l'entrée dans la roue

$$M\left(u^2 + k'^2 \frac{R}{R''^2} \sin^2\varphi\, u'^2 - 2k' \frac{R'}{R''} \sin\varphi \frac{O'}{O} \sin\alpha . u'^2\right),$$

où, en posant pour abréger,

$$k' \frac{R'}{R''} \sin\varphi = b, \quad \frac{O'}{O} \sin\alpha = c, \quad M(u^2 + b^2 u'^2 - 2bcu'^2).$$

D'après cela, l'équation du mouvement relatif dans l'intérieur de la roue, en ayant égard à l'action de la force centrifuge qui développe, par seconde, une quantité de travail mesurée par $\frac{1}{2}M(v'^2 - v''^2)$, sera

$$Mu'^2 = Mu^2 + M(v'^2 - v''^2) + 2gM\left(\frac{p'}{\Pi} - \frac{p}{\Pi}\right) - 2gMh' - M(u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2),$$

ou, en divisant par M, remplaçant $\frac{p'}{\Pi} - \frac{p}{\Pi}$ par sa valeur trouvée ci-dessus, et se rappelant que $h - h' = H$, $U = \frac{O'}{O} u'$,

$$u'^2 = v'^2 - v''^2 + 2gH - \left[(1+K)\frac{O''^2}{O^2} b^2 - 2bc\right] u'^2.$$

---

* S'il formait avec elle, du côté de la vitesse v'', un angle quelconque γ, l'expression de la perte de force vive deviendrait

$$M\left\{ u^2 + k'^2 \frac{R'^2}{R''^2} \frac{\sin^2\varphi}{\sin^2\gamma} u'^2 - 2\left[\frac{O'}{O} \cos(\gamma - \alpha) u' - v'' \cos\gamma\right] k \frac{R'}{R''} \frac{\sin\varphi}{\sin\gamma} u' \right\};$$

ce qui introduirait, dans les équations, un terme en u', qui les compliquerait un peu plus, et auquel il sera ainsi facile d'avoir égard dans la recherche des conditions relatives au maximum d'effet absolu.

De là on tire, pour déterminer la vitesse u', en posant de nouveau, afin d'abréger le nombre

$$(1+K)\frac{O^2}{O'^2}+b^2-2bc=i,$$

$$u'=\sqrt{\frac{2gH+v'^2-v''^2}{1+i}}=\sqrt{\frac{2gH+\omega^2(R'^2-R''^2)}{1+i}},$$

et partant, pour calculer la vitesse et la dépense de liquide à la sortie du réservoir cylindrique de la turbine,

$$U=\frac{O'}{O}u'=\frac{O'}{O}\sqrt{\frac{2gH+\omega^2(R'^2-R''^2)}{1+i}},$$

$$Q=OU=O'\sqrt{\frac{2gH+\omega^2(R'^2-R''^2)}{1+i}}$$

formules qui montrent que cette vitesse et cette dépense peuvent surpasser celles qui seraient dues à la différence H des niveaux, et qu'elles croissent en général avec la vitesse angulaire de la roue, conformément au résultat des expériences sur la turbine de Müllbach.

Mettant d'ailleurs la valeur de U, qui vient d'être trouvée, dans l'expresssion de $\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}$, on aura

$$\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}=h-\left(\frac{1+K}{1+i}\right)\frac{O'^2}{O^2}\left[H+\omega^2\frac{(R'^2-R''^2)}{2g}\right];$$

ce qui montre que la pression, dans l'espace compris entre la roue et le réservoir, diminue rapidement à mesure que la vitesse angulaire ω augmente, et qu'elle peut même devenir inférieure à la pression atmosphérique $\frac{p}{\Pi}$ quand la condition

$$h<\left(\frac{1+K}{1+i}\right)\frac{O'^2}{O^2}\left[H+\omega^2\frac{(R'^2-R''^2)}{2g}\right]$$

se trouve naturellement remplie.

Enfin le principe des forces vives donnera également, pour

calculer l'effet utile ou la quantité de travail transmises à la roue, abstraction faite des résistances passives,

$$Pv = MgH - \frac{1}{2}M(u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2) - \frac{1}{2}M(u'^2 + v'^2 - 2v'\cos\varphi u'),$$

attendu que $u'^2 + v'^2 - 2v'\cos\varphi u'$ représente le carré de la vitesse absolue conservée par le liquide à sa sortie de cette roue.

Mais il est à remarquer qu'ici les valeurs de M et de MgH, qui représentent la masse de liquide écoulée par seconde, et le travail moteur ou l'effet absolu qui s'y rapporte, ne sont point indépendants de la vitesse angulaire ω de la roue, de sorte qu'il ne conviendrait pas non plus de supposer ces valeurs constantes, comme on le fait ordinairement dans la recherche du maximum d'effet; c'est pourquoi on se contentera de considérer simplement le maximum même du rapport de ces effets, lequel exprime l'avantage retatif de la roue, ou ce qu'on appelle quelquefois son *rendement*, dans la pratique.

Comme on a d'ailleurs

$$u^2 = \frac{O'^2}{O^2}u'^2 + v''^2 - 2v''\frac{O'}{O}\cos\alpha \,.\, u',$$

l'équation qui donne ce rapport sera, en divisant l'expression ci-dessus de Pv par MgH,

$$\frac{Pv}{MgH} = 1 - \frac{v'^2 + v''^2}{2gH} - \left(1 + \frac{O'^2}{O^2} + b^2 - 2bc\right)\frac{u'^2}{2gH}$$

$$+ 2\left(v'\cos\varphi + v''\frac{O'}{O}\cos\alpha\right)\frac{u'^2}{2gH}.$$

Observant en outre qu'on a

$$i = (1 + K)\frac{O'^2}{O^2} + b^2 - 2bc, \quad u'^2 = \frac{2gH + v'^2 - v''^2}{1 + i},$$

remplaçant v' et v'' par $\omega R'$ et $\omega R''$, il viendra, toutes réductions faites,

$$\frac{Pv}{MgH}=\frac{K}{1+i}\frac{O^2}{O'^2}+\left[\frac{K}{(1+i)}\frac{O'^2}{O^2}\ [\text{illegible}]\,{}^2-R''^2)-2\ {}'^2\right]\frac{\omega^2}{2gH}$$

$$+2\frac{\left(R'\cos\varphi+R''\frac{O'}{O}\cos\alpha\right)}{\sqrt{1+i}}\sqrt{\frac{\omega^2}{2gH}+(R'-R'')\frac{\omega^4}{4g^2H^2}}.$$

Pour déduire de là les conditions du maximum d'effet, il faudra successivement faire varier, dans cette expression, les quantités qu'on peut considérer comme indéterminées dans l'établissement de la roue, en faisant attention que le nombre

$$i=(1+K)\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc=(1+K)\frac{O'^2}{O^2}+\frac{R''^2}{R'^2}\sin^2\varphi-2\frac{O'}{O}\frac{R'}{R''}\sin\varphi\sin\alpha,$$

est lui-même fonction de quelques-unes d'entre elles.

En se bornant ici à ce qui concerne particulièrement la vitesse angulaire ω, ou plutôt le rapport de la vitesse $v'=\omega R'$ à celle $\sqrt{2gH}$ qui est due à la chute disponible du cours d'eau, rapport qui entre seul dans l'expression de celui des effets, on posera de nouveau, afin d'abréger,

$$\frac{K}{1+i}\frac{O'^2}{O^2}=B,\quad 2-\frac{K}{1+i}\frac{O'^2}{O^2}\left(1-\frac{R''^2}{R'^2}\right)=C,\quad \frac{\cos\varphi+\frac{OR''}{O\,R'}\cos\alpha}{\sqrt{1+i}}=D,$$

$$1-\frac{R''^2}{R'^2}=E,\qquad \frac{\omega^2R'^2}{2gH}=x,\qquad \text{ou}\qquad v'=\omega R'=\sqrt{2gHx},$$

quantités qui, dans le problème dont on s'occupe, sont toutes essentiellement positives.

L'expression du rapport devenant ainsi, en général,

$$\frac{Pv}{MgH}=B-Cv+2D\sqrt{x+Ex^2},$$

on trouvera sans difficulté, pour la condition du maximum relatif de ce rapport,

$$x \text{ ou } \frac{\omega^2 R'^2}{2gH} = -\frac{1}{2E} + \frac{1}{2E}\sqrt{\frac{C^2}{C^2-4D^2E}};$$

et pour la valeur même de ce maximum

$$\frac{Pv}{MgH} = B + \frac{C}{2E} - \frac{1}{2E}\sqrt{C^2-4D^2E}.$$

Cette dernière expression ne contenant ni H, ni h' ou h, on voit que la turbine Fourneyron doit, entre certaines limites de vitesse et abstraction faite des résistances passives plus ou moins grandes qu'elle éprouve, fonctionner avec un égal avantage sous toutes les hauteurs de chute, propriété qui est confirmée à l'avance par le résultat des expériences connues.

La valeur du rapport

$$\frac{\omega R'}{\sqrt{2gA}},$$

qui correspond au maximum d'effet relatif, fait voir en outre que ce rapport doit être sensiblement indépendant des circonstances dont il s'agit, et qu'il n'est, ainsi que le précédent, susceptible de varier qu'avec les proportions mêmes de la machine, l'inclinaison des courbes directrices du réservoir, celle des aubes de la roue et l'ouverture des orifices d'écoulement, conformément encore à ce qui est indiqué par l'expérience.

354. *Application de la théorie précédente.* — Pour reconnaître si la théorie que l'on vient de reproduire représente effectivement les circonstances du mouvement et de l'effet de l'eau dans cette turbine, nous prendrons pour exemple la quatrième série des expériences exécutées sur la turbine de Müllbach, parce que la levée de vanne y était de $0^m,200$, et à peu près égale à la hauteur $0^m,212$ du premier compartiment.

D'après le relèvement que j'ai fait des dimensions de cette turbine, on a, pour ce calcul, les données suivantes :

$e = 0^m,200$, $a = 0^m,063$, $l = 0^m,172$, $\alpha = 34°30'$, $k = 0,80$.

attendu qu'il n'y a pas de contraction sur le côté inférieur des orifices distributeurs, que les côtés verticaux convergent un peu l'un vers l'autre, et que le coussinet en bois fixé à la vanne atténue la contraction sur le côté supérieur.

$$\mu = 0{,}60, \quad A = 3{,}1416\,(0^{m},66)^2 = 1^{mq},3685, \quad n = 24,$$

$$O = nkae = 24 \times 0{,}80 \times 0^{m},063 \times 0^{m},200 = 0^{mq},24192.$$

Ce qui donne, pour le rapport de la somme des aires de passage par les orifices distributeurs, à la section du réservoir, la valeur

$$\frac{O}{A} = \frac{0^{mq},24192}{4^{mq},3685} = 0{,}1769 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{5{,}6} \text{ environ.}$$

$$R' = 0^{m},95, \; R'' = 0^{m},686, \; \frac{R''}{R'} = 0{,}722, \; e' = 0^{m},212, \; a' = 0^{m},046,$$

$$l' = 0^{m},180, \; l'' = 0^{m},120, \; \varphi = 25^{\circ}30', \; n' = 32, \; k' = 0{,}95,$$

attendu qu'il n'y a contraction, ni sur le côté supérieur, ni sur le côté inférieur de l'orifice, et que les côtés verticaux forment une buse assez allongée, on en déduit

$$O' = n'k'a'e' = 32 \times 0{,}95 \times 0^{m},046 \times 0^{m},212 = 0^{mq},29646;$$

ce qui donne

$$\frac{O'}{O} = \frac{0^{mq},29646}{0^{mq},24192} = 1{,}225,$$

et montre que, pour cette série, la somme des aires des orifices de distribution et celle des aires des orifices d'évacuation n'étaient pas égales.

On fera remarquer que la somme O' des aires des orifices d'évacuation étant plus grande que celle O des orifices de distribution des directrices, et l'action de la force centrifuge tendant à accélérer le mouvement de l'eau, pendant qu'elle traverse la roue, il s'ensuit que l'eau n'éprouvait aucune gêne pour sortir de la roue et qu'ainsi elle satisfaisait à ce que l'on a, pour d'autres turbines plus récentes, appelé la condition de la *libre déviation*. Si, de plus, on se rappelle que dans cette turbine le volume d'eau dépensé croît avec la vitesse, ce

qui indique que la pression $\frac{p'}{\Pi}$ qui a lieu entre la roue et les directrices diminue quand la vitesse augmente, on reconnaîtra que dans cette turbine l'eau circule très-librement une fois qu'elle y est entrée.

Des données précédentes on déduit d'abord,

$$K=\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2=\left(\frac{0^{mq},24192}{1^{mq},3685}\right)^2\left(\frac{1}{0,60}-1\right)^2=0,013909,$$

ce qui montre que ce terme relatif à la perte de force vive, au passage du réservoir général, dans le tuyau vertical, est assez faible, par suite des proportions adoptées.

On a ensuite

$$b=k'\frac{R'}{R''}\sin\varphi=0,950\frac{0^m,950}{0^m,686}\sin 25^\circ 30'=0,56638,$$

$$c=\frac{O'}{O}\sin\alpha=\frac{0^{mq},29646}{0^{mq},24192}\sin 34^\circ 30'=0,694102,$$

$$i=(1+K)\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc=1,057124,$$

$$1+i=2,057124,\quad \sqrt{1+i}=1,43425,\quad R'^2-R''^2=0,431904,$$

et, par suite, l'expression de la vitesse avec laquelle l'eau sort de la roue devient

$$u'=\sqrt{\frac{2gH+\omega^2(R'^2-R''^2)}{1+i}}=0,69728\sqrt{2gH+0,431904\,\omega^2},$$

et celle du volume d'eau dépensé en 1''

$$Q=O'\sqrt{\frac{2gH+\omega^2(R'^2-R''^2)}{1+i}}=0,206701\sqrt{2gH+0,431904\,\omega^2}.$$

La vitesse angulaire se déduit de l'observation du nombre n_1 de tours faits par la turbine en 1', et que l'on trouve au tableau du n° 336; elle est donc

$$\omega=\frac{6,2832}{60}n_1=0,10472\,n_1.$$

En appliquant cette formule à toutes les expériences de cette quatrième série, on obtient les résultats suivants :

NUMÉROS des expériences au tableau général.	Chute totale H.	Nombre de tours en 1" n_1.	VALEURS de $2gH$.	VALEURS de $\omega^2(R'^2-R''^2)$.	DÉPENSE D'EAU en 1". effective.	DÉPENSE D'EAU en 1". théorique.	DIFFÉRENCE de ces dépenses.	RAPPORT de cette différence à la dépense effective.
	m.				kil.	kil.	kil.	
50	3.020	104.0	59.245	51.229	2178	2173	—5	$\frac{1}{436}$
51	3.045	103.0	59.736	50.248	2157	2168	+11	$\frac{1}{196}$
52	3.080	101.5	60.422	48.795	2148	2160	+12	$\frac{1}{179}$
53	3.120	95 0	61.207	42.746	2125	2108	—17	$\frac{1}{125}$
54	3.170	90.4	62.188	38 706	2115	2076	—39	$\frac{1}{54}$
55	3.190	87.1	62.580	35.932	2115	2052	—63	$\frac{1}{34}$
56	3.203	82.8	62.835	32.472	2070	2018	—52	$\frac{1}{40}$
57	3.240	80.0	63.561	30.313	2030	2003	—27	$\frac{1}{75}$
58	3.255	75.0	63 855	26 642	2030	1966	—64	$\frac{1}{32}$
59	2.270	70.0	64.149	23.208	2030	1932	—98	$\frac{1}{20.7}$
60	3.305	67.6	64.836	21.644	2030	1922	—108	$\frac{1}{18.8}$
61	3.310	67.1	64.934	21.325	2030	1920	—110	$\frac{1}{18.5}$
62	3.310	63.0	64.934	18.798	1986	1891	—95	$\frac{1}{20.9}$
63	3.335	58 0	65 425	15.933	1986	1864	—122	$\frac{1}{16.3}$
64	3.306	50.6	64.856	12.127	1923	1814	—109	$\frac{1}{17.7}$
65	3.286	48.5	64.464	11.141	1923	1797	—126	$\frac{1}{15}$
66	3 321	44.0	65 150	9.170	1923	1782	—147	$\frac{1}{13.0}$

On voit par l'examen de ce tableau que les résultats de la formule sont en général un peu inférieurs à ceux de l'expérience, mais qu'ils ne s'en écartent, aux vitesses voisines de celle qui correspond au maximum d'effet, qui est de 55 à 60 tours, que de $\frac{1}{17}$ à $\frac{1}{22}$, ce qui offre pour la pratique un degré d'exactitude bien suffisant. Il serait d'ailleurs facile d'obtenir un degré d'approximation plus grand, en augmentant un peu le coefficient k, que l'on a pris égal à 0,80, et en le portant à 0,82 environ.

A l'aide de cette formule, et pour des levées voisines de

$0^m,200$, on pourrait donc calculer la dépense d'eau par les orifices distributeurs; et pour des levées différentes, on devra augmenter la valeur adoptée du coefficient k pour les levées plus faibles, sans dépasser 0,90, et le diminuer jusqu'à 0,75 environ, pour les levées plus fortes.

En continuant ces calculs on trouve

$$B = \frac{K}{1+i}\frac{O'^2}{O^2} = \frac{0,013909}{2,057124}\left(\frac{0^{mq},29646}{0^{mq},24192}\right)^2 = 0,010154,$$

$$C = 2 - \frac{K}{1+i}\frac{O'^2}{O^2}\left(1 - \frac{R''^2}{R'^2}\right) =$$

$$= 2 - \frac{0,013909}{2,057124}\left(\frac{0^{mq},29646}{0^{mq},24192}\right)^2\left(1 - \frac{0^m,686^2}{0^m,950^2}\right) = 1,995141,$$

$$D = \frac{\cos\varphi + \frac{O'}{O}\frac{R''}{R'}\cos\alpha}{\sqrt{1+i}} =$$

$$= \frac{0,9025850 + \left(\frac{0^{mq},29646}{0^{mq},24192}\right)\frac{0^m,686}{0^m,950}\,0,824126}{\sqrt{2,057124}} = 1,1377,$$

$$E = 1 - \frac{R''^2}{R'^2} = 1 - \frac{0^m,686^2}{0^m,950^2} = 0,478564.$$

Et, par la substitution de ces valeurs, la formule qui donne le rapport de l'effet théorique au travail absolu du moteur devient pour cette série

$$\frac{Pv}{MgH} = 0,010154 - 1,995141\,x + 2,27554\sqrt{x + 0,478564x^2}.$$

Pour comparer cette expression du rendement théorique de la turbine de Müllbach aux rendements observés à différentes vitesses et déduits des expériences rapportées plus haut, nous n'avons pas cherché à résoudre cette équation par rapport à la valeur de x, mais nous avons eu recours à des constructions graphiques d'un usage facile et propres à bien montrer aux

yeux la marche relative des résultats de la théorie et de ceux de l'expérience.

A cet effet, en donnant successivement au rapport $x=\frac{\omega^2R'^2}{2gH}$ du carré de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue au carré de la vitesse due à la hauteur de chute des valeurs croissantes par dixièmes, depuis $x=0$, $x=0,10$, jusqu'à $x=2,0$, on trouve, pour le rapport $\frac{Pv}{MgH}$, les valeurs suivantes :

VALEURS DE			
$x=\frac{\omega^2R'^2}{2gH}$	$\frac{Pv}{MgH}$	$x=\frac{\omega^2R'^2}{2gH}$.	$\frac{Pv}{MgH}$.
0.10	0.547	1.10	0.764
0.20	0.676	1.20	0.744
0.30	0.744	1.30	0.720
0 40	0.783	1.40	0.696
0.50	0 804	1.50	0.670
0.60	0.814	1.60	0.642
0.70	0.813	1.70	0.614
0.80	0.808	1.80	0.584
0.90	0.797	1.90	0.553
1.00	0.782	2.00	0.522

En construisant ensuite deux courbes (Pl. VI, fig. 21), dont les abscisses soient les valeurs de x, et dont les ordonnées soient pour l'une les valeurs du rapport de l'effet utile réel, mesuré par le frein au travail absolu du moteur, et l'autre celles du rapport de l'effet utile théorique au travail absolu du moteur, on voit que ces deux courbes sont de même forme et marchent dans le même sens, mais que les ordonnées de la seconde, celle des effets théoriques, surpassent toujours les

ordonnées de la première, et d'une quantité qui croît rapidement avec la vitesse.

Cette comparaison m'a conduit à rechercher si la différence de l'effet théorique à l'effet utile réel ne proviendrait pas en très-grande partie de la résistance que l'eau oppose au mouvement de la roue, ou plus généralement de quelque autre cause dont l'effet serait proportionnel au carré de la vitesse. C'est ce que le tracé des courbes précédentes m'a permis d'examiner avec le degré d'exactitude que comportent ces études.

En effet, la différence entre les ordonnées des deux courbes donnait la fraction du travail absolu du moteur qui était absorbée par ces causes, dont la théorie précédente n'avait pas tenu compte : il était donc facile de calculer la quantité de travail qu'elles consommaient, et que nous appelons T.

Cela fait, on a pris les valeurs de $(\omega R)'^2$ ou des carrés des vitesses de la circonférence extérieure de la roue pour abscisses, et les valeurs ainsi déterminées du travail T pour ordonnées, et l'on a recherché quel était le lieu géométrique de tous les points ainsi obtenus.

Les résultats du calcul et les éléments de cette construction, pour la quatrième série, sont consignés dans le tableau suivant.

Numéros des expériences au tableau général.	Valeurs de $x = \frac{\omega^2 R'^2}{2gH}$.	Rapport du travail des résistances au travail absolu d'après le tracé.	Travail absolu du moteur MgH.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.	Travail consommé par les résistances T.	Valeurs de 2gH.	Valeurs de $\omega^2 R'^2$.
			km.		km.		
66	0.303	0.057	6017	0.659	343.0	65.1501	19.161
65	0.355	0.090	5960	0.680	536.4	64.4635	23.877
64	0.476	0.125	5991	0.656	748.9	64.8558	25.340
63	0.505	0.132	6228	0.669	822.1	65.4247	33.301
62	0.603	0.155	6182	0.671	958.2	64.9348	39.372
61	0.682	0.175	6331	0.635	1107.9	64.9343	44.561
60	0.752	0.193	6313	0.641	1218.4	64.8362	45.227
59	0.753	0.193	6255	0.604	1207.2	64.1495	48.496
58	0.865	0.222	6227	0.577	1382.4	63.8553	55.671
57	0.988	0.265	6198	0.540	1642.4	63.5610	63.341
56	1.072	0.290	6249	0.474	1812.8	62.8352	67.853
55	1.190	0.325	6357	0.407	2066	62.5802	75.083
54	1.286	0.355	6332	0.341	2247.8	62.2878	80.880
53	1.450	0.407	6256	0.268	2546.2	61.2071	89.321
52	1.675	0.480	6237	0.194	2993.7	60.4222	101.962
51	1.745	0.500	6186	0.099	3093.0	59.7219	104.999
50	1.810	0.520	5857	0.053	3045.6	59.2452	107.047

Si maintenant l'on prend (Pl. VI, fig. 22) les valeurs de ($\omega R'^2$) pour abscisses, et celles du travail résistant T pour ordonnées, on reconnaît que le lieu de tous les points ainsi déterminés est une ligne droite qui passe à peu près par l'origine, ce qui indique que ce travail résistant est proportionnel au carré de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue.

L'équation de cette droite est $T = 26.5\omega^2 R'^2$, ce qui montre que ce travail résistant provient du mouvement giratoire imprimé à la masse d'eau dans laquelle tourne la roue ou d'autres pertes de force vive non évaluées.

En retranchant donc du second nombre de l'équation théorique, donnée par M. Poncelet, un terme de la forme

$$26,5\,\frac{\omega^2 R'^2}{MgH},$$

on aura, pour exprimer l'effet utile réel de cette roue, la relation

$$\frac{Pv}{MgH}=0,010159-1,995138x+2,35154\sqrt{x+0,478564x^2}-\frac{26,5\omega^2 R'^2}{MgH}.$$

Si, pour généraliser l'expression du terme relatif au carré de la vitesse, nous admettons que la résistance, dont il représente le travail, soit proportionnelle à la surface mouillée de la roue, pour laquelle nous prendrons seulement le cylindre vertical qui comprend les aubes, parce que c'est évidemment cette partie qui éprouve la plus grande résistance, nous pourrons poser la relation

$$26,5\omega^2 R'^2 = KS\,(\omega R')^2,$$

de laquelle, en faisant la surface S exposée à la résistance égale à

$$S = 6,2832 \times 0^{m},95 \times 0^{m},335 = 1^{mq},9996,$$

on tirera

$$K=\frac{26,591}{1,9996}=13,25;$$

de sorte que, pour cette turbine, l'expression du travail résistant cherché devient

$$13,25\,S\omega^2 R'^2,$$

et l'équation générale, qui donnera le rapport de l'effet utile réel au travail absolu du moteur, sera

$$\frac{Pv}{MgH}=B-Cx\times 2D\sqrt{x+Ex^2}-13,25\,S\,\frac{\omega^2 R'^2}{MgH}.$$

La discussion précédente montre que la théorie rend très-bien compte des effets de l'eau dans cette turbine, et qu'à l'aide de l'introduction d'un terme relatif à la résistance que l'eau oppose à son mouvement, et pour la détermination plus exacte duquel il faudrait pouvoir discuter des expé-

riences faites sur plusieurs moteurs de ce genre, on pourra parvenir à une formule pratique propre à en représenter l'effet utile.

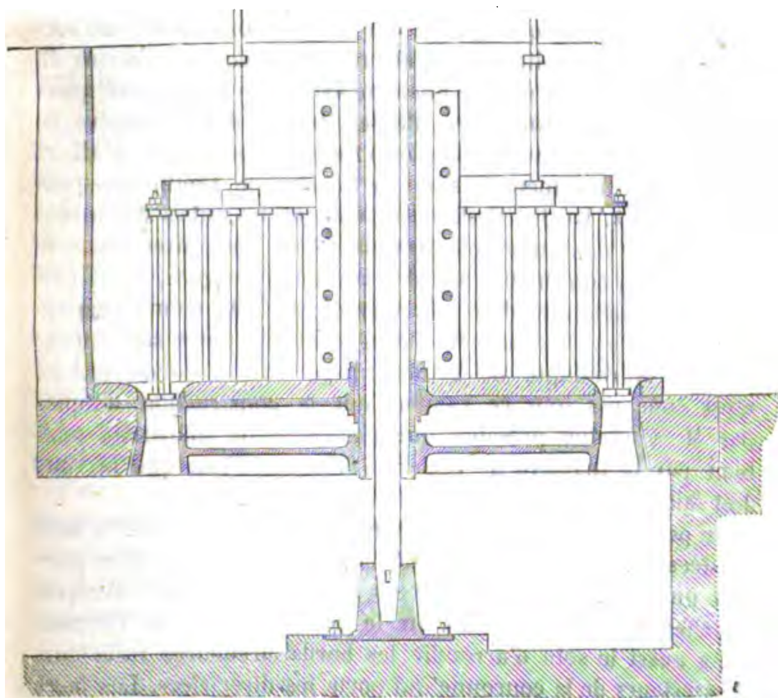
On remarquera que si, dans cette formule, on établissait pour tous les cas, ou du moins pour une série de cas principaux, des valeurs constantes pour les angles α et φ et des rapports constants entre les quantités O, O', A, R' et R'', on arriverait à une formule unique ou à plusieurs formules usuelles et numériques. En construisant ensuite dans chaque cas, comme nous l'avons fait, la courbe qui représente les valeurs du second membre de cette équation, on déduirait de ce tracé la valeur de $x = \frac{(\omega R')^2}{2gH}$ qui correspond au maximum d'effet, et par suite la valeur de la vitesse $\omega R'$ de la circonférence extérieure de la roue. On connaîtrait donc toutes les conditions de son établissement.

Turbine de M. Fontaine Baron.

355. *Description.* — La turbine construite par M. Fontaine se compose d'une zone annulaire en fonte, portant des aubes courbes à surfaces héliçoïdes dont la génératrice est une droite horizontale passant par l'axe vertical de la roue, et qui a pour directrice une courbe dont l'élément supérieur est sensiblement vertical, tandis que son élément inférieur forme avec l'horizontale un angle qui varie de 20° à 30°. La largeur de cette zone annulaire est assez ordinairement égale à $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{12}$ du diamètre de la roue. L'écartement des aubes à la circonférence moyenne de la couronne varie de 0m,06 à 0m,07 jusqu'à 0m,15, et la hauteur ou l'épaisseur de la couronne est égale à environ deux fois l'écartement des aubes. Les canaux formés par ces aubes vont en s'élargissant vers le bas, et offrent ainsi à l'écoulement des sections qui croissent en largeur à mesure qu'elles diminuent en hauteur.

L'eau est guidée sur les aubes par des directrices, dont le nombre est assez ordinairement moitié de celui des aubes, et qui sont aussi des surfaces héliçoïdes engendrées par une ligne droite horizontale, passant par l'axe vertical, et dirigée par

une courbe à plusieurs centres, qui devient à peu près verticale vers le haut, et qui forme en bas un angle qui varie de 12° à 25°, et même plus. Ces directrices sont coulées avec les deux enveloppes annulaires assemblées sur un fond fixe. Les aubes sont de même coulées avec les couronnes cylindriques qui les limitent, et assemblées avec un fond qui, pour les petites turbines, est quelquefois coulé d'une seule pièce avec elles.



La couronne des aubes ou la roue est placée immédiatement au-dessous de celle des directrices, et assemblée sur un arbre cylindrique creux.

Le pivot qui supporte cet arbre et la roue, au lieu d'être placé dans l'eau, est établi beaucoup au-dessus, et repose sur la tête d'un support fixe qui passe dans l'intérieur de l'arbre, dans lequel il est ajusté à frottement doux vers le sommet, et

qui s'appuie inférieurement sur un patin en fonte scellé dans la fondation.

L'arbre creux, qui se termine à une hauteur plus ou moins grande au-dessus ou au-dessous, reçoit à douille l'arbre vertical qui transmet le mouvement. La figure montre les dispositions du montage de cette roue. On trouvera d'ailleurs de plus amples détails descriptifs sur cette roue dans le quatrième volume de la publication industrielle de M. Armengaud, page 196 et suivantes.

On remarquera que la roue que nous venons de décrire succinctement et ses directrices offrent, ainsi que nous l'avons dit au n° **324**, la plus grande analogie avec celle dont il est question soit dans le mémoire d'Euler, inséré dans l'histoire de 'Académie de Berlin, volume de 1754, soit dans celui d'Albert Euler dans les mémoires de la Société de Gœttingue pour l'année 1752. La distribution de l'eau sur les aubes de la roue renfermées dans une zone annulaire, et leur direction sous l'inclinaison convenable par des courbes contiguës, sont parfaitement indiquées dans ces mémoires. Cette même disposition a été rappelée par M. Navier dans ces notes sur l'architecture hydraulique de Bélidor, page 451 et suivantes. Ce n'est donc pas sous ce rapport que la construction adoptée par M. Fontaine présente quelque chose de nouveau, mais bien par la manière de régler la dépense d'eau que la roue doit faire.

De petites vannes, ayant chacune leur tige particulière, sont ajustées dans les conduits formés par les directrices. Elles portent une espèce de coussinet ou liteau arrondi qui diminue les effets de la contraction sur le côté supérieur de l'orifice. On a aussi le soin d'arrondir les bords circulaires intérieurs et extérieurs de la couronne qui porte les directrices. Les faces de ces vannes sont dirigées suivant des plans verticaux qui passent par l'axe de la roue, et toutes leurs tiges sont réunies par un cercle horizontal en fer suspendu à trois autres tiges verticales que la manœuvre de vanne fait monter ou descendre.

A l'aide de cette description succincte, on voit qu'il est facile de faire varier la dépense d'eau, soit en agissant directement sur la manœuvre de vanne, soit en la mettant en rapport de mouvement avec un régulateur qui abaisse ou élève

les ventelles, selon que le mouvement s'accélère ou se ralentit.

Mais cette facilité de faire varier la dépense d'eau est renfermée entre des limites assez restreintes, attendu qu'il convient autant que possible que l'ouverture des orifices d'écoulement ne diffère pas trop de celle qui correspond à la marche normale de la roue.

356. *Turbines doubles.* — Cette faculté suffit néanmoins pour les variations ordinaires du produit des cours d'eau passablement réguliers; mais, quand il s'agit de ceux où des variations considérables de niveau déterminées par les crues réduisent, pendant quelque temps, la chute de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$ de sa valeur normale, il devient nécessaire d'avoir un moyen d'augmenter de beaucoup le volume d'eau que le moteur doit débiter. M. Fontaine y est parvenu en formant alors les turbines de deux couronnes annulaires concentriques, coulées ensemble, ayant chacune leurs aubes, leurs courbes directrices et leurs vannes. Par cette disposition l'on peut à volonté faire fonctionner à la fois les deux systèmes d'orifices distributeurs et d'aubes, ou n'en employer qu'un seul, selon que les eaux sont très-abondantes et la chute réduite, ou que les eaux et la chute ont leurs valeurs moyennes.

L'on verra plus loin que ces turbines doubles sont d'un bon usage, et que leur rendement en temps de basses eaux, et quand la couronne extérieure fonctionne seule, n'est pas considérablement influencé par l'excès de diamètre que l'on est conduit à leur donner.

Cependant, depuis quelque temps, les constructeurs de ces turbines paraissent préférer une autre disposition pour les cas où il s'agit d'utiliser des cours d'eau très-variables. Ils établissent une turbine proportionnée pour l'emploi des plus basses eaux dans les conditions les plus favorables de chute et d'ouvertures d'orifices, et une seconde turbine destinée à utiliser les eaux surabondantes aux époques des crues, où il est moins important d'obtenir de la roue le maximum de rendement.

On verra, par les résultats des expériences faites sur la turbine double de Châtellerault, fonctionnant successivement avec une ou avec deux couronnes, que l'emploi de deux turbines

simples ne doit pas présenter, quant au rendement, d'avantage sur celui d'une turbine double bien proportionnée, et comme d'ailleurs il conduit à des dépenses d'établissement plus considérables, je pense qu'il y a lieu de s'en tenir à l'emploi de la turbine double pour les cours d'eau d'un débit très-variable.

357. *Expériences sur la turbine Fontaine.* — Des expériences ont été exécutées à la poudrerie du Bouchet, sur le même coursier et avec les mêmes moyens de jaugeage que celle qui ont été faites sur les roues à aubes courbes. Le volume d'eau dépensé était donc facilement déterminé avec l'exactitude désirable, et dans des conditions tout à fait comparables.

La turbine essayée avait $1^m,20$ de diamètre moyen, mesure prise au milieu de la largeur des aubes, et $1^m,33$ de diamètr extérieur. Elle portait 58 aubes, et son vannage 24 directrices. La hauteur verticale dont les petites vannes se levaient était de $0^m,040$.

Le frein a été placé immédiatement sur l'arbre de la turbine; son œil était exactement allézé sur l'arbre, il était parfaitement centré et fonctionnait avec la plus grande régularité, sans chocs et sans secousses. Il a été exécuté quatre séries d'expériences, dont trois à des chutes totales d'environ $1^m,55$ et des élévations de vannes de $0^m,02$, $0^m,03$ et $0^m,04$. La quatrième série a été faite avec la chute d'environ 1 mètre et une levée de vanne de $0^m,04$. Dans toutes ces expériences, la roue était noyée de quelques centimètres dans l'eau du canal de fuite. Les résultats en sont consignés dans le tableau suivant et représentés Pl. VI, fig. 9, 10, 11 et 12. Pour cette représentation graphique on a pris les nombres de tours de la roue en 1' pour abscisses, et les rapports de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur pour ordonnées.

358 EXPÉRIENCES EXÉCUTÉES AU BOUCHET SUR UNE TURBINE FONTAINE.

Numéros des séries.	Numéros des expériences.	Dépense d'eau en 1''.	Chute totale.	Travail absolu du moteur en 1''.	Levée des vannes de la turbine.	Charge totale du frein.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Vitesse que le point de suspension tendait à prendre.	Effet utile mesuré au frein.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.	Observations.
		mc.	m.	km.	m.	k.		m.	km.		
	1	0.2149	1.63	350.3		8.827	69.3	16.83	148.5	0.424	
	2	0.2083	1.62	337.5		10.827	64.3	15.63	169.2	0.5013	
	3	0.2088	1.605	335.1		12.827	58.1	14.11	181.0	0.5402	
	4	0.2088	1.59	341.7		14.827	52.2	12.68	188.2	0.5510	
1	5	0.2106	1.55	326.5	0.02	16.827	46.8	11.36	191.2	0.5857	
	6	0.2185	1.615	352.9		18.827	42.9	10.41	196.1	0.5557	
	7	0.2205	1.58	348.4		20 827	38.3	9.309	193.9	0.5565	
	8	0.2140	1.58	338.2		22.827	32.7	7.954	181.6	0.5369	
	9	0.2215	1.56	345.5		24.827	30.5	7.415	184.1	0.5328	
	10	0.2195	1.55	340.3		26.827	25.4	6.162	165.3	0.4858	
	1	0.2469	1.62	400.1		6.827	78.3	19.02	129.9	0.3246	
	2	0.2492	1.59	396.3		8.827	75.0	18.23	160.9	0.4061	
	3	0.2492	1.58	393.8		10.827	68.0	16.51	178.8	0.4539	
	4	0.2546	1.57	399.7		12.827	65.5	15.91	204.1	0.5106	
	5	0.2474	1.58	390.9		14.827	60.0	14.58	216.5	0.5539	
	6	0.2581	1.56	402.6		16.827	54.6	13.26	223.1	0.5541	
2	7	0.2501	1.54	385.2	0.03	18.827	50.7	12.32	232.0	0.6024	
	8	0.2519	1.50	377.9		20.827	45.0	10.93	227.8	0.6028	
	9	0.2334	1.48	345.2		22.827	38.7	9.408	214.8	0.6218	
	10	0.2483	1.45	360.1		24.827	32.7	7.954	197.5	0.5485	
	11	0.2537	1.44	365.3		26.827	29.1	7.056	189.3	0.5182	
	12	0.2483	1.41	350.1		28.827	24.7	5.993	172.8	0.4934	
	13	0.2465	1.39	342.6		30.827	19.6	4.755	146.6	0.4278	
	1	0.2583	1.63	421.1		13.827	69.3	16.83	232.8	0.5529	
	2	0.2631	1.60	421.0		15.827	63.1	15.35	243.0	0.5771	
	3	0.2674	1.60	427.8		17.827	61.1	14.82	264.4	0.6179	
	4	0.2674	1.59	425.0		19.827	57.2	13.89	275.4	0.6477	
	5	0.2658	1.59	422.6		21.827	53.8	13.05	285.1	0.6745	
	6	0.2620	1.57	411.3		23.827	48.1	11.67	278.0	0.6759	
3	7	0.2652	1.55	411.0	0.04	25.827	43.9	10.67	275.6	0.6706	
	8	0.2652	1.52	403.1		27.827	41.4	10.057	279.9	0.6943	
	9	0.2613	1.54	402.4		29.827	36.0	8.75	260.9	0.6485	
	10	0.2639	1.51	398.5		31.827	30.8	4.479	238.0	0.5973	
	11	0.2639	1.50	395.9		33.825	27.7	6.731	227.7	0.5752	
	12	0.2639	1.49	393.2		35.827	19.6	4.755	214.5	0.4333	
	13	0.2702	1.485	401.3		35.827	19.6	4.755	214.5	0.4246	
	1	0.2190	1.12	245.3		6.827	66.7	16.20	110.6	0.4509	
	2	0.2190	1.10	240.9		8.827	61.1	14.83	130.9	0.5433	
	3	0.2190	1.09	238.7		10.827	55.4	13.46	145.8	0.6105	
	4	0.220	1.07	235.4		12.827	50.0	12.15	155.9	0.6622	
4	5	0.221	1.03	227.6	0.04	14.827	45.0	10.94	162.4	0.7134	
	6	0.221	1.02	225.4		16.827	39.2	9.511	160.0	0.7100	
	7	0.218	0.99	215.8		18.827	34.0	8.255	155.4	0.7199	
	8	0.215	0.98	217.0		20.827	29.1	7.056	147.0	0.6771	
	9	0.2244	0.97	217.		22.827	26.9	6.53	149.1	0.6849	

359. *Examen des résultats directs de ces expériences.* — Si nous examinons d'abord les résultats immédiats des expériences, nous voyons, par le tableau ci-dessus et par leur représentation graphique, qu'ils présentent une grande continuité, et que les courbes qui donnent le rapport de l'effet utile disponible au travail absolu du moteur sont très-surbaissées, ce qui prouve que la vitesse de cette roue peut varier entre des limites très-étendues, sans qu'il en résulte pour l'effet utile de différences considérables. Ainsi dans la série relative à une levée des vannes égale à $0^m,020$, l'effet utile disponible maximum a été trouvé égal à 0,573 du travail absolu du moteur, à la vitesse de 45 tours en 1': et aux vitesses de 35 et de 55 tours il est encore de 0,55 de la même quantité.

Dans la deuxième série, relative aux levées de vannes de $0^m,03$, l'effet utile maximum est 0,620 du travail absolu du moteur, à la vitesse de 45 tours en 1'; et aux vitesses de 35 et de 55 tours il est encore respectivement égal à 0,587 et de 0,582 de la même quantité.

Dans la troisième série, où les vannes étaient levées de $0^m,04$, l'effet utile disponible maximum est égal à 0,686 du travail absolu du moteur, à la vitesse de 45 tours en 1'; aux vitesses de 35 et de 55 tours, il est encore respectivement égal à 0.643 et 0,657 de la même quantité.

Enfin dans la quatrième-série, où la chute était de 1 mètre environ et l'élévation des vannes de $0^m,04$, la valeur maximum du rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur étant égale à 0,712, et correspondant à une vitesse de 38 tours en 1', ce rapport conserve les valeurs 0,690 et 0,685 aux vitesses de 28 et de 48 tours en 1'.

Ainsi la vitesse de la roue a pu en général différer en plus ou en moins de 0,25 de celle qui correspond au maximum d'effet sans que le rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur ait diminué de plus de $\frac{1}{16}$ à $\frac{1}{24}$.

Cette propriété est, comme on sait, un avantage important pour beaucoup d'usines, où la nature du travail peut exiger que le moteur prenne des vitesses différentes.

360. *Influence des levées de vannes.* — Les courbes et les résultats du calcul montrent aussi que, pour des levées de vannes

très-différentes de $0^m,02$, $0^m,03$ à $0,^m04$, et par conséquent pour des dépenses d'eau qui ont varié de $0^{mc},200$ à $0^{mc},280$ environ, le rapport de l'effet utile disponible au travail absolu du moteur n'a varié que de 0,573 à 0,686, c'est-à-dire que pour les faibles levées de vannes de $0^m,02$ il n'est inférieur à sa valeur correspondant aux plus fortes levées que de $\frac{1}{6}$ environ. Cette différence de l'effet utile, quand on passe des grandes levées de vannes aux petites, se manifeste dans toutes les turbines et même dans tous les moteurs hydrauliques, et pour la turbine Fontaine elle est moindre que pour d'autres roues du même genre.

361. *Charge ou effort maximum que la roue peut transmettre au moment de la mise en marche.* — Si l'on compare les charges du frein correspondantes au maximum d'effet à celles qui rendent le mouvement de la roue incertain et irrégulier, on trouve les valeurs suivantes :

NUMÉROS des séries.	LEVÉES des vannes.	CHARGES correspondant au maximum d'effet.	CHARGES qui rendent le mouvement irrégulier.	RAPPORT de la deuxième à la première charge.
	m	k	k	
1	0.02	16.897	26.827	1.60
2	0.03	20.827	30.827	1.48
3	0.04	25.827	35.827	1.39
4	0.04	16.827	24.827	1.47
			Moyenne.........	1.48

Il résulte de cette comparaison que l'effort maximum que la roue peut exercer pour une charge d'eau et une levée des vannes données est environ moitié en sus de l'effort corres-

pondant au maximum d'effet. Cette roue peut donc, soit au moment de la mise en train des usines, soit pendant leur travail, vaincre des résistances accidentellement beaucoup plus considérables que la résistance moyenne. Sous ce rapport encore elle est comparable aux meilleures roues hydrauliques.

362. *Emploi d'un régulateur de vannes.* — La disposition de la manœuvre des vannes de cette turbine permet d'y adapter avec facilité et avantage un régulateur à force centrifuge dans tous les cas où des variations accidentelles de la charge d'eau ou de la résistance pourraient produire des accélérations ou des retards nuisibles à la marche de l'usine. Et comme, pour de faibles variations de la levée des vannes, le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur varie fort peu, on voit que la roue ainsi réglée par le régulateur se trouvera toujours dans des conditions aussi favorables de marche.

363. *Influence de la vitesse de la roue sur la dépense d'eau.* — Les expériences que j'ai exécutées, en 1837, sur les turbines de Moussay et de Müllbach, construites par M. Fourneyron, ont montré que la dépense d'eau croissait, toutes choses égales d'ailleurs, avec la vitesse de la roue; et la théorie que M. Poncelet a donnée des effets de cette turbine montre parfaitement que cet accroissement est dû à la force centrifuge. Dans la turbine qui nous occupe, comme dans celle de Jonval, dont il sera parlé plus loin, l'eau entre et sort à la même distance de l'axe; et comme la largeur des aubes est, surtout dans la première, une assez faible fraction du rayon, il en résulte que la force centrifuge a peu d'influence sur la circulation de l'eau à travers les orifices.

L'expérience montre en effet, comme on le verra plus loin, que, pour la turbine Jonval, la dépense ne paraît pas sensiblement modifiée par la vitesse : dans la turbine Fontaine dont il s'agit ici, il semblerait, d'après les résultats de quelques-unes des expériences précédentes, que la dépense diminuerait à mesure que la vitesse augmente. Mais cet effet, faible d'ailleurs, paraît être particulier à cette turbine, d'un diamètre assez petit, et dont les aubes en fonte avaient sans doute une épaisseur capable de présenter quelque obstacle à l'écoule-

ment de l'eau, car il n'a pas été observé pour les turbines plus grandes de Châtellerault et de Tulle, dont il sera parlé tout à l'heure.

364. *Observation relative au cas où la roue doit marcher très-lentement.* — Les turbines du système dons nous venons d'étudier les effets, présentent pour certaines opérations industrielles un avantage assez notable que l'on a pu constater à la poudrerie de Metz. Il est parfois nécessaire, pour certaines opérations, que le mouvement de la turbine devienne excessivement lent sans cesser pour cela d'être régulier. Cette condition est impossible à remplir avec les roues à augets, avec les roues à aubes courbes, et même avec les roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires, mais avec la turbine Fontaine elle l'est de la manière la plus parfaite. Ainsi, en employant de très-faibles levées de vannes, l'on peut facilement obtenir que la roue emploie pour faire un seul tour une demi-heure ou trois quarts d'heure. Elle marche si lentement qu'il faut la regarder attentivement pour s'assurer de son mouvement, qui cependant ne cesse pas d'être fort continu.

Il est probable que la turbine Jouval, dont nous parlerons tout à l'heure, ainsi que la turbine de M. Fourneyron, jouissent du même avantage ; mais je n'ai pas eu occasion de le constater.

365. *Expériences sur les turbines doubles de M. Fontaine Baron.* — M. le chef d'escadron d'artillerie Daugny a exécuté à la manufacture d'armes de Châtellerault, par ordre du ministre de la guerre, des expériences fort complètes sur deux turbines doubles du système de M. Fontaine, construites dans les ateliers de M. Fromont de Chartres.

Ces deux turbines servent de moteur aux grandes aiguiseries de la manufacture, et elles ont été établies dans la prévision qu'elles devraient fonctionner avec des chutes très-variables et transmettre cependant, dans tous les cas, une force de 38 chevaux à la vitesse normale de 30 tours en 1'.

Le frein était placé sur l'arbre même de la turbine. Il se composait d'une poulie tournée de $1^m,30$ de diamètre sur $0^m,20$ de largeur. Le bras du levier horizontal du frein avait des mâ-

choires en orme, et $3^m,50$ de longueur jusqu'au point où agissait la charge par l'intermédiaire d'une poulie de renvoi. Pour assurer la régularité du frottement, l'on arrosait avec continuité les coussinets avec de l'eau très-légèrement savonneuse, dont un filet tombait sans cesse sur les surfaces en contact.

Les résultats de ces expériences sont consignés dans deux mémoires auxquels nous emprunterons plus particulièrement ce qui est relatif à la turbine double montée dans l'usine C_4 de la manufacture, parce qu'il a été possible d'opérer sur cette roue en la tenant d'abord à très-peu près hors de l'eau, et ensuite en la noyant de quantités différentes.

Les dimensions principales de cette turbine sont les suivantes :

		m.
Diamètre extérieur de la roue........	en haut.................	2.412
	en bas..................	2.443
NOTA. La roue est un peu évasée par le bas à sa partie extérieure pour faciliter l'évacuation de l'eau..........................		0.170
Hauteur du vannage....................................		0.157
Hauteur de la roue....................................		0.180
Largeur de la couronne extérieure...	en haut.................	0.175
	moyenne.................	0.186
	en bas..................	0.197
Hauteur du vannage....................................		0.157
Largeur moyenne de la couronne intérieure........................	en haut.................	0.475
	moyenne.................	0.486
	en bas..................	0.477
Nombre des directrices du vannage..	couronne extérieure.....	34
	couronne intérieure.....	22
		m.
Hauteur de la roue....................................		0.180
Nombre des aubes de la roue.......	couronne extérieure.....	70
	couronne intérieure.....	48

Pour mesurer le plus exactement possible la dépense d'eau faite par la roue, l'on a établi à $4^m,00$ en amont du bassin de la turbine, dans le canal d'arrivée des eaux, un barrage per-

pendiculaire à sa direction, construit solidement en madriers et bien calfaté, dans lequel on a pratiqué un orifice destiné à fonctionner noyé, et analogue à ceux des vannes d'écluse sur lesquels on a des expériences dont les résultats sont admis par tous les ingénieurs. Le seuil de cet orifice était formé d'une pièce de bois de $0^m,25$ de hauteur sur $0^m,27$ de largeur; les parois verticales étaient en madriers de $0^m,05$ d'épaisseur, et à $0^m,35$ et $0^m,40$ des murs du canal d'arrivée. L'orifice avait $2^m,145$ de largeur et $0^m,98$ de hauteur, et il était d'ailleurs toujours noyé dans les expériences, et l'on a pu, par suite de sa disposition, lui appliquer le coefficient de la dépense $m=0,625$ déterminé par d'habiles ingénieurs, n° **28**, et généralement admis pour les vannes des écluses. Nous ferons d'ailleurs remarquer que cet orifice offrait une grande analogie avec celui qui a été expérimenté par M. Lesbros, et dont il est question au n° **18**. Or, dans les expériences de M. Daugny, les charges génératrices de la vitesse ont varié de $0^m,05$ à $0^m,25$, et entre ces limites, M. Lesbros a trouvé pour un orifice de $0^m,40$ de hauteur des coefficients de la dépense compris entre 0,624 et 0,648, et comme d'ailleurs les expériences de cet observateur montrent que le coefficient décroît à mesure que la hauteur de l'orifice augmente, et qu'ici l'orifice de jaugeage avait $0^m,98$ de hauteur, l'on voit qu'en adoptant la valeur $m=0,625$ pour le coefficient de la dépense, l'on a dû être bien près de sa vraie valeur.

D'après ces données, la formule de l'écoulement par cet orifice était

$$Q=0,625\times 2^m,145\times 0^m,98\times\sqrt{2gh}=1,31381\sqrt{2gh},$$

h étant la charge génératrice de la vitesse d'écoulement ou la différence des niveaux à l'amont et à l'aval du barrage, que l'on observait à chaque expérience au moyen d'échelles bien repérées l'une par rapport à l'autre.

Pour mesurer la charge d'eau sur le seuil de l'orifice de jauge à l'amont et à l'aval de cet orifice, ainsi que la chute totale disponible dans chaque série d'expériences, des échelles graduées et bien repérées avaient été fixées aux bajoyers, en ayant soin de les mettre à l'abri des remous et des agitations de la surface du liquide.

L'on a procédé aux expériences en opérant par séries, d'abord avec la couronne extérieure seule, puis avec les deux couronnes simultanément. La charge variait successivement de 20 en 20 kil., depuis celle qui correspondait au poids seul du plateau jusqu'à celle qui rendait le mouvement incertain ou irrégulier. Un barrage établi à l'aval de la turbine dans son canal de fuite permettait de la noyer de quantités plus ou moins grandes.

Les expériences de M. le commandant Daugny, sur la turbine double de Châtellerault, offrent un ensemble si complet, que je crois utile de les reproduire ici en entier ainsi que la discussion de leurs résultats, qui sont consignés dans les tableaux suivants :

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT.

Séries.	Numéros des expériences.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. — Charge d'écoulement sur l'orifice h.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. — Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	TRAVAIL absolu du moteur. — Chute totale H.	TRAVAIL absolu du moteur. — Travail absolu du moteur 1000 QH.	TURBINE. — Hauteur dont la turbine est noyée.	TURBINE. — Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pe}{1000 Q.H}$.	OBSERVATIONS.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
					Couronne extérieure seule.						
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	km.		
	1	0.03	1012	2.41	2439	0.01	0.03	52	761	0.310	Le poids du plateau et de la corde étant de 27 kil. environ, on y a adapté un poids fixe de manière à donner au plateau un poids constant de 30 kil. Dans chaque série on a fait varier le poids du plateau depuis le poids seul de celui-ci jusqu'à la charge qui rendait le mouvement irrégulier, ou arrêtait la roue. Quand la turbine ne marchait pas le niveau d'aval affleurait à peu près le dessous de la turbine.
	2	0.03	1012	2.41	2439	»	»	48	1056	0.415	
	3	0.035	1095	2.405	2690	»	»	40	1176	0.436	
	4	0.03	1012	2.41	2439	»	»	36.30	1330	0.545	
	5	0.03	1012	2.41	2439	»	»	33.40	1470	0.610	
1	6	0.03	1012	2.41	2439	»	»	30.00	1540	0.610	
	7	0.03	1012	2.41	2439	»	»	24.00	1415	0.580	
	8	0.03	1012	2.41	2439	»	»	21.75	1440	0.590	
	9	0.03	1012	2.41	2439	»	»	18.75	1376	0.565	
	10	0.04	1161	2.44	2850	»	»	15.40	1240	0.435	
	11	0.04	1161	2.43	2830	»	»	13.30	1170	0.415	
	12	0.04	1161	2.40	2680	»	»	10.00	950	0.353	
	1	0.06	1430	2.38	3420	0.01	0.04	57	627	0.180	
	2	0.05	1314	2.40	3160	»	»	54.50	1000	0.316	
	3	0.06	1430	2.39	3430	»	»	48.00	1232	0.360	
	4	0.06	1430	2.39	3430	»	»	46.20	1521	0.445	
	5	0.06	1430	2.39	3430	»	»	40.00	1610	0.470	
	6	0.05	1314	2.39	3150	»	»	37.50	1780	0.565	
2	7	0.05	1314	2.39	3150	»	»	35.30	1940	0.615	
	8	0.05	1314	2.39	3150	»	»	32.00	2000	0.635	
	9	0.06	1430	2.41	3450	»	»	30.00	2090	0.610	
	10	0.07	1540	2.40	3700	»	»	26.60	2040	0.550	
	11	0.06	1430	2.41	3450	»	»	24.00	1940	0.560	
	12	0.07	1540	2.40	3700	»	»	20.70	1820	0.490	
	13	0.07	1540	2.40	3700	»	»	17.60	1680	0.454	
	1	0.085	1700	2.39	4050	0.01	0.05	60.00	1100	0.272	
	2	0.08	1640	2.39	3930	»	»	54.50	1400	0.356	
	3	0.09	1750	2.38	4200	»	»	51.00	1687	0.403	
	4	0.09	1750	2.38	4200	»	»	46.00	1860	0.447	
	5	0.08	1640	2.39	3940	»	»	43.00	2040	0.518	
3	6	0.07	1540	2.39	3690	»	»	40.00	2200	0.595	
	7	0.09	1750	2.38	4200	»	»	38.70	2400	0.570	
	8	0.09	1750	2.38	4200	»	»	36.30	2530	0.610	
	9	0.07	1540	2.40	3700	»	»	32.20	2480	0.670	
	10	0.09	1750	2.39	4200	»	»	30.00	2530	0.610	
	11	0.08	1540	2.39	3940	»	»	28.50	2610	0.665	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT.

(Suite).

Séries.	Numéros des expériences.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. — Charge d'écoulement sur l'orifice h.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. — Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	TRAVAIL absolu du moteur. — Chute totale H.	TRAVAIL absolu du moteur. — Travail absolu du moteur 1000 QH.	TURBINE. — Hauteur dont la turbine est noyée.	TURBINE. — Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pv}{1000\,Q.H}$.	OBSERVATIONS.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m	t.	km.		
3 (suite)	12	0.09	1750	2.39	4200	0.01	0.05	27.00	2670	0.638	
	13	0.09	1750	2.39	4200	»	»	25.00	2650	0.630	
	14	0.08	1640	2.39	3940	»	»	21.40	2420	0.575	
	15	0.09	1750	2.39	4200	»	»	20.00	2410	0.574	
	16	0.09	1750	2.39	4200	»	»	17.90	2275	0.540	
	17	0.09	1750	2.39	4200	»	»	16.00	2165	0.515	
4	1	0.11	1930	2.40	4450	0.01	0.06	60.00	1540	0.346	
	2	0.10	1840	2.40	4420	»	»	56.00	1845	0.418	
	3	0.10	1840	2.40	4420	»	»	52.00	2100	0.475	
	4	0.10	1840	2.38	4400	»	»	50.00	2380	0.540	
	5	0.10	1840	2.34	4300	0.05	»	44.50	2450	0.570	
	6	0.10	1840	2.34	4300	»	»	41.50	2580	0.600	
	7	0.10	1840	2.34	4300	»	»	40.00	2770	0.645	
	8	0.09	1750	2.39	4400	0.01	»	37.60	2860	0.650	
	9	0.09	1750	2.32	4260	0.05	»	35.30	3000	0.705	
	10	0.10	1840	2.33	4300	»	»	30.60	2800	0.650	
	11	0.10	1840	2.33	4300	»	»	28.60	2815	0.655	
	12	0.10	1840	2.33	4300	»	»	27.30	2900	0.675	
	13	0.10	1840	2.33	4300	»	»	25.00	2848	0.660	
	14	0.10	1840	2.33	4300	»	»	21.50	2575	0.600	
	15	0.10	1840	2.33	4300	»	»	20.00	2550	0.584	
	16	0.10	1840	2.33	4300	»	»	18.20	2470	0.575	
	17	0.10	1840	2.31	4250	»	»	11.60	1660	0.395	
5	1	0.115	2000	2.31	4260	0.05	0.07	60.00	1540	0.361	
	2	0.09	1765	2.30	4080	»	»	54.50	1800	0.440	
	3	0.10	1860	2.29	4250	»	»	50.00	2010	0.473	
	4	0.095	1810	2.30	4150	»	»	46.20	2210	0.532	
	5	0.085	1720	2.31	4000	»	»	43.00	2365	0.590	
	6	0.09	1765	2.30	4080	»	»	40.00	2410	0.590	
	7	0.09	1765	2.30	4080	»	»	37.50	2600	0.635	
	8	0.09	1765	2.30	4080	»	»	35.30	2720	0.665	
	9	0.09	1765	2.30	4080	»	»	33 30	2800	0.685	
	10	0.09	1765	2.30	4080	»	»	31.60	2875	0.705	
	11	0.095	1810	2.30	4150	»	»	30.00	2970	0.715	
	12	0.10	1860	2.30	4280	»	»	28.00	3075	0.740	
	13	0.11	1960	2.34	4580	0.01	»	27.30	3100	0.675	
	14	0.10	1860	2.30	4280	0.05	»	24.00	2900	0.679	
	15	0.11	1960	2.30	4500	»	»	23.00	2950	0.655	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT
(*Suite*).

Séries.	Numéros des expériences.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. Charge d'écoulement sur l'orifice *h*.	Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	TRAVAIL absolu du moteur. Chute totale H.	Travail absolu du moteur 1000 QH.	TURBINE. Hauteur dont la turbine est noyée.	Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{P\nu}{1000 Q.H}$.	OBSERVATIONS.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	km.		
5 (*suite*)	16	0.105	1910	2.30	4400	0.05	0.07	20.00	2700	0.613	
	17	0.11	1960	2.41	4720	»	»	19.40	2770	0.565	
	18	0.11	1960	2.41	4720	»	»	16.20	2440	0.515	
4 madriers sont placés dans le coursier d'aval pour noyer la turbine.											
6	1	0.05	1300	2.10	2730	0.32	0.04	60.00	1100	0.400	Quand la turbine est au repos, par suite de la présence du barrage, elle se trouve noyée d'environ 0.02. Ce barrage, placé en aval, rendait les expériences indépendantes du mouvement variable de l'eau dans le canal de fuite de la roue C.4.
	2	0.05	1300	2.10	2730	»	»	40.00	1026	0.375	
	3	0.05	1300	2.10	2730	»	»	37.50	1238	0.453	
	4	0.05	1300	2.10	2730	»	»	33.80	1360	0.497	
	5	0.05	1300	2.07	2700	0.35	»	30.00	1425	0.530	
	6	0.06	1430	2.05	2940	»	»	27.30	1500	0.510	
	7	0.06	1430	2.05	2940	»	»	26.00	1620	0.518	
7	1	0.07	1540	1.99	3060	0.38	0.05	44.50	815	0.265	
	2	0.07	1540	2.08	3210	0.35	»	41.50	1064	0.330	
	3	0.07	1540	2.02	3120	0.38	»	40.00	1317	0.420	
	4	0.06	1440	2.02	2930	»	»	35.30	1412	0.480	
	5	0.08	1685	2.07	3500	0.35	»	33.30	1584	0.450	
	6	0.07	1540	2.06	3200	»	»	30.00	1650	0.520	
	7	0.07	1540	2.06	3200	»	»	27.30	1700	0.530	
	8	0.07	1540	2.06	3200	»	»	26.65	1860	0.580	
	9	0.07	1540	2.06	3200	»	»	24.00	1850	0.580	
8	1	0.08	1640	2.00	3280	0.39	0.06	44.50	815	0.250	
	2	0.08	1640	2.00	3280	»	»	41.50	1064	0.325	
	3	0.09	1760	2.00	3520	»	»	40.00	1314	0.370	
	4	0.08	1640	2.00	3280	»	»	37.50	1520	0.462	
	5	0.09	1760	2.00	3520	»	»	31.60	1510	0.430	
	6	0.09	1760	2.00	3520	»	»	31.60	1740	0.495	
	7	0.09	1760	2.00	3520	»	»	30.00	1865	0.530	
	8	0.09	1760	2.00	3520	»	»	27.30	1900	0.540	
	9	0.09	1760	2.00	3520	»	»	25.50	1960	0.558	
	10	0.09	1760	2.00	3520	»	»	24.00	2030	0.580	
	11	0.09	1760	2.00	3520	»	»	21.75	2000	0.570	
	12	0.08	1640	1.99	3520	»	»	20.00	1960	0.556	
9	1	0.12	2010	1.93	3900	0.42	0.07	46.00	840	0.215	
	2	0.09	1760	2.00	3520	»	»	43.00	1105	0.313	
	3	0.08	1645	1.96	3240	»	»	40.00	1320	0.400	
	4	0.09	1760	1.95	3435	»	»	37.50	1518	0.446	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT

(*Suite*).

Séries.	Numéros des expériences.	JAUGEAGE de la dépense d'eau.		TRAVAIL absolu du moteur.		TURBINE.		Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pe}{1000\,Q.H}$	OBSERVATIONS.
		Charge d'écoulement sur l'orifice *h*.	Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	Chute totale H.	Travail absolu du moteur 1000 QH.	Hauteur dont la turbine est noyée.	Levée des vannes de la turbine.				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	km.		
9 (*suite*)	5	0.09	1760	1.95	3435	0.42	0.07	35.25	1678	0.490	
	6	0.09	1760	1.95	3435	»	»	33.30	1830	0.533	
	7	0.09	1760	1.95	3435	»	»	31.50	1960	0.570	
	8	0.09	1760	1.98	3500	»	»	30.00	2080	0.595	
	9	0.10	1840	1.96	3600	»	»	26.00	2000	0.555	
	10	0.09	1760	1.95	3440	»	»	24.50	2070	0.605	
	11	0.10	1840	1.93	3550	»	»	21.75	2000	0.563	
	12	0.08	1645	1.95	3230	»	»	20.00	1980	0.615	
	13	0.08	1645	1.95	3230	»	»	17.40	1855	0.570	
	14	0.09	1760	1.93	3400	»	»	15.40	1750	0.515	
Un madrier est ajouté au barrage d'aval pour noyer davantage la turbine.											
10	1	0.08	1645	1.72	2830	0.65	0.07	43.00	1105	0.390	
	2	0.08	1645	1.73	2850	»	»	40.00	1319	0.460	
	3	0.07	1540	1.72	2650	»	»	35.30	1420	0.535	
	4	0.08	1645	1.72	2830	»	»	32.50	1543	0.550	Vu le peu de force développée dans ce cas par la roue, on s'est borné à la levée totale et on n'a pas noyé davantage.
	5	0.10	1840	1.73	3200	»	»	31.60	1740	0.545	
	6	0.08	1645	1.72	2830	»	»	26.60	1660	0.585	
	7	0.08	1645	1.73	2850	»	»	25.50	1770	0.620	
	8	0.09	1760	1.72	3025	»	»	24.00	1850	0.610	
	9	0.10	1840	1.70	3130	»	»	21.45	1800	0.575	
	10	0.10	1840	1.71	3150	»	»	19.40	1780	0.565	
Les deux couronnes ensemble.											
11	1	0.06	1426	2.40	3425	0.01	0.02	52.00	382	0.112	
	2	0.07	1540	2.41	3720	»	»	46.00	505	0.136	
	3	0.07	1540	2.42	3730	»	»	46.00	673	0.180	
	4	0.07	1540	2.41	3720	»	»	46	842	0.226	
	5	0.07	1540	2.41	3720	»	»	42.75	936	0.251	
	6	0.07	1540	2.41	3720	»	»	42.75	1092	0.293	
	7	0.07	1540	2.41	3720	»	»	41.25	1208	0.325	
	8	0.07	1540	2.41	3720	»	»	38.60	1278	0.344	
	9	0.07	1540	2.41	3720	»	»	34.20	1250	0.336	
	10	0.07	1540	2.40	3700	»	»	34.20	1380	0.373	
	11	0.07	1540	2.40	3700	»	»	35.20	1545	0.418	
	12	0.07	1540	2.39	3680	»	»	32.20	1538	0.416	
	13	0.07	1540	2.39	3680	»	»	31.51	1610	0.438	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT (*Suite*).

Séries.	Numéros des expériences.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. — Charge d'écoulement sur l'orifice *h*.	JAUGEAGE de la dépense d'eau. — Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	TRAVAIL absolu du moteur. — Chute totale H.	TRAVAIL absolu du moteur. — Travail absolu du moteur 1000 QH.	TURBINE. — Hauteur dont la turbine est noyée.	TURBINE. — Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pv}{1000\,QH}$	OBSERVATIONS.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	km.		
11 (suite)	14	0.06	1426	2.41	3440	0.01	0.02	28.00	1540	0.448	
	15	0.06	1426	2.41	3440	»	»	28.00	1640	0.476	
	16	0.06	1426	2.41	3440	»	»	26.60	1665	0.485	
	17	0.06	1426	2.41	3440	»	»	24.50	1620	0.470	
	18	0.06	1426	2.41	3440	»	»	22.50	1560	0.460	
	19	0.06	1426	2.41	3440	»	»	20.60	1510	0.440	
	20	0.06	1426	2.41	3440	»	»	18.40	1420	0.413	
	21	0.06	1426	2.41	3440	»	»	17.10	1360	0.395	
	22	0.06	1426	2.41	3440	»	»	14.60	1230	0.357	
	23	0.06	1426	2.41	3440	»	»	13.60	1200	0.350	
	24	0.10	1840	2.39	4400	»	»	12.00	1140	0.330	
12	1	0.17	2400	2.19	5250	0.07	0.03	56	1025	0.195	
	2	0.17	2400	2.19	5250	»	»	54.50	1400	0.247	
	3	0.17	2400	2.19	5250	»	»	50	1647	0.315	
	4	0.17	2400	2.19	5250	»	»	48	1940	0.370	
	5	0.17	2400	2.19	5250	»	»	46	2180	0.416	
	6	0.17	2400	2.19	5250	»	»	43	2360	0.450	
	7	0.17	2400	2.19	5250	»	»	40	2500	0.475	
	8	0.17	2400	2.19	5250	»	»	37.50	2620	0.500	L'usine C. en s'arrêtant, le niveau d'aval baisse.
	9	0.17	2400	2.19	5250	»	»	35.30	2715	0.515	
	10	0.16	2330	2.21	5150	»	»	33.30	2800	0.542	
	11	0.175	2400	2.205	5400	»	»	31.60	2900	0.585	
	12	0.17	2400	2.22	5310	»	»	28.50	2815	0.580	
	13	0.18	2470	2.21	5450	»	»	26.00	2755	0.505	
	14	0.195	2575	2.28	5890	0.01	»	25.00	2880	0.490	
	15	0.16	2330	2.215	5190	0.07	»	20.65	2520	0.485	
	16	0.19	2540	2.19	5560	»	»	18.70	2400	0.433	
	17	0.17	2400	2.20	5280	»	»	17.10	2320	0.440	
	18	0.175	2440	2.18	5350	»	»	15.10	2140	0.400	
12	1	0.255	2950	2.09	6160	0.07	0.04	60	1540	0.350	On n'a pas osé pousser plus loin ces séries de crainte d'accident, par suite de la grande force obtenue déjà, d'autant mieux que la poulie du frein qui avait servi pour la turbine C. avait un bras fendu près de la jante.
	2	0.255	2950	2.12	6250	»	»	57.10	1890	0.330	
	3	0.255	2950	2.12	6230	»	»	54.50	2200	0.353	
	4	0.255	2950	2.10	6200	»	»	52.30	2500	0.403	
	5	0.255	2950	2.11	6220	»	»	50.00	2745	0.440	
	6	0.27	3030	2.10	6190	»	»	48.00	2980	0.444	
	7	0.265	3000	2.09	6180	»	»	46.20	3210	0.520	
	8	0.25	2920	2.10	6200	»	»	43.00	3300	0.530	
	9	0.255	2950	2.10	6190	»	»	41.50	3500	0.575	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT

(*Suite*).

Séries.	Numéros des expériences.	JAUGEAGE de la dépense d'eau.		TRAVAIL absolu du moteur.		TURBINE.		Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pr}{1000\,Q.H}$.	OBSERVATIONS.
		Charge d'écoulement sur l'orifice *h*.	Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	Chute totale H.	Travail absolu du moteur 1000 QH.	Hauteur dont la turbine est noyée.	Levée des vannes de la turbine.				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	km.		
13 (*suite*)	10	0.23	2800	2.12	6250	0.07	0.04	40.00	3675	0.590	
	11	0.25	2920	2.10	6200	»	»	37.50	3700	0.595	
	12	0.245	2890	2.11	6220	»	»	34.30	3630	0.584	
	13	0.25	2920	2.11	6220	»	»	31.60	3600	0.580	

Les deux couronnes ensemble; la turbine se trouvant noyée par l'établissement du barrage d'aval composé de quatre madriers.

14	1	0.13	2100	1.81	3800	0.50	0.03	50.00	919	0.240	
	2	0.13	2100	1.84	3860	0.48	»	46.10	1183	0.305	
	3	0.13	2100	1.83	3850	»	»	42.80	1413	0.366	
	4	0.14	2100	1.81	3800	»	»	40.00	1620	0.426	
	5	0.14	2180	1.80	3930	»	»	37.50	1790	0.455	La turbine est noyée de 0,02.
	6	0.14	2180	1.80	3930	»	»	35.30	1940	0.494	
	7	0.14	2180	1.81	3850	0.47	»	33.30	2070	0.535	
	8	0.14	2180	1.81	3850	»	»	30.00	2100	0.545	
	9	0.14	2180	1.82	3975	»	»	25.50	1960	0.495	
15	1	0.22	2750	1.66	4560	0.55	0.04	54.50	1000	0.220	
	2	0.22	2750	1.66	4560	»	»	53.50	1372	0.300	
	3	0.24	2880	1.68	4850	»	»	50.00	1647	0.340	
	4	0.24	2880	1.66	4800	»	»	49.10	1860	0.387	
	5	0.24	2880	1.66	4800	»	»	43.00	2040	0.425	
	6	0.23	2800	1.67	4670	»	»	40.00	2200	0.470	
	7	0.22	2750	1.68	4630	»	»	37.50	2330	0.505	
	8	0.22	2750	1.68	4630	»	»	36.40	2530	0.545	
	9	0.22	2750	1.68	4630	»	»	34.30	2630	0.565	
	10	0.22	2750	1.68	4630	»	»	30.00	2540	0.550	
	11	0.23	2800	1.67	4670	»	»	29.30	2680	0.574	
	12	0.23	2800	1.67	4670	»	»	27.25	2700	0.580	
	13	0.23	2800	1.67	4670	»	»	25.00	2650	0.545	
16	1	0.32	3300	1.45	4800	0.65	0.05	60.00	1100	0.230	On n'a pas osé pousser plus loin ces séries à cause de l'échauffement du frein. Pour passer aux levées de vannes suivantes, on a placé un madrier de plus au barrage.
	2	0.32	3300	1.45	4800	»	»	54.50	1400	0.290	
	3	0.33	3350	1.45	4875	»	»	50.00	1654	0.338	
	4	0.31	3250	1.45	4700	»	»	43.00	1730	0.368	
	5	0.31	3250	1.48	4800	0.63	»	48.00	2280	0.475	
	6	0.32	3300	1.49	4900	»	»	46.00	2530	0.520	
	7	0.31	3250	1.51	4900	»	»	45.00	2800	0.570	
	8	0.32	3300	1.52	5000	»	»	42.75	2890	0.580	
	9	0.31	3250	1.51	4900	»	»	40.00	3100	0.630	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT

(*Suite*).

Séries.	Numéros des expériences.	Jaugeage de la dépense d'eau. Charge d'écoulement sur l'orifice *h*.	Jaugeage de la dépense d'eau. Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	Travail absolu du moteur. Chute totale H.	Travail absolu du moteur. Travail absolu du moteur 1000 QH.	Turbine. Hauteur dont la turbine est noyée.	Turbine. Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pe}{1000\,Q.H}$.	Observations.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	km.		
16 (suite)	10	0.31	3250	1.51	4900	0.63	0.05	37.40	3160	0.650	
	11	0.31	3250	1.51	4900	»	»	36.30	3330	0.680	
	12	0.32	3300	1.51	4990	»	»	32.40	3140	0.630	
	13	0.32	4300	1.51	4990	»	»	30.00	3200	0.640	
Un madrier est ajouté au barrage d'aval pour noyer davantage la turbine.											
17	1	0.33	3350	1.17	3925	0.88	0.06	52.20	958	0.240	
	2	0.36	3500	1.21	4250	»	»	51.50	1317	0.310	
	3	0.35	3450	1.20	4140	»	»	50.00	1647	0.400	
	4	0.35	3450	1.20	4140	»	»	46 10	1860	0.450	
	5	0.34	3400	1.22	4150	»	»	44.50	2120	0.510	
	6	0.33	3350	1.22	4100	»	»	41.50	2270	0.550	
	7	0.34	3400	1.22	4150	»	»	40.00	2480	0.600	
	8	0.31	3250	1.25	4070	»	»	38.75	2700	0.660	
	9	0.31	3250	1.24	4030	»	»	35.30	2710	0.670	
	10	0.32	3300	1.24	4100	»	»	31.60	2900	0.710	
	11	0.32	3300	1.24	4100	»	»	30.00	2750	0.670	
	12	0.32	3300	1.24	4100	»	»	27.30	2700	0.660	
	13	0.32	3300	1.24	4100	»	»	25.00	2650	0.650	
	14	0.32	3300	1.24	4100	»	»	22.20	2500	0.610	
18	1	0.38	3600	1.14	4100	0.91	0. 7	52.30	1344	0.330	
	2	0.38	3600	1.140	4100	»	»	51.40	1692	0.380	
	3	0.35	3550	1.15	4100	»	»	46.25	1860	0.450	
	4	0.34	3400	1.18	4000	»	»	45.40	2160	0.540	
	5	0.37	3550	1.16	4120	»	»	43.00	2350	0.570	
	6	0.37	3550	1.16	4120	»	»	39.40	2450	0.590	
	7	0.37	3550	1.16	4120	»	»	37.60	2620	0.640	
	8	0.34	3400	1.16	3950	»	»	35.30	2720	0.690	
	9	0.34	3400	1.16	3950	»	»	33.40	2800	0.710	
	10	0.34	3400	1.17	3990	»	»	31.60	2900	0.730	
	11	0.34	3400	1.16	3950	»	»	28.60	2800	0.710	
	12	0.34	3400	1.16	3950	»	»	25.00	2651	0.670	
Deux madriers sont encore ajoutés au barrage d'aval.											
19	1	0.15	2260	1.08	2445	1.15	0.04	40.00	733	0.300	La turbine au repos se trouve noyée de 0.m61.
	2	0.16	2340	1.12	2620	»	»	37.50	958	0.365	
	3	0.15	2260	1.12	2530	»	»	35.30	1161	0.460	
	4	0.17	2410	1.10	2655	»	»	33.30	1340	0.500	

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DE CHATELLERAULT

(Suite et fin).

Séries.	Numéros des expériences.	Jaugeage de la dépense d'eau. Charge d'écoulement sur l'orifice *h*.	Jaugeage de la dépense d'eau. Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	Travail absolu du moteur. Chute totale H.	Travail absolu du moteur. Travail absolu du moteur 1000 QH.	Turbine. Hauteur dont la turbine est noyée.	Turbine. Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Rendement $\frac{Pv}{1000\,Q.H}$.	Observations.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		m.	k.	m.	km.	m.	m.	t.	mk.		
19 (*suite*)	5	0.17	2410	1.11	2675	1.15	0.04	30.00	1430	0.530	
	6	0.16	2340	1.10	2570	»	»	27.25	1500	0.580	
	7	0.15	2260	1.14	2570	»	»	24.00	1500	0.580	
	8	0.17	2410	1.10	2655	»	»	22.20	1550	0.580	
	9	0.15	2260	1.08	2445	»	»	17.90	1380	0.565	
20	1	0.20	2600	0.96	2500	1.23	0.05	42.80	785	0.310	
	2	0.20	2600	0.96	2500	»	»	40.00	1026	0.410	
	3	0.19	2545	0.98	2485	»	»	35.30	1161	0.470	
	4	0.19	2545	0.98	2485	»	»	33.40	1340	0.540	
	5	0.20	2600	0.98	2650	»	»	30.00	1430	0.560	
	6	0.20	2600	0.98	2650	»	»	28.60	1578	0.620	
	7	0.21	2680	1.01	2720	»	»	27.30	1700	0.625	
	8	0.20	2600	0.98	2550	»	»	24.00	1670	0.655	
	9	0.19	2545	0.97	2465	»	»	20.65	1600	0.650	
21	1	0.24	2850	0.86	2365	1.27	0.06	42.80	785	0.330	
	2	0.25	2910	0.88	2565	»	»	42.80	1099	0.430	
	3	0.24	2850	0.88	2510	»	»	40.00	1319	0.520	
	4	0.24	2850	0.88	2510	»	»	35.30	1420	0.560	
	5	0.24	2850	0.88	2510	»	»	33.30	1590	0.630	
	6	0.25	2910	0.89	2595	»	»	30.00	1650	0.640	
	7	0.23	2790	0.92	2565	»	»	27.00	1680	0.650	
	8	0.23	2790	0.92	2665	»	»	21.40	1480	0.590	
	9	0.23	2790	0.92	2565	»	»	19.30	1500	0.590	
	10	0.23	2790	0.92	2565	»	»	17.60	1480	0.590	
	11	0.23	2790	0.92	2565	»	»	15.70	1470	0.530	
22	1	0.27	3020	0.82	2480	1.30	0.07	42.80	785	0.320	
	2	0.26	2970	0.84	25 0	»	»	41.30	1057	0.420	
	3	0.26	2970	0.84	2500	»	»	40.00	1320	0.530	
	4	0.26	2970	0.84	2500	»	»	37.50	1515	0.610	
	5	0.26	2970	0.84	2500	»	»	30.00	1430	0.570	
	6	0.27	3020	0.84	2545	»	»	30.00	1650	0.650	
	7	0.26	2970	0.85	2525	»	»	27.25	1700	0.670	
	8	0.27	3020	0.84	2545	»	»	24.00	1670	0.660	
	9	0.26	2970	0.85	2540	»	»	21.75	1680	0.660	
	10	0.26	2970	0.85	2540	»	»	20.65	1750	0.690	
	11	0.24	2865	0.85	2445	»	»	18.70	1715	0.700	

366. ***Représentation graphique des résultats.*** **— Tous les résultats de ces expériences sont représentés graphiquement pl. VI, dans les figures, pour lesquelles on a pris pour abscisses** les nombres de tours de la roue en 1′, et pour ordonnées les rendements ou les valeurs du rapport $\frac{Pv}{1000\,QH}$.

367. *Examen et discussion des résultats des expériences.* — 1[er] CAS. *La couronne extérieure fonctionnant seule.* Cette couronne est destinée à fonctionner seule en temps d'eaux basses. Les cinq premières séries d'expériences sont relatives au cas où la roue n'était pas sensiblement noyée, la chute étant moyennement de $2^m,40$, la plus forte que l'on ait pu obtenir dans le cours des expériences.

Les tableaux précédents, ainsi que la représentation graphique des résultats, présentent une grande continuité, et la forme très-surbaissée des courbes montre que la vitesse de cette roue a pu varier entre des limites très-étendues, sans que son rendement ait diminué de beaucoup. En effet, la vitesse correspondante au maximum d'effet a été trouvée d'environ 30 tours en 1′, et elle a pu varier de 22 à 38 tours en 1′, c'est-à-dire de $\frac{1}{4}$ en moins ou en plus, sans que le rendement, qui a été trouvé de 0,60 à 0,70 aux plus fortes levées de vannes, descendit au-dessous de 0,55 à 0,65, ou ait diminué de plus de $\frac{1}{12}$ pour les petites levées ou de $\frac{1}{14}$ pour les grandes.

Le rendement de la turbine croît avec les levées de vannes ; mais la différence n'est pas très-considérable. Ainsi, en passant de la levée de $0^m,03$ à celle de $0^m,07$ ou d'une dépense d'eau de 1000 litres à 2000 litres environ, le rendement n'a varié que de 0,61 à 0,71, ou de $\frac{1}{7}$ de sa plus grande valeur.

L'influence des petites levées de vanne est donc ici moins fâcheuse que pour d'autres turbines.

Bien que dans certains cas la prudence ait empêché de pousser les charges du frein jusqu'à celles qui auraient arrêté la roue ou rendu son mouvement irrégulier, l'on a constaté que pour une levée de vannes donnée, l'effort maximum que la roue peut exercer est au moins égal à 1,50 fois celui qui correspond au maximum d'effet pour cette même levée.

368. *Influence de la vitesse de la roue sur la dépense d'eau.* — Dans cette turbine, fonctionnant avec la couronne extérieure seule, la vitesse de la roue n'a pas paru avoir une influence notable sur le débit des orifices.

369. *Influence des eaux d'aval.* — Les 6ᵉ, 7ᵉ, 8ᵉ et 9ᵉ séries se rapportent au cas où la roue était noyée de $0^m,32$ à $0^m,42$, c'est-à-dire de plus que sa hauteur. Il était naturel de s'attendre à voir son rendement diminuer par suite de l'effet de la résistance du liquide ambiant. En effet, ce rendement n'a plus été que de 0,530 à 0,615, selon les levées de vannes.

Du reste, les courbes représentant les résultats ont continué à affecter une grande régularité, et à indiquer des effets analogues à ceux précédemment obtenus, quoique relativement moins avantageux.

La chute ayant varié, la vitesse correspondante au maximum d'effet a aussi changé, et s'est abaissée à 20 tours en 1', mais l'effet utile à la vitesse de 30 tours n'est pas devenu inférieur à 0,52 du travail moteur.

Pour des levées de vannes variant de $0^m,07$ à $0^m,04$, ou pour des dépenses d'eau diminuant de 1700 litres à 1300 ou du quart environ de leur plus grande valeur, le rendement n'a baissé que de 0,61 à 0,53, c'est-à-dire de moins de $\frac{1}{7}$, comme dans le cas où la roue n'était pas noyée.

En ne considérant que la courbe relative à la 9ᵉ série, qui est plus complète que celles des autres levées de vannes, l'on remarque que le maximum d'effet utile étant d'environ 0,61 vers la vitesse de 25 tours en 1', cette vitesse a pu varier de 19 à 31 tours, ou de 0,25 en moins ou en plus, sans que le rendement ait baissé au-dessous de 0,58, c'est-à-dire diminué de plus de $\frac{1}{20}$ de la valeur correspondante au maximum d'effet.

La chute étant réduite à $1^m,72$, et la roue étant noyée de $0^m,65$, les résultats obtenus à la levée totale n'ont pas différé sensiblement de ceux qui avaient été observés avec la même levée lorsque la roue n'était noyée que de $0^m,42$. Le rendement a été de 0,62, et la vitesse a pu varier de 0,25 en plus ou en moins, sans que le rendement descendît au-dessous de 0,56 ou diminuât de plus de $\frac{1}{10}$ de sa valeur correspondante au maximum d'effet.

Cela prouve qu'une fois que la turbine est noyée de sa hauteur totale, la hauteur plus ou moins grande des eaux d'aval au-dessus de cette roue n'a plus d'influence sur le rendement.

370. IIe CAS. *Les deux couronnes fonctionnant ensemble.* — Les 11e, 12e et 13e séries sont relatives au cas où l'on a fait fonctionner simultanément les deux couronnes sous des chutes comprises entre $2^m,40$ et $2^m,10$, la roue étant noyée de $0^m,07$ ou d'un peu plus que le tiers de sa hauteur. Un accident survenu à la poulie du frein qui était fendue, n'a pas permis d'employer à ces chutes des levées de vannes supérieures à $0^m,04$, et par conséquent de mettre la roue dans les conditions les plus favorables.

En comparant les résultats de ces trois séries avec ceux des séries où, avec la couronne extérieure seule, l'on avait employé les mêmes levées de vannes, l'on voit que dans le cas actuel les résultats sont un peu inférieurs, et qu'à la levée de $0^m,04$ c'est à peine si le rendement atteint 0,60.

Cette infériorité peut tenir d'une part à ce que le tracé des aubes des deux couronnes ne satisferait peut-être pas aux conditions du maximum d'effet pour la même vitesse angulaire, mais surtout, je pense, à ce que, dans le cas actuel, la roue était noyée d'une quantité suffisante pour que l'effet de la résistance de l'eau ait diminué sensiblement le rendement de la roue, ce qui confirme ce que nous avons déjà dit de l'inconvénient qu'il y a à noyer les turbines dans les eaux basses.

Pour les 14e, 15e et 16e séries, la chute a été réduite à $1^m,84$ et à $1^m,45$, et la roue a été noyée de $0^m,47$ à $0^m,65$. Le rendement de la roue dans ces séries, où les levées de vannes ont crû de $0^m,03$ à $0^m,04$ et à $0^m,05$, a eu respectivement pour valeurs maxima

0,545, 0,580 et 0,680.

Dans les 17e et 18e séries, la roue a été noyée de $0^m,88$ et de $0^m,91$, et a fonctionné sous une chute réduite à $1^m,17$ aux levées de vannes de $0^m,06$ et $0^m,07$, le rendement maximum de la roue a été de 0,71 et 0,73.

La vitesse de la roue a pu s'écarter de 0,25 de sa valeur correspondante au maximum d'effet, sans que le rendement diminuât de plus de $\frac{1}{14}$ à $\frac{1}{12}$ de ce maximum.

Dans les quatre dernières séries, nos 19, 20, 21 et 22, la roue a été noyée de $1^m,15$ à $1^m,30$, et a fonctionné sous des chutes comprises entre $1^m,08$ et $0^m,82$ seulement, et aux levées de vannes de

$0^m,04$, $0^m,05$, $0^m,06$, $0^m,07$;

son rendement s'est élevé à

0,580, 0,655, 0,650, 0,700.

Ces rendements maxima ont été obtenus, il est vrai, à des vitesses notablement inférieures à celle de 30 tours que la roue doit faire pour la marche normale de l'essieu, mais à cette même vitesse de 30 tours le rendement observé a été encore égal à 0,530, 0,560, 0,640, 0,650.

371. *Conclusions générales des expériences sur la turbine double de Châtellerault.* — De la discussion précédente, l'on peut conclure avec M. le commandant Daugny que

1° Les turbines à double couronne de M. Fontaine Baron, indépendamment de l'avantage qui leur est propre de permettre le débit de volumes d'eau très-variables, ne le cèdent en rien, quant au rendement, aux turbines simples du même constructeur.

2° Quand la roue n'est pas noyée, et quand les vannes sont levées de manière à démasquer entièrement les orifices formés par les courbes directrices, le rendement de ces turbines, soit avec la couronne extérieure seule, soit avec les deux couronnes, s'élève à 0,70 du travail absolu du moteur, et dépasse même quelquefois cette valeur.

3° Quand la roue est noyée en totalité, et jusqu'à une hauteur de $1^m,30$, avec une ou avec deux couronnes, le rendement aux fortes levées de vannes ne descend pas au-dessous de 0,60, et atteint même 0,70.

4° Néanmoins, et toutes choses égales d'ailleurs, il est toujours préférable que la turbine ne soit pas noyée dans les eaux d'aval, et il convient d'assurer à cet effet le facile débouché des eaux par le canal de fuite.

5° Des variations assez notables dans les hauteurs des levées de vannes n'en occasionnent pas de très-grandes dans le rendement de la roue, ce qui permet de soumettre ces roues à l'action d'un régulateur toutes les fois que le service de l'usine peut le rendre utile.

6° La vitesse de ces roues peut s'écarter de 0,25 en plus ou en moins, de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que le rendement de la roue diminue de plus de $\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{14}$ de sa plus grande valeur.

7° L'effort maximum que la roue peut exercer au moment de la mise en marche de l'usine, s'élève au moins à 1,50 fois celui qui correspond au maximum d'effet, pour la levée de vanne correspondante.

8° Il n'y a pas de relation apparente entre les vitesses de la roue et les dépenses d'eau par les orifices.

Les facilités d'installation et d'entretien sont d'ailleurs les mêmes pour les turbines doubles que pour les turbines simples, et l'on peut sans peine établir ou interrompre l'action des vannes de la couronne intérieure quand on n'a pas besoin d'y introduire l'eau.

Des expériences analogues avaient été précédemment exécut s par M. le commandant Daugny sur la turbine double semblable établie dans l'usine voisine C_4 de la même manufacture, mais nous avons cru devoir nous contenter de rapporter en détail celles qui précèdent, les résultats ayant été sensiblement les mêmes pour ces deux turbines.

372. *Expériences sur la turbine double de l'usine de l'Estabournie à Tulle.* — Nous rapporterons encore ici les expériences faites sur cette turbine double de la force de 40 chevaux, par M. le commandant d'artillerie Faye, avec toutes les précautions nécessaires pour assurer l'exactitude des résultats.

Le jaugeage des dépenses d'eau a été fait au moyen des vannes de garde de l'usine placées à quelques mètres en amont du bassin de la turbine, en ouvrant deux de ces vannes qui sont disposées d'une manière tout à fait analogue aux orifices des vannes d'écluses ; la contraction ayant lieu sur les quatre côtés et le seuil ayant $0^m,25$ de saillie sur le radier. L'on a pris en conséquence pour ces orifices noyés le coefficient $m = 0,625$.

Les résultats des expériences de M. le commandant Faye sont consignés dans le tableau suivant :

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DOUBLE DE L'USINE DE L'ESTABOURNIE TULLE.

JAUGEAGE de la dépense d'eau.			TRAVAIL MOTEUR.		TURBINE.			EFFET UTILE mesuré par le frein.	RENDEMENT.
Hauteur de l'orifice E.	Charge d'écoulement *h*.	Poids de l'eau dépensée 1000 Q.	Chute totale H.	Travail absolu du moteur 1000 Q.H.	Hauteur dont la turbine était noyée.	Levée des vannes de la turbine.	Nombre de tours de la turbine en 1'.		
m	m			k m	m	m		k m	
0.75	0.26	2642.5	1.65	4360.12	0.63	0.06	65	650.10	0.150
			1.62	4280.85			58	1353.10	0.316
			1.61	4254.43			50	1833.70	0.431
			1.60	4238.00			46	2299.50	0.544
			1.59	4202.43			43	2436.10	0.579
			1.57	4148.73			41	2597.30	0.626
			1.56	4123.16			37	2589.30	0.627
			1.55	4123.16			35	2684.10	0.651
1.00	0.15	2580	1.96	5005.20	0.67	0.07	64	639.90	0.127
							56	1306.90	0.261
							51	1870.00	0.373
							45	2250.00	0.449
							42	2520.00	0.503
							41	2870.70	0.573
							39	3120.00	0.623
							37	3329.10	0.665
							34	3399.00	0.679
							30	3200.00	0.659
							25	2832.20	0.565
							18	2160.00	0.431

373. *Conséquences de ces expériences.* — Les résultats obtenus dans ces expériences montrent, comme les précédents, que la turbine double de M. Fontaine, quand elle fonctionne avec ses deux couronnes et qu'elle est noyée, donne un rendement compris entre 0,65 et 0,68.

Dans ces deux séries, la charge génératrice de l'écoulement a été constante pour chacune d'elles ainsi que la dépense d'eau

malgré les différences considérables des vitesses de marche de la roue, ce qui montre que cette dépense est indépendante de la vitesse de la roue.

L'état de régime des eaux de la Corrèze, au moment où les expériences ont été faites, n'a pas permis d'opérer sur la roue sans qu'elle fût noyée : ce qui a forcé M. le commandant Faye à limiter ses expériences aux deux séries précédentes.

L'on voit, d'ailleurs, que le rendement de la roue est sensiblement le même pour les levées de vannes de $0^m,06$ et $0^m,07$, ce qui montre que l'on peut, sans inconvénient, pour le rendement, appliquer à cette turbine un régulateur agissant sur les vannes.

374. *Conclusion générale des expériences.* — De l'ensemble de ces recherches on peut conclure :

1° Que la turbine simple et la turbine double de M. Fontaine Baron, quand elles sont convenablement proportionnées et que leurs vannes sont levées entièrement ou à peu près, utilisent 0,65 à 0,70 du travail absolu du moteur;

2° Que, pour des levées de vannes moindres, qui réduisent la dépense d'eau dans le rapport de 3 à 2, l'effet utile ne descend guère au-dessous de 0,55 à 0,60 du travail absolu fourni par le cours d'eau;

3° Que ces roues peuvent être par conséquent soumises, sans inconvénient pour le rendement, à l'action d'un régulateur agissant sur leurs vannes;

4° Que la vitesse de marche de ces turbines peut varier dans des limites très-étendues et s'écarter de 0,25 en plus ou en moins de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que leur rendement en soit très-notablement influencé;

5° Que l'effort maximum que les roues peuvent exercer au moment de la mise en marche, s'élève à 1,50 fois au moins celui qui correspond au maximum d'effet pour la levée de vanne employée;

6° Qu'il convient d'établir ces turbines au-dessus du niveau des plus basses eaux, malgré la propriété qu'elles ont de marcher noyées;

7° Que ce genre de turbine, facile à installer, dont les pivots, hors de l'eau, peuvent être graissés et visités facilement, et qui exige peu de constructions hydrauliques, peut être classé au rang des meilleurs moteurs hydrauliques.

575. *Modifications proposées aux turbines dites d'Euler.* — La disposition générale des directrices et des aubes adoptées par M. Fontaine Baron, étant tout à fait analogue à celle qui avait été étudiée par Euler et par d'autres auteurs, cette partie importante de l'appareil a été considérée avec raison comme étant dans le domaine public, et les seules dispositions propres à M. Fontaine consistaient dans le vannage et dans le mode de suspension de la turbine sur son pivot. Aussi beaucoup d'ingénieurs, adoptant des formes analogues pour les aubes et les directrices, se sont-ils attachés à étudier des dispositifs différents pour les vannages, en cherchant en même temps à éviter l'inconvénient des ouvertures partielles et très-différentes des orifices de distribution.

La plupart de ces tentatives, dont quelques-unes remontent à plus de vingt ans, ont conduit à des dispositifs dans lesquels un certain nombre d'orifices se trouvent à volonté entièrement ouverts, tandis que les autres restent fermés. De là il résulte que les effets de contraction produits à l'entrée des canaux directeurs, ainsi que les pertes de force vive, qui en sont la conséquence, dans les ouvertures partielles de ces canaux, ont été évités, et que les canaux d'évacuation formés par les aubes se sont aussi trouvés plus complétement alimentés; mais ce dernier résultat n'a pu avoir sur le rendement de la roue la même influence que le premier.

De ces dispositions il a pu résulter, en effet, quelque avantage pour le rendement de la roue dans le cas des dépenses d'eau très-inférieures à l'état normal; mais aussi elles ont toutes eu pour conséquence de conduire à des diamètres et, par suite, à des poids plus considérables que les vannages adoptés par M. Fontaine, ce qui donne lieu à des pertes de travail produites par la résistance de l'eau et par les frottements.

En résumé, les turbines auxquelles l'on a adapté des dispositifs de ce genre et qui ont d'ailleurs été, quant aux directrices et aux aubes, bien tracées et bien proportionnées, ont donné

des résultats aussi satisfaisants que la turbine Fontaine quant au rendement. Au nombre de celles qui paraissent avoir le mieux réussi, sont les turbines de MM. Laurent et Decker et celles de MM. Tembrinck et Dyckoff.

378. *Turbine de MM. Laurent et Decker.* — Nous citerons plus spécialement la turbine de ces ingénieurs, sur laquelle des expériences ont été faites avec soin par une commission d'ingénieurs du département des Vosges.

Dans ces expériences, le jaugeage de la dépense d'eau a été fait au moyen d'un déversoir placé à l'aval de la turbine. Ce barrage avait $0^m,90$ de largeur, et la charge H sur son seuil était égale à $0^m,065$. L'on a pris, pour le coefficient m de la formule $Q = mLH\sqrt{2gH}$, la valeur $m = 0,442$, qui semble plutôt trop forte que trop faible, puisque les expériences de M. Lesbros sur un déversoir de $0^m,60$ de largeur et $0^m,05$ d'épaisseur de seuil, lui assignait seulement la valeur $m = 0,411$.

Les résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant.

VOLUME d'eau dépensé en 1" Q.	CHUTE totale H.	TRAVAIL absolu du moteur 1000 Q.H.	NOMBRE de tours de la turbine en 1'.	EFFET UTILE mesuré par le frein Pe.	RENDEMENT $\frac{Pe}{1000\,QH}$.
0.029	4.26	124	600	k.m. 88.18	0.71
			580	93 41	0.75
			480	95.64	0.77
			410	92 40	0.75
			350	87.94	0.71
			310	86.19	0.70

Ces résultats sont d'autant plus remarquables, que la roue essayée n'était en quelque sorte qu'un modèle ayant $0^m,28$ seulement de diamètre et $0^m,09$ de hauteur.

377. *Turbine à vannage flexible de M. Fontaine.* — MM. Fontaine et Cie, constructeurs à Chartres, ont complétement modifié, dans ces derniers temps, le dispositif du vannage de distribution de l'eau sur leurs turbines. Conservant la disposition générale des directrices et des aubes, ils ont supprimé toutes les petites vannes et les ont remplacées par deux bandes annulaires et flexibles de caoutchouc, qui recouvrent et ferment chacune tous les orifices répartis sur chaque demi-circonférence, quand la turbine est au repos, et qui à l'inverse s'enroulant en partie ou presque totalement sur deux rouleaux tronconiques, peuvent démasquer un nombre plus ou moins grand de canaux de distribution, de façon que les canaux alimentent toujours ceux de la turbine en versant le liquide à gueule bée ou à plein tuyau.

Ainsi que nous venons de le dire au sujet des autres dispositifs de ce genre, on évite en partie les pertes de force vive dans les canaux de distribution, mais on donne naissance à d'autres pertes. En effet, lorsque l'un des canaux formés par les aubes de la turbine arrive sous la zone des orifices de distribution qui sont ouverts, il reçoit des quantités d'eau qui le remplissent successivement; puis, parvenu à l'extrémité de cette zone, il évacue l'eau qu'il a reçue; mais, comme il ne peut rester absolument vide, il s'y fait une rentrée d'air et le plus souvent d'eau qui, s'y introduisant pendant le mouvement de la roue, doit y produire des tourbillonnements et des pertes de force vive qui diminuent notablement le rendement et peuvent compenser les avantages produits dans l'introduction de l'eau.

En résumé, si l'on se rappelle que, d'après les résultats si complets et si concordants de M. le commandant Daugny, le rendement des turbines simples ou doubles du système Fontaine ne varie que de $\frac{1}{7}$ quand les ouvertures d'orifices varient dans le rapport de 3 à 7 centimètres, et les dépenses d'eau dans celui de 1000 à 2000 litres environ en 1″, l'on sera sans doute porté à conclure avec nous que les divers systèmes de vannages à ouvertures partielles ou totales n'offrent pas de notables avantages sur le premier dispositif adopté par M. Fontaine. Néanmoins, l'on doit reconnaître que la vanne flexible proposée récemment par ce constructeur est d'un établissement plus simple que ses vannes partielles.

378. *Théorie de la turbine de M. Fontaine Baron.* — Pour appliquer à la turbine de M. Fontaine Baron les principes de la théorie des moteurs hydrauliques, nous suivrons la marche adoptée par M. Poncelet, dans celle qu'il a donnée de la turbine de M. Fourneyron, et nous nommerons :

$e = 0^{m},070$ la largeur effective des orifices d'écoulement dans le sens du diamètre;

$a = 0^{m},0355$ la plus courte distance entre les directrices consécutives du liquide pour les levées de vannes totales, ou la hauteur réelle de moindre section du passage pour les levées de vannes qui donnent lieu à une section inférieure à cette plus courte distance;

$\alpha = 25^{\circ}$ l'angle aigu sous lequel les filets liquides, censés perpendiculaires à a, viennent rencontrer la circonférence supérieure moyenne de la roue;

U la vitesse inconnue et moyenne avec laquelle ces filets franchissent les orifices, dont l'aire individuelle est ae;

k le coefficient de la contraction à la sortie de ces orifices. Ce nombre paraît, comme on le verra par les expériences, avoir pour valeur 0,85 à 0,90, pour les cas où la levée des vannes atteint son maximum et où la roue marche lentement. Mais pour des levées de vannes inférieures il devrait être plus faible, attendu qu'alors la contraction sur le côté supérieur est plus sensible;

μ le coefficient de la contraction qui se rapporte à l'introduction de l'eau dans l'intérieur des couloirs formés par les directrices, et qui, par l'effet de l'arrondissement de tous les bords de ces canaux, peut être estimé à 0,85;

A la somme des aires de l'entrée des couloirs formée par les directrices à leur partie supérieure égale, dans le cas actuel, à $0^{mq},2016$;

$O = n.kae = 0^{mq},0507$ la somme des aires contractées kae des orifices de sortie, dont $n = 24$ représente le nombre pour la roue expérimentée;

Q = OU le volume de liquide écoulé dans chaque seconde par ces orifices;

R = 0m,60 dans le cas actuel, le rayon moyen de la zone des orifices et de la roue;

$e' =$ 0m,105 la largeur, dans le sens du diamètre, du débouché inférieur offert au liquide affluent par les canaux de circulation des aubes;

$a' =$ 0m,020 la plus courte distance de deux aubes consécutives;

φ l'angle aigu formé par le jet liquide avec la première de ces circonférences;

$O' = n'k'a'e' =$ 0mq,0996, la somme des aires contractées $k'a'e'$ des orifices d'évacuation, dont $n' = 56$ est le nombre, le coefficient k' pouvant être ici pris égal à 0,85 ou 0,90;

l' et l'' l'écartement des aubes de la roue à sa surface supérieure et à sa surface inférieure;

ω la vitesse angulaire ou à l'unité de distance de l'axe de la roue;

$v = \omega R$ la vitesse des circonférences moyennes supérieure et inférieure de la roue;

u et u' les vitesses relatives avec lesquelles le liquide est introduit dans l'intervalle compris entre les aubes voisines de la roue et s'en échappe comme d'une espèce de canal ou ajutage conique;

β l'angle formé par la vitesse u et la vitesse v;

h la hauteur du niveau de l'eau dans le bassin supérieur au-dessus du centre des orifices d'écoulement;

h_1 la hauteur de la roue depuis son plan supérieur jusqu'au milieu de l'orifice d'évacuation à l'endroit où sa plus courte distance est a';

H la chute totale à peu près égale à $h + h_1$, si l'on fait abstrac-

tion de la hauteur du milieu des orifices supérieurs au-dessus de la roue, hauteur presque toujours fort petite;

P la résistance, et Pv l'effet utile, mesurés au point dont la distance à l'axe est R et la vitesse $v = \omega R$;

p la pression atmosphérique extérieure par mètre carré;

p' celle qui a lieu dans l'espace compris entre les orifices supérieurs et la roue;

$\Pi = 1000$ kilog, le poids du mètre cube d'eau;

$g = 9^{m},8088$;

$M = \frac{\Pi}{g} Q$ la masse du liquide qui s'écoule uniformément dans l'unité de temps par les orifices du réservoir ou par ceux de la turbine.

La perte de force vive en 1″ à l'entrée de l'eau dans les couloirs formés par les directrices avant son passage par les orifices sera

$$MU^2 \frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2,$$

et l'équation du mouvement permanent du liquide depuis son entrée dans les couloirs jusqu'à sa sortie par les orifices dont la surface totale est O sera

$$MU^2\left[1 + \frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2\right] = 2Mgh + 2Mg\left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi}\right),$$

ou en divisant par M et posant $\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 = K$,

$$U^2(1 + K) = 2gh + 2g\left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi}\right),$$

ce qui donne, pour déterminer la hauteur de pression dans l'espace compris entre les orifices et la roue,

$$\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} = \frac{U^2(1 + K)}{2g} - h.$$

Dans le cas des petites levées de vannes, il se fait après le passage du liquide par l'orifice, et dans le conduit formé par les directrices, une autre perte de force vive du même genre qui, en appelant O_1 la somme des aires contractées des orifices, et u_1 la vitesse d'écoulement en cet endroit, serait exprimée par

$$M(u_1-U)^2=MU^2\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2,$$

et l'équation ci-dessus serait alors

$$U^2\left[1+K+\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2\right]=2gh+2g\left(\frac{p}{\Pi}-\frac{p'}{\Pi}\right).$$

Revenant au cas où les vannes sont complétement levées et leurs tasseaux convenablement taillés pour que le bord inférieur se raccorde bien avec le dessous des directrices, nous observerons que l'on a

$$U=\frac{Q}{O}=\frac{Q}{n.kae}.$$

Or la valeur du coefficient k de la formule $O=nkae$ ayant été déterminée par l'observation des volumes d'eau écoulés, en supposant la vitesse d'écoulement due à la charge h sur le centre des orifices, et par conséquent égale à $\sqrt{2gh}$, il s'ensuit que le facteur $1+K+\left(\frac{O}{O}-1\right)^2$ étant plus grand que l'unité, l'on aura

$$U^2\left\{1+K+\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2\right\}>2gh,$$

et par conséquent que $2g\left\{\frac{p}{\Pi}-\frac{p'}{\Pi}\right\}$ sera toujours positif.

La vitesse relative u, avec laquelle l'eau tend à s'introduire dans l'intervalle compris entre les aubes, sera donnée par la relation

$$u^2=U^2+v^2-2Uv.\cos\alpha$$

ou, à cause de $Q=OU=O'u'$,

$$u^2=\frac{O'^2}{O^2}u'^2+v^2-2\frac{O'}{O}vu'\cos\alpha_1$$

L'angle formé par le premier élément des aubes avec la circonférence supérieure étant droit, la vitesse perdue par le choc est $u \cos \beta$, et la perte de force vive correspondante en 1" est $Mu^2 \cos^2 \beta$.

La composante de la vitesse u dans le sens de la tangente au premier élément de la palette est $u \sin \beta$.

A partir de cet instant, il peut arriver dans la circulation de l'eau sur les aubes deux effets différents. Si la section de la veine augmente et si le canal formé par deux aubes consécutives se remplit, il y aura nécessairement une perte de force dont l'expression est facile à trouver. En effet, le volume d'eau écoulé par la roue en 1″ étant

$$Q = n'k'a'e'u',$$

et l'aire de section de ce canal étant au plus à l'entrée $e_1 l'$ et pour la somme des canaux semblables $n'e_1 l'$, en appelant e_1, la largeur des canaux dans le sens du rayon à la partie supérieure de la roue, la vitesse moyenne de passage à travers cette section d'entrée sera

$$\frac{k'a'e'}{e_1 l'} u';$$

et, comme $a' = l'' \sin \varphi$ à peu près, et que l' et l'' sont sensiblement égaux, sauf l'influence des épaisseurs des aubes, cette expression se réduit à

$$k' \frac{e'}{e_1} u' \sin \varphi.$$

La perte de force vive au passage par cette section serait donc

$$M\left(u \sin \beta - k' \frac{e'}{e_1} u' \sin \varphi\right)^2.$$

La perte de force vive totale due à l'entrée de l'eau dans les canaux aurait donc pour expression

$$M\left[u^2 \cos^2 \beta + \left(u \sin \beta - k' \frac{e'}{e_1} u' \sin \varphi\right)^2\right]$$

ou

$$M\left[u^2 + k'^2 \frac{e'^2}{e_1^2} u'^2 \sin^2 \varphi - 2uk' \frac{e'}{e_1} u' \sin \beta \sin \varphi\right].$$

Mais il est facile de voir sur la figure que

$$U \sin \alpha = u \sin \beta = \frac{O'}{O} u' \sin \alpha,$$

ce qui donne à l'expression ci-dessus la forme

$$M \left[u^2 + k'^2 \frac{e'^2}{e_1^2} u'^2 \sin^2 \varphi - 2 \frac{O'}{O} k' \frac{e'}{e_1} u'^2 \sin \alpha \sin \varphi \right],$$

ou, en posant $k' \frac{e'}{e_1} \sin \varphi = b$, $\frac{O'}{O} \sin \alpha = c$,

$$M [u^2 + b^2 u'^2 - 2bcu'^2].$$

Cette expression donne la valeur maximum de la perte de force vive possible à l'entrée, et sous ce rapport il peut être bon de la conserver dans la formule théorique.

Si, au contraire, se basant sur l'observation qui montre que la vitesse de circulation de l'eau dans la roue est plus grande que la vitesse relative d'introduction, on admet comme conséquence que la veine fluide s'amincit au lieu de se gonfler, et que le mouvement s'accélère, il n'y aurait à l'entrée de l'eau sur la roue d'autre perte de force vive que celle due au choc contre les premiers éléments de la palette, et qui est exprimée par

$$M u^2 \cos^2 \beta,$$

perte que l'on rendrait nulle en remarquant que

$$u \cos \beta = U \cos \alpha - v,$$

et faisant soit

$$\cos \alpha = \frac{v}{U},$$

si v est déterminée par d'autres conditions, soit

$$v = U \cos \alpha,$$

si au contraire l'expérience a indiqué pour α une valeur plus convenable que toute autre.

Il faut d'ailleurs remarquer que pour remédier à la diminution obligée de la distance a' qui sépare les aubes à leur partie

inférieure, comparativement à la distance de leur partie supérieure, M. Fontaine a, dès l'origine de ses travaux, évasé ces canaux d'évacuation à leur partie inférieure dans le sens du diamètre, de telle sorte que la somme $O' = n'k'a'e'$ des aires contractées des orifices d'évacuation fût toujours plus grande que la somme $O = nkae$ des orifices de distribution, ce qui évite l'engorgement de ces aires. Dans la turbine qui nous occupe le rapport de ces canaux est $\frac{O'}{O} = 1{,}9716$; dans celle de Châtellerault, pour la turbine extérieure, il est $\frac{O'}{O} = 1{,}235$.

Il n'y a donc dans les proportions adoptées depuis longtemps par M. Fontaine aucun obstacle au libre écoulement, à la libre déviation de la veine fluide qui parcourt ses aubes.

L'on peut donc admettre que dans cette turbine le mouvement de l'eau s'accélère à partir du moment où elle est introduite sur les aubes, et que par conséquent il ne se produit pas de perte de force vive après son introduction.

L'eau sortant de la roue à la même distance qu'elle y est entrée, et la largeur des aubes étant assez petite par rapport à la grandeur du rayon, la force centrifuge exerce fort peu d'influence sur le mouvement de circulation du liquide dans cette roue, et l'équation du mouvement relatif est

$$Mu'^2 = Mu^2 + 2Mg\left(\frac{p'}{\Pi} - \frac{p}{\Pi}\right) + 2Mgh_1 - M(u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2),$$

ou, en divisant par M et mettant pour $\frac{p'}{\Pi} - \frac{p}{\Pi}$ sa valeur trouvée ci-dessus,

$$u'^2 = u^2 + 2g(h + h_1) - U^2(1 + K) - (u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2);$$

ou, à cause de $h + h_1 = H$ à très-peu près,

$$u'^2 = 2gH - \left[(1 + K)\frac{O'^2}{O^2} + b^2 - 2bc\right]u'^2.$$

De là on tire pour déterminer la vitesse u', et en posant encore

$$(1 + K)\frac{O'^2}{O^2} + b^2 - 2bc = i,$$

$$u' = \sqrt{\frac{2gH}{1+i}};$$

et, par conséquent, pour calculer la vitesse et la dépense du liquide à la sortie par les orifices de la turbine,

$$U = \frac{O'}{O} u' = \frac{O'}{O}\sqrt{\frac{2gH}{1+i}},$$

et

$$Q = OU = O'\sqrt{\frac{2gH}{1+i}}.$$

Ces expressions indiquent que la vitesse et la dépense sont indépendantes de la vitesse de la roue, ce qui est d'accord avec les résultats des expériences sur les turbines de Châtellerault et de Tulle.

Dans la roue qui nous occupe on a

$$a = 0^m,0355,\quad e = 0^m,070,\quad n = 24,\quad k = 0,85,$$

$$e_1 = 0^m,075,\quad O = nkae = 0^{mq},0507,\quad \varphi = 29^\circ,$$

$$a' = 0^m,020,\quad e' = 0^m,105,\quad n' = 56,\quad k' = 0,85,$$

$$O' = n'k'a'e' = 0^{mq},09996,\quad \frac{O'}{O} = 1,9716,\quad \left(\frac{O'}{O}\right)^2 = 3,8871,$$

$$A = 0^m,120 \times 0^m,07 \times 24 = 0^{mq},2016,\quad \frac{O}{A} = \frac{0,0507}{0,2016} = 0,2514,$$

$$\left(\frac{O}{A}\right)^2 = 0,063246,\quad \mu = 0,85,\quad \frac{1}{\mu} = 1,1765,$$

$$\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 = 0,0311,\quad K = \left(\frac{O}{A}\right)^2\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 = 0,00197,$$

$$\sin\varphi = 0,4848,\quad \frac{e'}{e} = 1,40,\quad \cos\varphi = 0,8746,$$

$$b = k\frac{e'}{e_1}\sin\varphi = 0,5769,\quad \sin\alpha = 0,4226,\quad \cos\alpha = 0,9063,$$

$$c = \frac{O'}{O}\sin\alpha = 0,8332,\quad 2bc = 0,9614,$$

$$i = \left\{\begin{array}{ll} (1+K)\left(\frac{O'}{O}\right)^2 & = 3,8948 \\ + b^2 & = \underline{0,3328} \\ & = 4,2276 \\ - 2bc & - 0,9614 \end{array}\right\} = 3,2662,$$

$$1 + i = 4,2662,\quad \frac{O'}{O}\frac{1}{\sqrt{1+i}} = 0,95455.$$

$$U = 0,95455\sqrt{2gH}.$$

Il résulte de là que, pour le cas où les vannes sont entièrement levées, la dépense d'eau pourrait être calculée par la formule

$$Q = 0{,}954550\sqrt{2gH}.$$

Pour la troisième série, dans laquelle les vannes étaient entièrement levées, on a comparé les dépenses effectives données par l'observation directe des orifices de jaugeage avec les volumes que fournit le produit $O\sqrt{2gH}$. Cette comparaison, faite pour des nombres de tours variables depuis 44 jusqu'à 19, a donné au rapport de ces volumes des valeurs comprises entre 0,847 et 0,682; l'accord de la formule avec les résultats de l'expérience est donc très-satisfaisant, surtout si l'on remarque que les tasseaux fixés aux vannes ne se raccordent pas aussi bien qu'on pourrait le désirer avec la face inférieure des directrices, et qu'il en résulte une légère perte de force vive que nous avons négligée.

A la sortie des canaux de circulation formés par les aubes l'eau possède une vitesse absolue w exprimée par

$$w = \sqrt{u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi},$$

et par conséquent elle conserve en pure perte la force vive

$$Mw^2 = M(u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi).$$

Appliquant maintenant le principe des forces vives à la circulation du liquide à travers tout l'appareil, on peut récapituler ainsi qu'il suit les différents termes qui doivent composer l'équation d'où l'on tirera l'effet utile :

1° Perte de force vive à l'entrée de l'eau dans les couloirs formés par les directrices avant son passage par les orifices

$$MU^2\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2;$$

2° Perte de force vive après le passage du liquide sous les vannes

$$MU^2\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2,$$

terme très-faible et négligeable pour les levées totales des vannes, mais plus fort pour les petites levées;

3° Perte de force vive à l'entrée dans les canaux de circulation formés par les aubes de la roue

$$M(u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2),$$

ou simplement

$$Mu^2\cos^2\beta = M(U\cos\alpha - v)^2,$$

si l'on admet que l'eau circule d'un mouvement accéléré sur les aubes;

4° Perte de la force vive conservée en pure perte par l'eau à la sortie

$$Mw^2 = M(u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi);$$

5° Le travail moteur développé par la pesanteur sur le fluide dépensé est MgH;

6° Le travail de la résistance est exprimé par Pv.

Et le principe des forces vives donne

$$\left.\begin{matrix} MU^2\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2 + MU^2\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2 + M(u^2+b^2u'^2-2bcu'^2) \\ + M(u'^2+v^2-2u'v\cos\varphi) \end{matrix}\right\} = 2MgH - 2Pv.$$

d'où

$$\frac{Pv}{MgH} = 1 - \frac{U^2}{2gH}\left[\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2 + \left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2\right]$$

$$- \frac{u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2}{2gH} - \frac{u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi}{2gH},$$

relation qui donnera le rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur, et dans laquelle

$$\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right) = K = 0{,}00197 \text{ au plus};$$

et comme on sait que $\frac{U^2}{2gH}$ est environ 0,911, à cause de

$$U = 0{,}95455\sqrt{2gH},$$

on voit que le terme

$$\frac{U^2}{2gH}\left[\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2\right]$$

est au plus égal à 0,0018, et peut par conséquent être négligé dans les applications.

Quant au terme

$$\frac{U^2}{2gH}\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2,$$

lorsque les vannes sont entièrement levées, et que les tasseaux qui les garnissent sont convenablement raccordés avec le dessous des directrices, on a sensiblement $O=O_1$, de sorte qu'il s'évanouit. Mais il n'en est pas de même pour les faibles levées de vannes ; ce qui explique pourquoi l'effet utile est alors moins grand que pour les levées totales.

Pour l'exécution des calculs, on se rappellera que dans la formule ci-dessus, l'on a

$$u^2=\frac{O'^2}{O^2}u'^2+v^2-2\frac{O'}{O}\cos\alpha . vu',$$

ce qui la ramène à la forme

$$\frac{Pv}{MgH}=1-\frac{U^2}{2gH}\left\{\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2+\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2\right\}-\frac{\left\{\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+1\right\}u'^2}{2gH}-\frac{2v^2}{2gH}+\frac{2\left\{\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi\right\}vu'}{2gH},$$

que l'on peut, dans le cas des levées de vannes totales, simplifier en négligeant, d'après ce qui vient d'être dit, le terme

$$\frac{U^2}{2gH}\left\{\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2+\left(\frac{O}{O_1}-1\right)^2\right\};$$

en se rappelant que

$$u'^2=\frac{2gH}{1+i},\quad \text{d'où}\quad \frac{u'^2}{2gH}=\frac{1}{1+i},$$

et

$$\frac{u'}{2gH}=\frac{1}{\sqrt{(1+i)2gH}},$$

réduire à

$$\frac{Pv}{MgH}=1-\left\{\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+1\right\}\frac{1}{1+i}-\frac{2v^2}{2gH}+\frac{2\left\{\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi\right\}v}{\sqrt{(1+i)2gH}}.$$

L'on remarquera que dans le second membre de cette relation, le 2e terme $\left\{\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+1\right\}\frac{1}{1+i}$ ne dépend que des proportions données à la turbine, et nullement de la chute ni de la vitesse de marche.

Dans le cas particulier de la turbine essayée au Bouchet, ce terme a pour valeur 0,9982, à cause de

$$\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+1=2,8871+0,3328-0,9614+1=4,2585$$

et de $$1+i=6,2662;$$

l'on a aussi

$$2\left\{\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi\right\}=2\{1,9716+0,9063+0,8746\}=5,323,$$

de sorte que la formule numérique à appliquer pour calculer le rendement théorique de cette turbine aux levées de vannes totales, se réduit à

$$\frac{Pv}{MgH}=0,0018-\frac{2v^2}{2gH}+\frac{5,323\,v}{\sqrt{(1+i)\,2gH}},$$

$$\frac{Pv}{MgH}=0,0018-2.\frac{v^2}{2gH}+2,577.\frac{v}{\sqrt{2gH}},$$

pour laquelle, à cause de la petitesse du terme 0,0018, on pourrait se borner à prendre

$$\frac{Pv}{MgH}=\frac{v}{\sqrt{2gH}}\left\{2,577-2\frac{v}{\sqrt{2gH}}\right\},$$

formule qui ne dépend que du rapport $\frac{v}{\sqrt{2gH}}$ de la vitesse de la circonférence moyenne de la roue à la vitesse due à la charge totale ou chute disponible H, et qui est d'une application facile aux données de l'expérience.

Si nous appliquons l'équation ci-dessus à la troisième série, pour laquelle les vannes étaient entièrement levées, ou de $0^m,07$, on trouve les résultats consignés dans le tableau suivant :

NOMBRE de tours en 1'.	CHUTE totale H.	VITESSE de la circonférence moyenne de la turbine v.	VITESSE due à la chute totale $\sqrt{2gH}$.	RAPPORT des vitesses $\frac{v}{\sqrt{2gH}}$.	RENDEMENT théorique.
	m.	m.	m.		
69.3	1.592	4.35	5.588	0.77845	0.794
63.1	1.562	3.9684	5.536	0.71676	0.820
61.1	1.562	3.833	5.536	0.69232	0.821
57.2	1.552	3.5904	5.517	0.65072	0.830
53.8	1.552	3.376	5.517	0.61193	0.228
48.1	1.532	3.016	5.482	0.55017	0.812
43.9	1.512	2.7585	5.446	0.50642	0.792
41.4	1.482	2.600	5.391	0.48229	0.777
36.0	1.502	2.262	5.428	0.41673	0.727
30.8	1.472	1.9333	5.373	0.35975	0.668
27.7	1.462	1.740	5.353	0.32505	0.616
19.6	1.452	1.2293	5.336	0.23032	0.487
19.6	1.447	1.2293	5.318	0.23110	0.489

Pour faciliter la comparaison des résultats de la théorie avec ceux de l'expérience, on a représenté les premiers (pl. VI, fig. 5) graphiquement sur la même figure que les seconds, en prenant les nombres de tours de la roue pour abscisses, et les valeurs du rapport $\frac{Pv}{MgH}$ de l'effet utile au travail absolu du moteur pour ordonnées.

Par l'examen de cette figure, on voit que la courbe théorique se rapproche beaucoup de la courbe expérimentale, et qu'elle s'en éloigne d'une manière continue à mesure que la vitesse augmente, mais en présentant toujours une forme analogue, ce qui montre que les effets théoriques et pratiques marchent dans le même sens. Cela fait voir en même temps que l'écart entre la théorie et l'expérience provient principalement de résistances, telles que celles de l'eau dans laquelle la roue est plongée, et de quelques autres pertes croissantes avec la vitesse.

En suivant ici la même marche que nous avons adoptée pour la turbine Fourneyron, prenant (pl. VI) les carrés des nombres de tours pour abscisses, et l'excès des valeurs du rap-

port de l'effet utile théorique au travail absolu sur celles du rapport de l'effet utile réel au travail absolu du moteur pour ordonnées, on reconnaît que les points ainsi déterminés s'éloignent peu d'une ligne droite passant à peu près par l'origine et dont l'équation serait

$$r = 0{,}0000295\, n^2,$$

en nommant

r la fraction du rapport de l'effet utile théorique au travail absolu du moteur consommé par les causes indiquées ;

n le nombre de tours de la roue en 1'.

Ainsi, en retranchant du second membre de l'équation théorique la valeur ci-dessus de r, on aura une formule usuelle, qui représentera l'effet utile réel avec toute l'exactitude désirable pour la pratique.

Pour mettre cette expression sous une forme plus générale qui permette de l'appliquer ou de la vérifier pour d'autres turbines, nous remarquerons que

$$v = \frac{6{,}28\,Rn}{60} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{6{,}28}{60}\, n = 0{,}10472\, n,$$

et que la résistance de l'eau au mouvement de la roue peut être regardée comme à peu près proportionnelle à la surface de sa zone annulaire, de sorte que la valeur de r peut être mise sous la forme

$$r = 0{,}0000295 \left(\frac{60\,v}{6{,}28\,R}\right)^2 = KSv^2,$$

dans laquelle

K serait un acteur constant,

S la surface annulaire de la zone $= 0^{mq},26389$,

R le rayon de la circonférence moyenne de la roue,

et qui se réduit, tous calculs faits à

$$r = 0{,}010193\, \frac{Sv^2}{R^2} = 0{,}010193\, S\omega^2,$$

en nommant ω la vitesse angulaire.

Par conséquent, si l'on retranche ce terme du second membre de l'équation théorique, le rapport de l'effet utile réel au travail absolu du moteur aura pour expression

$$\frac{Pv}{MgH}=1-\frac{U^2}{2gH}\left[\frac{O^2}{A_2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2+\left(\frac{O}{O^1}-1\right)^2\right]-\frac{u^2+b^2u'^2-2bcu'^2}{2gH}-$$

$$\frac{u'^2+v^2-2u'v\cos\varphi}{2gH}-0,010193\,S\frac{v^2}{R^2}.$$

Pour déterminer la vitesse qui correspond au maximum d'effet, nous remarquerons que, théoriquement, u' est indépendant de v, et que l'on a

$$u^2=\frac{O'^2}{O^2}u'^2+v^2-2\frac{O'}{O}\cos\alpha\, vu';$$

et comme le terme

$$\frac{U^2}{2gH}\left[\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2+\left(\frac{O}{O^1}-1\right)^2\right],$$

toujours assez faible dans les proportions ordinaires, peut être négligé, et est aussi sensiblement indépendant de v, il est facile de voir que la condition du maximum d'effet se réduira à celle du minimum de valeur de la fonction

$$\left[\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+1\right]u'^2+2v^2-2\left[\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi\right]vu'+0,010193\,S\frac{v^2}{R^2},$$

ce qui fournit la relation

$$\left(2+0,010193\frac{S}{R^2}\right)v-\left(\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi\right)u'=0.$$

Les angles α et φ étant à peu près déterminés par la condition de ne pas trop étrangler les orifices, et u' étant égal à

$$\sqrt{\frac{2gH}{1+i}},$$

on obtiendra le maximum d'effet en donnant à v la valeur

$$v = \frac{\frac{O'}{O}\cos\alpha + \cos\varphi}{2 + 0{,}010193\frac{S}{R^2}} \sqrt{\frac{2gH}{1+i}}.$$

D'après les proportions de la roue que nous avons étudiée, on a

$$\frac{O'}{O} = 1{,}9716, \quad \cos\alpha = 0{,}90631, \quad \frac{O'}{O}\cos\alpha = 1{,}7869,$$

$$\frac{0{,}010193\,S'}{R^2} = 0{,}007472, \quad \cos\varphi = 0{,}8746,$$

$$\sqrt{1+i} = 2{,}054,$$

et la relation ci-dessus se réduit à

$$v = 0{,}645\sqrt{2gH}.$$

Dans la série d'expériences à laquelle nous avons appliqué la formule théorique, la valeur maximum du rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur correspond à la vitesse de 48 tours en 1' ou à la vitesse de $v = 0{,}06283 \times 48 = 3^m{,}016$. La chute moyenne étant de $1^m{,}55$, on a $\sqrt{2gH} = 5^m{,}51$, et le rapport de ces deux vitesses est 0,548, un peu plus faible que celui qu'indique la formule, et qui montre que, dans la pratique, quoique la roue ait la propriété de pouvoir, sans perte considérable d'effet, marcher à des vitesses supérieures à celle du maximum, il sera bon de prendre pour sa vitesse normale une valeur inférieure de $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{7}$ à celle que donne la théorie.

L'on remarquera que si la roue n'est pas noyée à sa partie inférieure à l'état normal, ce qui convient, comme le montre l'expérience, le terme $0{,}0101938\,S\,\frac{v^2}{R^2}$ relatif à la résistance que l'eau d'aval opposerait au mouvemnnt de la roue disparaît, et

que l'expression ci-dessus de la vitesse correspondante au maximum d'effet se réduira à

$$v = \frac{\frac{O'}{O}\cos\alpha + \cos\varphi}{2\sqrt{1+i}}\sqrt{2gH}.$$

De cette discussion il résulte en général que la théorie rend à très-peu près compte exactement des effets observés, et qu'elle permet d'en déterminer les différentes circonstances.

Turbine de MM. Kœchlin et Compagnie.

379. *Turbine Jonval, construite et perfectionnée par MM. A Kœchlin et Cie.* — D'après les renseignements que nous nous sommes procurés, cette turbine a été introduite dans les ateliers de construction de MM. A. Kœchlin par feu M. Jonval, qui avait pris, le 27 octobre 1841, un brevet comprenant trois moteurs de ce genre, disposés sur un même canal ou tuyau de circulation, et destinés à fonctionner ensemble ou séparément, selon l'abondance des eaux. L'un d'eux à axe horizontal était à la partie supérieure, le second à axe vertical vers le milieu de la chute, et le troisième à axe horizontal dans le bas. Dans les ateliers de MM. A Kœchlin, la turbine proposée par M. Jonval reçut des perfectionnements notables. Sur les trois dispositions indiquées par l'auteur, on admit d'abord à peu près exclusivement celle qui place la roue entre les deux niveaux supérieur et inférieur ; mais plus tard, dans la vallée de Munster, pour une chute de 18m,00 environ, on a établi deux turbines de 0m,20 de diamètre; montées sur le même arbre horizontal à droite et à gauche du tuyau vertical d'arrivée et qui se partagent un volume d'eau d'environ 50 litres en 1″. Cette division de la force motrice diminue considérablement la pression sur le pivot de l'arbre, qui fait 1500 à 1600 tours en 1′ et conduit 54 métiers à tisser sans préparation, ce qui peut exiger une force de 8 à 9 chevaux.

380. *Description de la turbine Jonval.* — Le récepteur hydraulique qui nous occupe se compose d'un tuyau vertical, qui se raccorde, à sa partie inférieure, avec un autre tuyau à section

rectangulaire, dont l'axe est horizontal, et qui est muni d'une vanne verticale pour permettre ou suspendre à volonté le mouvement du liquide.

Vers sa partie supérieure le cylindre est rétréci et alesé exactement pour recevoir la roue, qui n'y a qu'un jeu d'un millimètre au plus. Au-dessus de cette portion alesée le tuyau s'évase légèrement en tronc de cône et reçoit la couronne, qui porte les courbes directrices et à travers laquelle passe l'arbre vertical de la roue; une garniture exacte empêche l'eau de s'écouler entre l'arbre et l'ouverture qui lui est réservée.

La surface de ces directrices est engendrée par une ligne droite qui se meut horizontalement en passant par l'axe vertical du cylindre et en s'appuyant sur une courbe tracée sur la surface cylindrique du noyau de la couronne. L'élément supérieur de cette courbe est à peu près vertical, tandis que son élément inférieur forme un angle d'environ 34° avec l'horizontale.

Les aubes de la roue sont aussi des surfaces réglées à génératrices horizontales dirigées vers l'axe et qui suivent une directrice tracée sur le cylindre intérieur de cette roue. L'élément supérieur de cette directrice forme avec le plan horizontal un angle de 70°, et l'élément inférieur un angle d'environ 30°.

On voit par cette description succincte que cette roue offre la plus grande analogie avec la turbine décrite par Euler et avec celle de M. Fontaine Baron. Elle diffère de la première en ce que les directrices et la roue n'ont que fort peu de hauteur, et de la seconde en ce qu'elle n'a pas de vannes particulières à chaque canal formé par les directrices.

La roue, ordinairement placée dans une position intermédiaire entre le réservoir supérieur et le canal de fuite, repose sur un support en fonte placé dans le cylindre. Des dispositions simples sont prises pour que la crapaudine et le pivot, constamment plongés dans l'eau, puissent être lubrifiés d'huile.

Le tuyau supérieur s'assemble par des rebords avec le fond du canal d'arrivée, sur lequel il doit y avoir une profondeur d'eau telle qu'il ne se forme pas au-dessus des espèces de trombes aspirantes, qui conduiraient l'air au travers de la roue et nuiraient à sa marche.

A l'extrémité du tuyau horizontal inférieur est une vanne qui sert à régler la dépense d'eau entre certaines limites. Pour tous les cas où la diminution du volume d'eau à dépenser est

considérable et dure pendant quelque temps, on garnit les intervalles des aubes de la roue avec des coins obturateurs qui diminuent la capacité des canaux de circulation du liquide dans la roue, et que l'on place ou enlève en peu de temps, en mettant le réservoir à sec.

381. *Observations sur les avantages de la disposition adoptée pour l'emplacement de la roue.* — En plaçant, comme nous venons de le dire, la roue vers la partie supérieure de la chute, on a trouvé 1° le moyen de réduire à peu de chose la longueur de l'arbre et le poids du moteur, et 2° la facilité de la visiter, d'y placer ou d'enlever les coins obturateurs. Mais c'est à cela que se réduit l'avantage de cette disposition; sous le rapport de l'effet utile elle n'en présente aucun, et peut-être même est-elle plus nuisible que profitable.

Le nom de turbine à double effet donné à ce moteur n'est donc pas justifié, car il n'y a ici d'autre travail moteur que celui qui est développé par la pesanteur.

Quoi qu'il en soit, ce moteur n'en est pas moins d'un emploi avantageux dans beaucoup de circonstances.

C'est ce que démontrent les résultats de nombreuses expériences au frein, et parmi lesquelles nous citerons d'abord celles qui ont été communiquées par MM. A. Kœchlin et faites par leurs ingénieurs, puis répétées par le comité de mécanique de la Société industrielle de Mulhouse, sur une turbine établie chez MM. Kunnemann frères, au pont d'Aspach, dans le département du Haut-Rhin, et sur une turbine établie à Steinen.

382. *Expériences faites par la Société industrielle de Mulhouse.* — Dans les expériences sur la turbine du pont d'Aspach, le jaugeage des dépenses d'eau a été fait au moyen d'un déversoir établi à cent mètres en aval de la turbine dans le canal de fuite, et pour lequel on a pris pour coefficient de la formule

$$Q = mLH\sqrt{2gH}$$

le nombre $m = 0,40$, valeur qui nous paraît un peu faible, mais qui se rapproche beaucoup de celle de 0,41 que j'avais adoptée en 1838, et que l'on a remplacée au n° 342 par la valeur 0,429, par les raisons indiquées, pour le calcul des résultats des expériences sur la turbine établie à Müllbach par

M. Fourneyron. Ce rapprochement a pour but de montrer que les résultats obtenus par le comité de mécanique de la Société industrielle de Mulhouse, sont calculés d'après des données et des formules qui les rendent directement comparables à ceux qui ont été obtenus en 1837 à Müllbach.

383. *Observations sur le mode de jaugeage.*—Des observations préliminaires ont permis de jauger le produit des fuites et de le déduire de la dépense faite pendant les expériences. Mais il faut remarquer que, pour l'observation de ces fuites, la charge sur le déversoir n'ayant été que de 0m,048 et l'épaisseur du madrier étant au moins de 0m,050, le bord de ce madrier a dû produire dans la dépense une diminution notable, et qu'au lieu de prendre pour évaluer ces fuites la valeur $m = 0,42$ pour le coefficient de la dépense, on aurait dû, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros, adopter celle de $m = 0,26$; de sorte que ces fuites estimées à 66 litres devraient être réduites à 40lit,8, ce qui augmenterait la dépense réelle faite par la turbine de 25 litres environ ou de $\frac{1}{26}$. On voit donc que cette légère rectification n'aurait pas une influence considérable sur les résultats.

Ces expériences ont été exécutées sur deux roues de 0m,800 de diamètre, successivement placées dans le même tuyau, et la première roue avait les dimensions et proportions suivantes :

Diamètre extérieur...........................	0m,800
Largeur des augets...........................	0m,140
Nombre des augets...........................	16
Section des orifices de la roue, ensemble.......	0mq,290
Orifice de la vanne de sortie au bas de la roue..	0mq,450
Chute disponible............................	2m,720
Le nombre de tours à varié de.................	158 à 90

La seconde roue avait :

Diamètre extérieur	$0^m,800$
Largeur des augets	$0^m,100$
Nombre des augets	18
Section ou orifice des augets, ensemble	$0^{mq},220$
Orifice de la vanne de sortie au bas de la roue	$0^{mq},450$
Chute disponible	$2^m,77$
Le nombre de tours a varié de	168 à 90

Il a été remarqué et constaté que la première roue éprouvait contre les courbes conductrices un frottement qui a été assez considérable pour diminuer notablement l'effet utile. Mais la seconde, qui était montée avec plus d'exactitude, a donné, à des vitesses comprises entre 168 et 90 tours en 1′, pour le rapport de l'effet utile disponible mesuré par le frein au travail absolu du moteur, des valeurs comprises entre 0,72 et 0,83, résultats sensiblement les mêmes que ceux qui avaient été précédemment obtenus et annoncés par MM. A. Kœchlin et Cie. En admettant que, d'après les observations précédentes, on dût estimer la dépense à $\frac{1}{8}$ en sus de la valeur admise par le comité de la Société industrielle de Mulhouse, le rapport de l'effet utile disponible au travail absolu dépensé par le moteur serait encore compris entre 0, 63 et 0,71, pour des vitesses variables de 168 à 90 tours en 1′. L'effet utile de cette turbine a donc été égal à celui qui a été trouvé dans le cas le plus favorable avec la turbine de Müllbach, construite par M. Fourneyron.

384. *Expériences exécutées à la poudrerie du Bouchet.* — L'habileté et l'exactitude avec lesquelles procède la Société industrielle de Mulhouse suffisaient déjà pour montrer que la nouvelle turbine était un moteur digne d'entrer en concurrence avec les meilleurs récepteurs hydrauliques; mais il nous a paru utile, dans une question si importante pour l'industrie, de répéter ces expériences, en les variant davantage. A cet effet, nous avons eu recours à MM. A. Kœchlin et Cie, qui ont mis à notre disposition une turbine, que l'on a installée à la poudrerie du Bouchet.

Cette turbine a les proportions suivantes :

Diamètre extérieur........................	0m,810
Largeur des augets sans obturateurs........	0m,120
— avec obturateurs........	0m,048
Nombre des augets........................	18
Section ou orifices de la roue, ensemble......	0mq,0706
Aire de l'orifice de la vanne de sortie........	0mq,2977
La chute disponible a varié de..............	1m,76 à 1m,40

On a exécuté plusieurs séries d'expériences en faisant varier dans chacune d'elles la charge du frein, depuis la charge nulle jusqu'à celle qui arrêtait la roue ou rendait son mouvement tout à fait irrégulier, de sorte que la vitesse a aussi varié dans des limites très-étendues.

On a fait fonctionner la roue d'abord sans obturateurs, ensuite avec la moitié, puis avec la totalité de ses aubes garnies d'obturateurs; et dans quelques cas, toutes choses restant égales d'ailleurs, on a fait varier l'aire de l'orifice de sortie du bas de la roue, afin de reconnaître l'influence de sa proportion sur l'effet utile.

385. *Observations sur le frein.* — Le frein était monté sur l'axe même de la turbine, et sa poulie à fond plein formait une sorte de cuvette dans laquelle un filet d'eau tombant avec continuité, après s'être chargé d'une portion du savon noir qu'on y avait mis, était rejeté à la circonférence par la force centrifuge, mouillait et lubrifiait avec continuité les surfaces frottantes. A l'aide de cette disposition simple, cet appareil a fonctionné, dans toutes les expériences, avec une précision tellement remarquable, que le levier restait immobile et sans oscillations apparentes pendant des quarts d'heure entiers.

Ces observations prouvent que, pour les turbines, même les plus légères, qui marchent vite, le frein bien monté sur leur axe vertical est un instrument d'une précision beaucoup plus grande qu'on ne le croit, et qu'il ne donne pas lieu à des chocs, comme on en éprouve souvent en le plaçant sur les arbres horizontaux, qui marchent doucement.

386. *Résultats des expériences.* — Les données et les résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant :

EXPÉRIENCES FAITES A LA POUDRERIE DU BOUCHET, SUR UNE TURBINE DE MM. KŒCHLIN ET Cie.

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	Dépense d'eau en 1''.	Chute totale.	Levée de la vanne de la turbine.	Nombre de tours de la roue en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Travail absolu du moteur.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.
Toutes les aubes étant ouvertes.								
		kil.	m.	m.		km.	km.	
1	1	375.87	1.665	0.419	171.5	261.11	625.82	0.417
	2	369.09	1.705		180.0	359.17	629.31	0.571
	3	364.01	1.690		147.0	362.60	615.17	0.589
	4	361.22	1.685		128.7	378.00	608.66	0.621
	5	356.36	1.680		118.0	402.76	598.70	0.673
	6	358.25	1.670		107.5	417.19	598.28	0.697
	7	356.02	1.680		93.6	407.39	598.12	0.681
	8	355.25	1.700		90.0	434.62	603.93	0.720
	9	359.10	1.700		83.8	443.84	610.47	0.727
	10	361.48	1.740		75.1	433.03	628.97	0.688
2	1	308.25	1.475	0.178	112.5	171.35	454.67	0.377
	2	306.80	1.480		138.5	112.80	454.06	0.248
	3	307.33	1.455		132.0	138.72	447.16	0.310
	4	296.91	1.435		107.5	214.43	426.06	0.503
	5	293.14	1.390		100.0	246.77	407.46	0.606
	6	291.84	1.360		84.8	249.03	396.90	0.627
Neuf aubes étant ouvertes et neuf réduites.								
3	1	274.55	1.425	0.426	144.0	219.33	391.23	0.561
	2	284.26	1.420		131.0	261.22	403.65	0.647
	3	278.27	1.423		112.5	277.62	395.97	0.701
	4	299.16	1.580		144.0	219.33	472.68	0.464
	5	304.83	1.580		126.3	252.05	481.64	0.523
	6	296.78	1.605		120.0	296.81	476.33	0.622
	7	301.18	1.630		109.0	320.73	490.91	0.653
	8	297.58	1.680		106.0	361.00	499.92	0.723
	9	296.10	1.730		94.8	368.01	512.24	0.718
	10	305.12	1.760		80.0	348.55	537.02	0.649
Neuf aubes étant ouvertes et neuf réduites								
4	1	273.63	1.608	0.176	114.4	174.07	440.00	0.396
	2	274.97	1.623		110.3	221.03	443.53	0.498
	3	266.83	1.613		103.0	253.82	430.40	0.590
	4	271.71	1.647		96.0	282.24	477.50	0.631
	5	277.32	1.680		84.8	289.04	465.90	0.620
	6	271.77	1.712		69.3	268.93	465.28	0.578

EXPÉRIENCES FAITES A LA POUDRERIE DU BOUCHET, SUR UNE TURBINE DE MM. KŒCHLIN ET Cie. (*Suite.*)

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	Dépense d'eau en 1".	Chute totale.	Levée de la vanne de la turbine.	Nombre de tours de la roue en 1'.	Effet utile mesuré par le frein.	Travail absolu du moteur.	Rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur.
		Neuf aubes étant ouvertes et neuf réduites.						
		kil.	m.	m.		km.	km.	
	1	255.52	1.675		114.4	93.11	428.00	0.218
	2	253.90	1.720		100.0	152.31	436.70	0.349
5	3	228.00	1.640	0.095	103.0	132.37	373.92	0.354
	4	228.61	1.618		90.0	158.33	369.89	0.428
	5	222.77	1.593		85.8	171.03	354 88	0.482
		Toutes les aubes étant réduites.						
	1	224.10	1.540		150.0	86.78	345.11	0.251
	2	232.69	1.650		138.5	112.81	383.93	0.294
	3	237.46	1.715		124.2	130.45	407.25	0.320
	4	203.31	1.349		109.0	140.40	274.27	0.512
	5	213.39	1.485		109.0	140.40	316.67	0.443
	6	220.52	1.645		106.0	186.27	362.75	0.514
6	7	218.79	1.727	0.426	98.7	196.81	377.85	0.521
	8	204.30	1.379		98.7	150.23	281.73	0.533
	9	199.69	1.449		93.5	164.50	289.35	0.568
	10	222.58	1.725		93.5	208.66	383.95	0.543
	11	198.63	1.474		92.4	184.19	292.78	0.629
	12	199.85	1.529		78.3	193.12	305.57	0.632
	13	206.47	1.499		69.3	191.27	309.49	0.618
	1	185.68	1.482		109.0	63.11	275.18	0.229
	2	185.68	1.495		106.0	86.26	277.59	0.311
	3	184.51	1.500		97.3	102.24	276.76	0.369
7	4	185.16	1.550	0.097	97.3	125.22	287.00	0.436
	5	185.89	1.558		86.8	132.12	289.62	0.456
	6	186.38	1.635		84.8	149.02	304.72	0.489
	7	184.98	1.650		75.1	149.65	305.21	0.490
	1	170.92	1.743		94.8	54.81	296.70	0.185
	2	160.46	1.735		98.7	57.06	278.36	0.205
8	3	159.36	1.730	0.055	92.4	75.20	275.69	0.273
	4	154.73	1.682		80.0	84.07	260.26	0.323
	5	147.63	1.635		63.2	81.28	241.37	0.337

387. *Représentation graphique des résultats des expériences.* — Pour faciliter l'examen et la discussion des résultats des expériences, on les a représentés graphiquement, en prenant pour abscisses les nombres de tours faits par la turbine et pour ordonnées les valeurs du rapport de l'effet utile disponible mesuré par le frein au travail absolu du moteur.

La figure 13, pl. VI, relative à la première série, où tous les orifices ou canaux de circulation de la roue étaient complétement ouverts, et où la vanne inférieure était levée presque entièrement et de 0m,419, montre que cette roue, fonctionnant sous une chute moyenne de 1m,69, le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur s'est élevé à 0,72 environ, à la vitesse de 90 tours en 1', et que pour des vitesses comprises entre 73 et 106 tours en 1' il n'est pas descendu au-dessous de 0,70. Cela fait voir que cette roue jouit, comme plusieurs autres turbines, de la propriété avantageuse de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes de celles qui correspondent au maximum d'effet, sans que son effet utile diminue sensiblement.

La seconde série (pl. VI, fig. 14), pour laquelle les circonstances étaient à peu près les mêmes que pour la première, sauf que la levée de la vanne inférieure n'était que de 0m,178, ou 0,425 de celle de la première série, montre que le rétrécissement de l'orifice inférieur a une influence fâcheuse sur l'effet utile, puisque le rendement de la roue ne s'est élevé au plus, dans cette série, qu'à 0,625 du travail absolu du moteur, valeur qui diffère de 0,095 ou de 13,2 pour 100 de celle qui a été obtenue dans la première série.

La courbe relative à la troisième série (pl. IV. fig. 15), où la moitié des canaux de circulation de la roue avait été garnie de leurs coins obturateurs, et où la vanne inférieure était levée de 0m,426, fait voir que l'effet utile maximum s'est encore élevé à 0,712 du travail absolu du moteur. On remarquera seulement que la vitesse correspondante à ce maximum paraît être un peu plus grande que pour le cas où tous les orifices sont ouverts. Mais la différence peut rentrer dans les incertitudes de l'expérience.

On observe aussi que la vitesse a pu varier depuis 85 jusqu'à 117 tours en 1', sans que l'effet utile descendît au-dessous de 0,66 du travail absolu du moteur.

Les quatrième et cinquième séries, relatives aux mêmes cir-

constances, mais pour lesquelles la vanne inférieure n'était levée respectivement que de $0^m,176$ et $0^m,095$, montrent que le rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur diminue rapidement avec l'ouverture de cet orifice. On voit même que si, par la nature du travail de l'usine, la vitesse devait rester constante, et qu'elle fût réglée à celle qui donne le maximum d'effet pour la levée totale de cette vanne, et qui dans le cas actuel est d'environ 100 tours à la minute, l'effet utile se trouverait réduit à cette même vitesse,

Pour la levée de la vanne de	$0^m,176$ à 0,610
—	$0^m,095$ à 0,375

du travail absolu du moteur.

Dans la sixième série, tous les orifices ou canaux de la turbine étaient garnis de leurs coins obturateurs, et la levée de la vanne inférieure était de $0^m,426$. La courbe (fig. 18) montre que l'effet utile s'est élevé à 0,630 du travail absolu du moteur, ce qui prouve que les effets de contraction qui sont produits par la présence de ces obturateurs diminuent alors notablement l'effet utile. On remarque aussi que la vitesse correspondante au maximum d'effet n'est que 80 à 82 tours en 1' tandis que, pour tous les orifices ouverts, elle est de 90 à 100 ; mais cette faible différence peut provenir de celle des chutes. Par conséquent il ne paraît pas que la présence des obturateurs doive obliger à modifier la vitesse de la roue quand la chute reste la même, ce qui se conçoit d'ailleurs facilement.

La septième et la huitième série, relatives aussi au cas où la roue était garnie de tous ses obturateurs, mais pour lesquelles la vanne inférieure était levée seulement de $0^m,097$ et $0^m,055$ respectivement, confirment que l'usage de cette vanne comme moyen de régler la dépense est très-défavorable à l'effet de la roue.

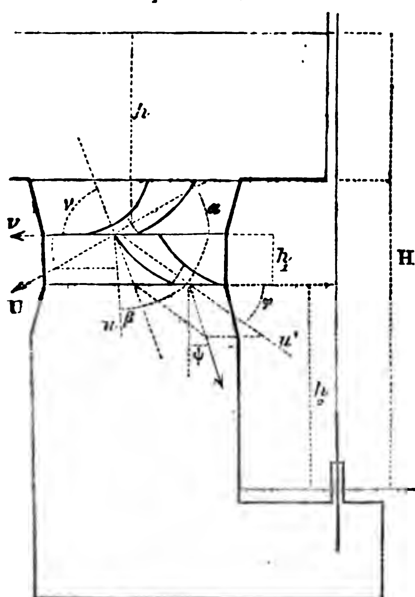
On voit, en effet, que le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur prend, à la vitesse du maximum d'effet, les valeurs suivantes :

0,630	à la levée de la vanne inférieure égale à		$0^m,426$
0,485	—	—	$0^m,097$
0,330	—	—	$0^m,055$

Mais, en outre, les vitesses du maximum d'effet sont changées; et si la roue devait conserver, par exemple, la vitesse de 85 tours en 1', ce rapport aurait respectivement les valeurs suivantes:

0,630	à la levée de la vanne	inférieure égale à	0m,426
0,457	—	—	0m,097
0,312	—	—	0m,055

388. *Comparaison des résultats de la théorie et de ceux de l'expérience.* — Après avoir discuté les résultats immédiats des expériences, cherchons à les comparer à ceux que l'on peut déduire des principes de la théorie.



Pour appliquer à la turbine Jonval, perfectionnée par MM. A. Kœchlin et Cie, les principes de la théorie des moteurs hydrauliques, nous suivrons encore la marche adoptée avec succès par notre savant confrère M. Poncelet, dans la théorie qu'il a donnée des effets mécaniques de la turbine Fourneyron*, en appliquant, comme lui, au cas actuel le principe des forces vives. Afin de rendre l'analogie des résultats plus sensible, nous avons adopté exactement les mêmes notations que lui, pour les parties qui remplissent le même but; et nous avons nommé :

e la largeur des orifices d'écoulement offerts par les directrices, égale à 0m,120, quand la turbine est entièrement ouverte,

* Voir le compte rendu des séances de l'Académie, 30 juillet 1838.

et à 0^m, 048, quand les orifices sont garnis de leurs obturateurs.

$a = 0^m,112$ la plus courte distance de deux directrices. Cette mesure, prise directement sur la machine, est à peu près la même quand la turbine est entièrement ouverte ou quand elle est garnie des obturateurs;

U la vitesse inconnue et moyenne avec laquelle les filets fluides franchissent les orifices dont l'aire individuelle est ae;

$l = 0^m,385$ la distance entre les extrémités extérieures des directrices;

$\alpha = 34°$ l'angle aigu sous lequel les filets liquides, censés perpendiculaires à a, traversent les orifices;

$k = 0,85$ le coefficient de contraction à la sortie de ces orifices, qui par leur forme occasionnent fort peu de convergence dans les directions des filets;

μ le coefficient de la dépense qui se rapporte à l'introduction de l'eau dans l'intérieur du réservoir, et qui doit être au plus égal à 0,55, par suite de la disposition de la cuvette qui porte les directrices, et dont le contour en saillie sur son fond accroît considérablement les effets de la contraction;

$A = \frac{(0,950)^2 - (0,560)^2}{1,273} = 0^{mq},46252$ l'aire annulaire du réservoir à la partie supérieure de cette cuvette;

$O = nkae$ la somme des aires contractées kae des orifices de sortie, dont $n = 6$, dans le cas actuel, représente le nombre. Pour la turbine qui nous occupe on a

$$O = 6 \times 0,85 \times 0,112 \times 0^m,120 = 0^{mq},068554$$

quand tous les orifices sont ouverts;

$R' = 0^m,405$, $R'' = 0^m,285$, les rayons des circonférences extérieure et intérieure de la roue, quand il n'y a pas d'obturateurs;

$R = 0^m,345$ le rayon moyen, ce qui donne pour la circonférence correspondante $2^m,1677$ et $l = 0^m,395$;

e' la largeur du débouché naturel offert au liquide affluent par les canaux de circulation des aubes. Cette largeur est égale à $0^m,1154$ quand il n'y a pas d'obturateurs, et à $0^m,048$ quand les orifices sont garnis de leurs obturateurs;

$a' = 0^m,040$ la plus courte distance entre deux aubes consécutives;

$l' = l'' = 0^m,1154$ les intervalles des aubes mesurés respectivement sur les circonférences moyennes inférieure et supérieure, en supposant leur épaisseur égale à $0^m,005$;

$\varphi = 30°$ environ l'angle aigu formé par le jet liquide avec la circonférence moyenne inférieure,

$O' = n'k'a'e'$ la somme des aires contractées $k'a'e'$ des orifices d'évacuation, dont le nombre $n' = 18$ est une donnée à peu près constante pour toutes les roues d'après la pratique des constructeurs; $k' = 0,85$ au plus, et quand il n'y a pas d'obturateurs on a pour cette roue,

$$O' = 18 \times 0,85 \times 0^m,04 \times 0^m,1154 = 0^{mq},070625;$$

k_1 le coefficient de contraction de l'eau à l'entrée des canaux de circulation formés par les aubes. Lorsque la roue est au repos on devrait avoir à peu près $k_1 = 0,95$ quand il n'y a pas d'obturateurs, et $k_1 = 0,70$ au plus quand il y en a; mais par l'effet du mouvement de la roue et du choc de la veine fluide sur la tranche de l'aube qui est plane, et qui a 5 à 6 mill. d'épaisseur, ce nombre est en réalité plus petit. Les constructeurs le prennent égal à 0,50 dans le calcul des proportions à donner à leurs roues; mais cette valeur est évidemment beaucoup trop faible;

v la vitesse de la circonférence moyenne de la roue;

u et u' les vitesses relatives avec lesquelles le liquide est introduit dans l'intervalle compris entre les aubes voisines de la roue, et s'en échappe ensuite comme d'une espèce de canal ou ajutage conique;

$\beta=84°$, l'angle formé par la vitesse u et la vitesse v prise en sens contraire;

h la hauteur du niveau du bassin ou réservoir supérieur au-dessus du milieu des plus courtes distances des directrices;

h_1 la hauteur de la roue;

h_2 la hauteur du dessous de la roue au-dessus du niveau d'aval;

H la chute totale.

On a sensiblement $H=h+h_1+h_2$;

P la résistance, et Pv l'effet utile mesuré au point dont la distance à l'axe est R et v la vitesse;

p la pression atmosphérique extérieure par mètre carré;

p' celle qui a lieu dans l'espace compris entre les plus courtes distances des directrices ou les orifices distributeurs et la roue;

$A'=\frac{(0^m,855)^2}{1,273}=0^{mq},5741$ l'aire de la section transversale du tuyau vertical au dessous de la turbine;

U' la vitesse moyenne dans le tuyau;

$L=1^m,015$ la largeur de l'orifice d'évacuation inférieur de la turbine;

E la hauteur de cet orifice, égale à $0^m,498$ quand la vanne est levée en entier;

$m=0,70$ le coefficient de la contraction au passage par l'orifice de la vanne inférieure.

Dans le cas où cette vanne est entièrement levée on a

$$mLE=0,70\times1^m,015\times0^m.498=0^{mq}.3496,$$

c'est-à-dire 0,60 environ de l'aire de section du tuyau, 5,09 fois

l'aire des passages par les orifices distributeurs, et 4,79 fois l'aire des passages par l'extrémité des canaux de circulation de la roue.

A l'aide de ces notations, l'on voit d'abord qu'à l'entrée de l'eau dans les canaux directeurs, il se fait une perte de force vive exprimée par

$$M\frac{O^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu}-1\right\}^2U^2=M\frac{O'^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu}-1\right\}^2u'^2,$$

et le principe des forces vives nous donne pour l'équation du mouvement de l'eau, depuis le réservoir jusqu'à son arrivée à la partie supérieure de la roue,

$$MU^2\left[1+\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2\right]=2Mgh+2Mg\left(\frac{p}{\Pi}-\frac{p'}{\Pi}\right),$$

d'où l'on tire, en posant $\frac{O^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2=K$,

$$U^2[1+K]=2gh+2g\left(\frac{p}{\Pi}-\frac{p'}{\Pi}\right),$$

et

$$\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}=h-\frac{U^2}{2g}(1+K).$$

Si nous appliquons cette formule à la huitième expérience de la première série, dans laquelle on a le volume d'eau dépensé $Q=0^{mc},35525$, et par suite $U=5^m,1861$, la hauteur correspondante à cette vitesse est

$$\frac{U^2}{2g}=1^m,37.$$

On avait, dans l'expérience, $h=1^m,44$, et, par les données, $1+K=1,0514$; d'où il résulte

$$\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}=-0^m,07.$$

Ce qui montre que dans les proportions adoptées, la différence de pression de l'extérieur à l'intérieur de la roue est peu considérable.

La vitesse relative u avec laquelle l'eau pénètre dans l'intervalle compris entre les aubes est donnée, comme précédemment, par la formule

$$u^2 = U^2 + v^2 - 2Uv \cos\alpha,$$

ou à cause de

$$Q = OU = O'u',$$

ce qui suppose que les canaux formés par les directrices et les aubes coulent à plein tuyau

$$u^2 = \frac{O'^2}{O^2} u'^2 + v^2 - 2\frac{O'}{O} vu' \cos\alpha.$$

A son entrée dans la roue l'eau perd par le choc contre les aubes la force vive

$$Mu^2 \sin^2(\beta - \gamma) = M[U \sin(\alpha + \gamma) - v \sin\gamma]^2;$$

puis, après son introduction, par l'effet de sa rencontre avec le fluide qui occupe l'intervalle des aubes, elle perd la force vive

$$M[u \cos(\beta - \gamma) - k'u' \sin\varphi]^2.$$

La perte de force vive totale produite à l'entrée de l'eau dans la roue est donc

$$M\{u^2 + k'^2 u'^2 \sin^2\varphi - 2k'uu' \cos(\beta - \gamma) \sin\varphi\}.$$

Si l'on supposait $\gamma = 90^\circ$, comme cela a lieu à très-peu près dans les turbines de MM. Fourneyron et Fontaine, on aurait

$$\cos(\beta - \gamma) = \sin\beta,$$

et l'expression ci-dessus se réduirait à

$$M[u^2 + k'^2 u'^2 \varphi - 2k'uu' \sin\beta \sin\varphi]$$

qui est celle que M. Poncelet a trouvée dans la même hypothèse pour la première de ces turbines.

Dans cette même hypothèse de $\gamma = 90^\circ$, si l'on se rappelle que l'on a

$$U \sin\alpha = u \sin\beta = \frac{O'}{O} u' \sin\alpha,$$

l'expression ci-dessus de la perte de force vive à l'entrée dans les canaux formés par les aubes peut être mise sous la forme

$$\mathrm{M}\left\{u^2+k'^2u'^2\sin^2\varphi-2k'u'^2\frac{\mathrm{O}'}{\mathrm{O}}\sin\alpha\sin\varphi\right\},$$

et en posant

$$k'\sin\varphi=b,\ \frac{\mathrm{O}'}{\mathrm{O}}\sin\alpha=c,$$

elle devient

$$\mathrm{M}(u^2+b^2u'^2-2bcu'^2).$$

Pour poser l'équation du mouvement de circulation de l'eau dans la roue, on peut remarquer qu'ici la force centrifuge ne développe pas de travail apparent, parce que le liquide entre et sort à la même distance du centre, en admettant, ce qui doit être exact, que les canaux soient remplis. Toutefois, vu la proportion assez grande de la largeur e' de ces canaux au rayon moyen R de la roue, cette force doit développer vers le côté extérieur de la roue une pression qui influe sur le mouvement, mais dont il paraît très-difficile de tenir compte.

Pendant le passage du liquide à travers la roue, il est soumis 1° à l'action de la pesanteur qui, sur la hauteur h_1 de la roue, développe sur lui la quantité de travail $2\mathrm{M}gh_1$, 2° à l'action de la pression $\frac{p'}{\Pi}$ qui a lieu au-dessus, et de la pression $\frac{p}{\Pi}-h_2$ qui agit de bas en haut. Ces deux pressions développent donc une quantité de travail exprimée, d'après ce que l'on a déjà vu, par

$$2\mathrm{M}g\left\{\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}+h_2\right.\ ;$$

par conséquent l'équation qui donne la valeur de la force vive $\mathrm{M}u'^2$ possédée par l'eau à l'instant où elle quitte les aubes de la roue, sera

$$\mathrm{M}u'^2=\mathrm{M}u^2+2\mathrm{M}gh_1+2\mathrm{M}g\left(\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}\right)+2\mathrm{M}gh_2-\mathrm{M}\{u^2+b^2u'^2-2bcu'\}^2,$$

en se rappelant que

$$h+h_1+h_2=\mathrm{H},$$

et que

$$\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}=h-\frac{U^2}{2g}(1+K)$$

ou

$$2g\left\{\frac{p'}{\Pi}-\frac{p}{\Pi}\right\}=2gh-\frac{O'^2}{O^2}u'^2(1+K);$$

elle devient, toutes réductions faites,

$$u'^2\left\{\frac{O'^2}{O^2}(1+K)+b^2-2bc+1\right\}=2gH,$$

et si l'on pose, pour abréger,

$$\frac{O'^2}{O^2}(1+K)+b^2-2bc=i,$$

$$u'^2\{1+i\}=2gH,$$

d'où l'on tire

$$u'=\sqrt{\frac{2gH}{1+i}}.$$

Cette relation montre que la vitesse relative de sortie de l'eau est indépendante de la vitesse de la roue, ce qui est d'accord avec l'expérience, et qu'elle est inférieure à celle qui est due à la hauteur de chute, attendu que l'on a toujours

$$1+i>1.$$

En appliquant, par exemple, la formule à la 8e expérience de la 1re série, l'on a

$$b=k'\sin\varphi=0,85\times\sin 30^0=0,425,$$

$$c=\frac{O'}{O}\sin\alpha\,\frac{0^{mq}.070625}{0,068554}\sin 34^0=0,57602,$$

$$2bc=0,48967$$

$$K=\frac{O^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu}-1\right\}^2=\frac{(0,068554)^2}{(0,4625)^2}\left\{\frac{1}{0,55}-1\right\}^2-0,014706,$$

$$(1+K)\frac{O'^2}{O^2}=1,0147\left(\frac{0,070625}{0,068554}\right)^2=1,0769,$$

$$\frac{O^2}{O^2}(1+K)+b^2-2bc=i=0,76785,$$

$$\frac{1}{\sqrt{i+1}}=0.752,$$

$$u'=0,752\sqrt{2gH}.$$

Pour la 8e expérience de la 3e série, où l'on a $H = 1^m.70$, l'on déduirait de cette formule

$$u' = 4^m.192.$$

La vitesse absolue avec laquelle l'eau quitte la roue a pour expression

$$w = \sqrt{u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi}\,;$$

l'eau possède donc, à sa sortie de la roue, la force vive

$$Mw^2 = M\{u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi\}.$$

mais au delà sa vitesse dans le tuyau vertical inférieur n'étant plus que U', elle ne possède plus que la force vive.

$$MU'^2 = M\frac{O'^2}{A'^2}u'^2 \quad \text{à cause de} \quad A'U' = O'u',$$

de sorte qu'elle a perdu dans son passage de la roue au tuyau inférieur la force vive

$$M\left\{\left(1 - \frac{O'^2}{A'^2}\right)u'^2 + v^2 - 2u'v\cos\varphi\right\}.$$

Enfin la force vive conservée en pure perte par le liquide à sa sortie par l'orifice de la vanne inférieure est

$$MU_1^2 = M\frac{O'^2}{(mLE)^2}u'^2,$$

cause de $mLEU' = O'$.

En récapitulant les pertes de force vive qui se produisent dans la circulation du liquide dans cette turbine, et supposant $\gamma = 90^0$, l'on trouve pour ces pertes les expressions suivantes :

1° A l'arrivée dans les directrices,

$$M\frac{O'^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu} - 1\right\}^2 u'^2;$$

2° Après l'introduction dans les canaux formés par les aubes,

$$M\{u^2 + b^2u'^2 - 2bcu'^2\};$$

3° A la sortie des aubes,

$$M\left\{\left(1-\frac{O'}{A'^2}\right)u'^2+v^2-2u'v\cos\varphi\right\};$$

4° A la sortie par le vannage inférieur.

$$M\frac{O'^2}{(mLE)^2}u'.$$

Par conséquent, l'équation qui représente l'effet utile théorique de ce moteur est

$$Pv=MgH-\frac{1}{2}M\frac{O'^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu}-1\right\}^2u'^2-\frac{1}{2}M\left\{u^2+b^2u'^2-2bcu'^2\right\}$$
$$-\frac{1}{2}M\left\{\left(1-\frac{O'^2}{A'^2}\right)u'^2+v^2-2u'v\cos\varphi\right\}-\frac{1}{2}M\frac{O'^2}{(mLE)^2}u'^2$$

qui, en divisant les deux membres par MgH et en substituant pour u^2 sa valeur

$$u^2=\frac{O'^2}{O^2}u'^2+v^2-2\frac{O'}{O}vu'\cos\alpha,$$

donne, pour le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur que l'on nomme le rendement théorique,

$$\frac{Pv}{MgH}=1-\frac{1}{2}\frac{\left\{\frac{O'^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2+\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+\left(1-\frac{O'^2}{A'^2}\right)+\frac{O'^2}{(mLE)^2}\right\}u'^2}{gH}$$
$$+\frac{\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi}{gH}vu'-\frac{v^2}{gH},$$

ou, en posant

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{O'^2}{A^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2+\frac{O'^2}{O^2}+b^2-2bc+\left(1-\frac{O'^2}{A'^2}\right)+\frac{O'^2}{(mLE)^2}\right\}=A,$$

$$\frac{O'}{O}\cos\alpha+\cos\varphi=B,$$

$$\frac{Pv}{MgH}=1-\frac{A.u'^2}{gH}+\frac{Bvu'}{gH}-\frac{v^2}{gH}.$$

Si l'on se rappelle que la valeur

$$u' = \sqrt{\frac{2gH}{1+i}}$$

est indépendante de la vitesse v de la roue, l'on voit que le maximum du rapport $\frac{Pv}{MgH}$ ou du rendement correspondra à la plus grande valeur de la quantité

$$Bvu' - v^2 = (Bu' - v)v$$

ou en raisonnant comme au n° **214**, à la relation

$$Bu' = 2v \quad \text{ou} \quad B\sqrt{\frac{2gH}{1+i}} = 2v,$$

d'où l'on tire

$$v = \frac{B}{2}\sqrt{\frac{2gH}{1+i}} = \frac{\frac{O'}{O}\cos\alpha + \cos\varphi}{2}\sqrt{\frac{2gH}{1+i}}.$$

En appliquant cette formule à la 8e expérience de la 1re série, pour laquelle on a

$$\frac{O}{O} = \frac{0^{mq},070625}{0,068554} = 1,0302, \quad \varphi = 30^\circ, \quad \alpha = 34^\circ,$$

on trouve, pour la vitesse correspondante au maximum d'effet,

$$v = 0,517\sqrt{2gH},$$

tandis que l'expérience a donné à peu près

$$v = 0,590\sqrt{2gH};$$

ces deux résultats s'accordent à $\frac{1}{7}$ près.

Les constructeurs paraissent admettre dans leurs calculs pratiques, d'après l'ensemble de leurs expériences, que la vitesse correspondante au maximum d'effet, mesurée à la circonférence extérieure, doit être 0,70 de celle due à la chute totale. De plus,

nous avons déjà dit que, dans leur pratique, ils adoptent les proportions suivantes :

$n' = 18$ pour le nombre des aubes,

$a' = \frac{1}{16}D$, D étant le diamètre extérieur,

$e' = \frac{1}{8}D$, $k' = 0,50$ et $u' = \sqrt{2gH}$,

ce qui leur donne pour calculer la dépense d'eau, ou plutôt le diamètre de la roue, d'après cette dépense supposée donnée,

$$Q = n'k'a'e'u' = 18 \times 0,50 \times \frac{1}{16}D \times \frac{1}{8}D\sqrt{2gH};$$

d'où

$$D = \sqrt{\frac{16 \times 8.Q}{18 \times 0,50\sqrt{2gH}}}.$$

Les formules ci-dessus, d'après nos notations et la valeur $k' = 0,85$, donneraient

$$Q = 18 \times 0,85 \times \frac{D}{16} \times \frac{D}{8} \times 0,601\sqrt{2gH},$$

d'où

$$D = \sqrt{\frac{16 \times 8Q}{18 \times 0,85 \times 0,601\sqrt{2gH}}} = \sqrt{\frac{16 \times 8Q}{18 \times 0,511\sqrt{2gH}}};$$

relation qui conduirait à un diamètre un peu plus petit que celui qu'adoptent les praticiens, naturellement enclins à donner des dimensions plutôt trop fortes que trop faibles.

En appliquant la formule théorique à la huitième expérience de la première série, et en y faisant $u' = 4^m,192$, on trouve, pour le rapport de l'effet utile théorique au travail absolu dépensé par le moteur, la valeur 0,828, tandis que l'expérience donne 0,72, ce qui diffère en moins de la valeur théorique de 0,095 ou $\frac{1}{12}$.

Si l'on suppose que la vanne inférieure, qui était à peu près totalement ouverte dans l'expérience précédente, soit en partie fermée, comme dans la seconde série où sa levée n'était que de $0^m,178$, on trouve pour le rapport théorique de l'effet utile au

travail absolu du moteur la valeur 0,685, au lieu de 0,815, ce qui indique une réduction de $\frac{1}{6}$ dans l'effet théorique.

L'expérience montre, en effet, que la réduction de l'orifice d'évacuation du tuyau occasionne dans l'effet utile une diminution notable, et donne pour le même rapport, dans le cas que nous venons d'examiner, la valeur 0,627, tandis que pour l'ouverture complète on avait trouvé la valeur 0,720, qui est supérieure de $\frac{1}{6}$.

L'expérience et la théorie sont d'ailleurs parfaitement d'accord pour faire voir que la vanne inférieure ne saurait être employée comme moyen de régler la dépense et la vitesse de la roue, sans qu'il n'en résulte une perte très-sensible dans le rapport de l'effet utile au travail absolu dépensé par le moteur.

389. *Représentation graphique, et comparaison des résultats de la théorie à ceux de l'expérience.* — Pour compléter la comparaison des résultats de la théorie à ceux de l'expérience, nous en avons fait l'application à la première série, relative au cas où tous les canaux de circulation de la turbine étaient entièrement libres. Les résultats de ces calculs ont été représentés graphiquement (pl. VI, fig. 13), comme ceux des expériences et à la même échelle, par une courbe qui a pour abscisses les nombres de tours en une minute, et pour ordonnées les valeurs du rapport de l'effet utile théorique au travail absolu du moteur.

L'examen de cette courbe montre que les effets utiles réels et les effets théoriques marchent dans le même sens; mais, d'une part, l'effet théorique est supérieur à l'effet donné par l'expérience, et de l'autre la vitesse qui correspond au maximum d'effet théorique est plus grande que celle qui donne le maximum d'effet utile réel. On remarque de plus que l'excès de l'effet théorique sur l'effet utile réel croît avec la vitesse. Cette différence tient donc évidemment en grande partie à ce que la théorie précédente ne tient pas compte de la résistance que l'eau oppose au mouvement de la roue, ainsi que de quelques autres pertes croissantes avec la vitesse, telles que le choc de l'eau contre le bord des aubes, etc.

Or, s'il ne nous est pas possible de déterminer directement l'influence de ces causes, les constructions graphiques per-

mettent d'en trouver la loi et la valeur approximatives. En effet l'excès des ordonnées de la courbe théorique sur celles de a courbe expérimentale nous donne pour chaque vitesse de la roue la fraction du travail absolu du moteur qui est absorbée ou perdue par des causes dont la théorie n'a pas tenu compte. Prenant donc (pl. VI, fig. 24), pour chaque vitesse ou chaque nombre de tours de roue, la différence de ces ordonnées, et construisant le lieu géométrique des points dont ces différences sont les ordonnées et dont les carrés des nombres de tours sont les abscisses, on reconnaît que l'on peut faire passer entre tous ces points une ligne droite, dont l'équation est

$$r = 0{,}0000122 n^2,$$

dans laquelle r représente la fraction du rapport de l'effet utile théorique au travail absolu du moteur consommé par les causes indiquées, et n le nombre de tours de la roue en 1'.

Ainsi, en retranchant du second membre de l'équation théorique la valeur ci-dessus de r, on aura une formule usuelle qui représentera l'effet utile réel avec toute l'exactitude désirable.

On peut mettre cette expression sous une forme plus générale, qui permette de l'appliquer ou de la vérifier pour d'autres roues, en remarquant que la résistance opposée par le liquide au mouvement de la roue peut être regardée comme proportionnelle à la surface de la zone annulaire, de sorte que la valeur de r devient

$$r = 0{,}0000122 \left(\frac{60 \times v}{2\Pi R}\right)^2 = \mathrm{K}Sv^2,$$

expression dans laquelle

K serait un facteur constant ;

S la surface annulaire de la roue ;

v la vitesse de la circonférence moyenne de la couronne, et qui, d'après les dimensions de la roue, revient, toutes réductions faites, à

$$r = 0{,}014733\, Sv^2.$$

D'après cela, l'effet utile réel serait représenté avec l'exactitude désirable pour la pratique par la formule

$$\frac{Pv}{MgH}=1-A.\frac{u'^2}{gh}+\frac{B}{gH}u'v-\left(\frac{1}{gH}+0{,}014733\,S\right)v^2.$$

La recherche de la vitesse correspondante au maximum d'effet conduirait à des calculs assez laborieux pour la pratique, puisque l'on aurait à résoudre une équation du 4e degré ; mais on peut la simplifier en remarquant d'abord que l'équation générale de l'effet utile montre 1° que le rapport de l'aire de section du tuyau à celle de l'orifice de sortie doit être aussi grand que possible ; 2° qu'il faut diminuer autant qu'on le peut la contraction à l'entrée des directrices.

Nous ne chercherons pas toutefois à appliquer cette formule à la détermination des proportions et de la vitesse convenable pour les roues à établir, attendu qu'il faudrait un plus grand nombre d'expériences que celles que nous possédons pour bien déterminer la valeur du terme qui tient compte de la résistance de l'eau au mouvement de la roue.

Nous nous bornerons à faire remarquer qu'il importe de rendre aussi grand que possible le rapport de l'aire de tous les orifices de passage à la section du tuyau, et que l'effet utile est indépendant de la hauteur à laquelle on place la roue par rapport à la chute.

390. *Conclusions générales.* — En résumé des expériences et de la discussion théorique, il résulte :

1° Que la turbine construite par MM. A. Kœchlin et compagnie fonctionnant à son état normal, et complétement ouverte, donne un effet utile égal à 0,72 du travail absolu du moteur ;

2° Que, quand la moitié seulement des canaux de circulation formés par les aubes sont garnis de leurs obturateurs, l'effet utile est encore d'environ 0,70 à 0,71 du travail absolu du moteur ;

3° Que, quand toutes les aubes sont garnies de leurs obturateurs, l'effet utile est encore égal à 0,63 du travail absolu du moteur : d'où résulte que la dépense d'eau peut varier dans des

limites étendues, sans que le moteur cesse de fonctionner avantageusement;

4° Que, pour chaque dépense d'eau et chaque chute, la vitesse de la roue peut varier entre des limites très-étendues, en s'écartant en plus ou en moins de $\frac{1}{4}$ de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur diminue notablement;

5° Que le rétrécissement de l'orifice d'évacuation inférieur produit toujours une diminution dans le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur, et que cette diminution est d'autant plus sensible que le rétrécissement est plus considérable: d'où résulte que la vanne de cet orifice ne peut sans désavantage être employée comme moyen de faire varier la dépense, et par suite la vitesse; de sorte que jusqu'à présent ce moteur ne peut sans inconvénient être soumis aux moyens ordinaires de régler la vitesse des roues hydrauliques.

Les constructeurs ont remplacé, dans ces derniers temps, la vanne inférieure par un grand diaphragme tournant autour d'un axe horizontal, analogue au papillon des tuyaux de poêle, qui, selon qu'on l'incline plus ou moins, rétrécit ou ouvre le passage par le tuyau vertical. Mais l'effet de ce dispositif doit être, quant aux pertes de force vive, le même que celui de la vanne inférieure.

Cette discussion montre qu'en laissant de côté cette dernière considération, ce moteur joint à la propriété d'une installation facile celle d'utiliser avantageusement la puissance motrice des cours d'eau, et qu'il doit être classé au rang des meilleurs moteurs hydrauliques.

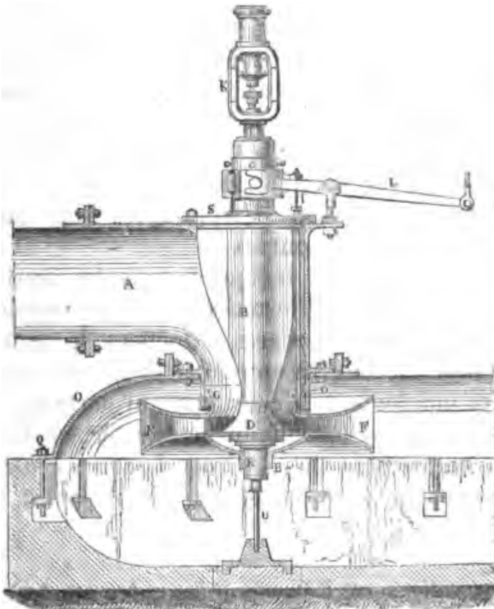
391. *Turbine sans directrices de M. Girard.* — La turbine que cet ingénieur a proposée en 1855 rentre dans la classe de celles qui reçoivent l'eau à une distance de l'axe de rotation moindre que celle à laquelle le fluide les abandonne. Elle a des aubes courbes comme la turbine de M. Fourneyron, mais point de courbes directrices pour guider les filets fluides qui s'échappent ainsi perpendiculairement à la circonférence intérieure du vannage ou dans le sens de ses rayons.

Les aubes courbes sont assemblées entre deux plateaux, en

formes de calottes sphériques, opposées par leur sommet, de sorte que les canaux F, F formés par ces aubes ont des hauteurs croissantes, depuis la circonférence intérieure jusqu'à la circonférence extérieure.

M. Girard a donné à ces récepteurs le nom de *turbines sans directrices à évacuation par évasement*, et, par cette disposition, il a eu pour but d'assurer la libre circulation de l'eau sur les aubes courbes de la roue, en proportionnant les sections des canaux qu'elle parcourt, de telle sorte que, sous l'action combinée de sa vitesse relative d'introduction et de la force centrifuge que développe le mouvement de rotation, le fluide pût les parcourir sans former de remous ou de tourbillonnements, et en sortir avec la vitesse absolue, la plus faible possible, après y être entré sans choc, conformément aux principes établis aux nos 206 et suivants.

La circonférence intérieure du plateau inférieur de la roue est exactement occupée par un manchon fixe D à base plane et



circulaire, dont la surface supérieure est celle d'un solide de révolution à génératrice curviligne, tracée de manière à faire

arriver les filets fluides horizontalement et dans le sens des rayons vers l'orifice. Ce manchon est suspendu à un fourreau fixe aussi, et dans lequel passe l'arbre vertical de la turbine.

Au-dessus du manchon D est un autre manchon B, qui occupe le milieu de la huche cylindrique, servant de réservoir et auquel l'auteur a donné, dans le sens horizontal de l'affluence de l'eau, la forme d'une proue destinée à faciliter la déviation des filets fluides qui arrivent par le tuyau d'amenée A, de façon à les diriger sans tourbillonnement dans le sens vertical, puis, à l'aide du manchon D décrit plus haut, dans le sens horizontal.

La vanne est cylindrique comme dans la turbine de M. Fourneyron, et formée par une couronne annulaire à profil curviligne vers sa paroi intérieure, afin d'atténuer les effets de la contraction dans le sens horizontal.

Par cette disposition combinée avec celle du manchon fixe D, lorsque la vanne est levée jusqu'à la hauteur totale des orifices intérieurs de la turbine, la contraction des filets fluides est fort atténuée, et ils doivent affluer dans les canaux de la roue à très-peu près dans le sens horizontal.

Mais, quand les orifices d'admission de la roue ne sont ouverts que sur une partie de leur hauteur totale, la veine fluide peut se gonfler dans le sens vertical, et le rendement de la roue doit diminuer, comme cela arrive pour les turbines de M. Fourneyron, qui ne sont pas partagées dans leur hauteur par des diaphragmes horizontaux.

D'après les proportions indiquées dans les dessins publiés par M. Girard et d'après le modèle de cette turbine qu'il a donné au Conservatoire des arts et métiers, le diamètre intérieur de la roue est compris entre 0,50 et 0,60 de son diamètre intérieur, ce qui donne à la couronne qui porte les aubes une largeur égale à 0,25 à 0,20 du diamètre extérieur. Il en résulte que dans le mouvement de cette roue la force centrifuge doit avoir une action très-sensible sur la circulation et sur la dépense de l'eau.

392. *Observations sur l'évasement des aubes courbes.* — L'augmentation de la hauteur des conduits d'évacuation de la roue, à mesure que la distance à l'axe s'accroît, détermine ce que M. Girard appelle l'évacuation par évasement et permet de res-

serrer les aubes vers la circonférence extérieure pour diminuer l'angle que forme leur dernier élément avec la circonférence, ce qui tend à atténuer la vitesse absolue avec laquelle l'eau quitte la roue, et par suite à diminuer la perte de force vive.

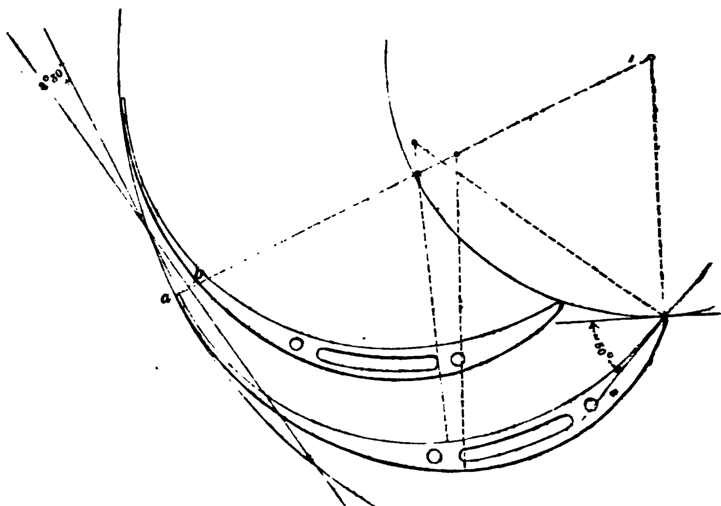
Une disposition analogue avait été depuis longtemps introduite par M. Fontaine dans ses turbines, comme on peut le voir au n° 355 dont la figure est antérieure à 1847, et elle était encore plus utile peut-être dans ces dernières turbines que dans celles de M. Girard, où la force centrifuge favorise, comme dans celles de M. Fourneyron (voir au n° 348), l'évacuation du liquide.

Quoi qu'il en soit, cet évasement des passages s'il est renfermé dans des proportions convenables pouvant, par la raison que nous avons indiquée plus haut, contribuer à diminuer la perte de force à la sortie de l'eau; cette disposition paraît convenable, mais il ne faudrait pas s'en exagérer l'influence. Il tend à assurer la libre circulation de l'eau sur la nécessité de laquelle M. Poncelet a depuis longtemps appelé l'attention des ingénieurs. Prudemment combinée avec l'action accélératrice que la force centrifuge exerce dans les turbines du genre de celles de M. Fourneyron et de celle qui nous occupe, et dont l'on ne saurait méconnaître l'influence sans se mettre en contradiction avec les principes de la mécanique et avec les faits de l'observation, elle peut donner de bons résultats, mais elle ne constitue pas pour la construction de ces récepteurs hydrauliques ce que l'on peut appeler un principe nouveau.

393. *Tracé des aubes.* — Dans le modèle de turbine donné au Conservatoire des arts et métiers par M. Girard, les aubes courbes de la roue se raccordent tangentiellement avec la circonférence extérieure, et leur premier élément vers la circonférence intérieure forme avec la tangente à cette circonférence un angle d'environ 50°. L'orifice de sortie de l'eau étant déterminé dans le sens horizontal par la perpendiculaire *ab*, abaissée du bord extérieur *a* d'une aube sur la convexité de celle qui la précède, la direction moyenne des filets à leur sortie est celle d'une perpendiculaire élevée sur *ab*, et, dans ce modèle, cette ligne forme avec la tangente à la circonférence extérieure un angle d'environ 8°.

Dans le but d'assurer aux canaux formés par les aubes une

section qui soit toujours en rapport avec la vitesse et le volume de l'eau qu'ils doivent débiter, M. Girard, suivant en cela les



indications données par M. Poncelet, a formé les aubes d'une manière analogue à celle dont nous avons parlé au sujet de la turbine de M. Fourneyron, et que M. Poncelet lui-même avait essayée dans une turbine de son invention à introduction extérieure, et qui fut exécutée en 1847. Les aubes sont renflées à leur partie convexe, de façon que leur largeur dans le sens des circonférences concentriques de la zone qu'elles occupent va sans cesse en diminuant; mais la hauteur des sections allant en croissant de la circonférence intérieure à la circonférence extérieure, les aires des sections de passage ne diminuent pas dans le même rapport. La section libre d'entrée, abstraction faite de l'effet de contraction qui doit toujours s'y produire plus ou moins, est dans cette petite turbine de 15 millim. de hauteur sur 21 de largeur ou de 305 millim. carrés. La section libre de sortie est de 34 millim. sur 6, soit de 204 millim. carrés de section. Celle-ci est donc plus petite que la section d'entrée dans le rapport de $\frac{305}{204} = 1.49$. Mais comme d'une part la contraction restreint le passage d'entrée et que la force centrifuge accélère dans cette roue le mouvement de sortie, il doit se faire une

compensation à peu près ou même plus que complète, de sorte que la veine fluide s'échappe librement. On comprend que les deux éléments de la surface de ces sections, la largeur et la hauteur pourraient varier dans d'autres proportions que celles admises par M. Girard, sans que la libre circulation du fluide dans la roue cessât d'avoir lieu.

394. *Expériences faites au Conservatoire.* — Les détails qui précèdent et la figure jointe au texte suffisent pour faire comprendre la disposition et le jeu de cette turbine, et il nous reste à faire connaître les résultats des seules expériences authentiques que nous possédions encore sur ce récepteur. Nous les extrairons du procès-verbal des expériences faites au Conservatoire des arts et métiers sur une petite turbine de ce genre, destinée à être employée pour une chute de 50 mètres, et qui n'a pu être essayée au Conservatoire que sous des chutes comprises entre $3^m.800$ et $12^m.00$ seulement.

L'eau dépensée a été jaugée directement dans les bassins qui font partie de l'installation de la salle d'expériences du Conservatoire, et l'on a pu ainsi se mettre à l'abri de toute incertitude sur cette donnée importante.

L'eau était amenée dans la turbine par un conduit en fonte, dont le développement total avait une longueur de 23 mètres et dont le diamètre intérieur était de $0^m.18$. Le raccordement entre l'extrémité de cette conduite et le tuyau elliptique d'admission de la turbine était fait au moyen d'un tuyau en tôle, en forme de col de cygne, de manière à éviter autant que possible les étranglements. Le niveau de l'eau dans le bassin d'alimentation était noté avec soin au commencement et à la fin de la période, pendant laquelle deux observateurs comptaient simultanément le nombre des tours de la turbine.

L'effet utile était estimé pendant toute cette période à l'aide d'un frein à axe vertical.

Les résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant :

Numéros des expériences.	Chute totale moyenne.	Tours de la turbine en 1''.	Vitesse correspondante du crochet de suspension de la charge du frein.	Charge du frein.	Effet utile ou travail mesuré par le frein en 1''.	Volume d'eau dépensé en 1''.	Travail absolu du moteur en 1''.	Rendement de la turbine.	Ouverture de la vanne en fraction de l'ouverture totale.
	m.	t.	m.	kil.	km.	lit.	km.		
1	3.880	156.81	7.934	2.787	22.11	8.010	31.08	0.711	0.94
2	6.898	296.95	15.025	1.000	15.02	3.575	24.66	0.609	0.32
3	6.583	287.30	14.537	2.000	29.07	6.760	44.52	0.652	0.61
4	7.074	268.60	13.591	3.987	54.18	10.100	71.45	0.758	0.88
5	10.083	346.80	17.548	1.500	26.32	4.26	42.99	0.612	0.31
6	9.870	340.00	17.204	3.000	51.61	7.71	76.09	0.678	0.57
7	9.491	380.80	19.268	5.000	96.34	13.32	126.42	0.762	1.00
8	12.159	360.40	18.236	3.000	54.70	6.48	78.79	0.693	0.43

Il résulte des chiffres contenus dans ce tableau :

1° Que l'effet utile ou le rendement de la turbine de M. Girard, sous des chutes qui ont varié de 4 à 12 mètres et pour des volumes d'eau compris entre 4 et 15 litres dépensés en 1'', ne s'est pas abaissé au-dessous de 0.65 du travail absolu du moteur, tant que l'ouverture de la vanne n'a pas été moindre que 0.43 de son ouverture totale ;

2° Que ce rendement diminue avec l'ouverture de la vanne, mais qu'il n'est pas inférieur à 0.60 quand cette ouverture n'est que de 0.31 de l'ouverture totale ;

3° Que pour les chutes les plus considérables essayées, qui étaient de 9 à 12 mètres, et par une ouverture complète de vanne, le rendement s'est élevé à 0.76.

Dans toutes ces expériences, la turbine n'était pas noyée dans les eaux d'aval, et la charge du frein la plus convenable au meilleur rendement de la roue a été déterminée dans chaque cas par le constructeur lui-même.

L'ensemble de ces résultats montre que cette turbine peut prendre rang parmi les meilleurs moteurs de ce genre, et que

son rendement s'élève aussi haut que celui des principales turbines que nous avons déjà étudiées.

395. *Modèles divers de turbines de MM. Callon et Girard.* — Outre les turbines dont nous venons d'indiquer le type, et qui, quant au mode d'action de l'eau, se rapprochent beaucoup de celles de M. Fourneyron, ces ingénieurs en font construire d'autres de formes et de dispositions parfois très-variées qui se rattachent, en ce qui concerne la disposition d'ensemble, au modèle de celles de M. Fontaine, mais qui en diffèrent par plusieurs détails de construction, et spécialement par un plus grand évasement des orifices d'évacuation.

D'après des expériences faites sur des turbines de ce genre établies à la papeterie de Souche d'Anould (Vosges), et au moulin d'Amilly (Loiret), le rendement de ces récepteurs paraît s'élever à 0.70 et 0.76 du travail absolu du moteur.

396. *Applications des turbines à l'utilisation des eaux fournies par les distributions des villes.* — L'on sait que dans les grandes cités industrielles beaucoup d'ateliers ont besoin d'une petite force motrice, pour laquelle il ne serait pas possible de songer à établir des moteurs spéciaux par suite de la dépense et des sujétions qu'ils entraîneraient. Ces industries sont alors obligées de se grouper dans des établissements où on loue en même temps le local et la force nécessaire. M. Girard a eu l'heureuse idée d'appliquer ses turbines à l'utilisation de la force motrice, que l'on peut emprunter aux distributions d'eau des villes, en un point quelconque de leur parcours, quand la pression qui existe dans les conduites est assez considérable pour fournir la force suffisante avec une faible dépense d'eau.

C'est ainsi qu'à Gênes il a fait, le premier, je crois, établir un assez grand nombre de petites turbines de ce genre, qui fournissent à domicile, sans embarras et avec très-peu de frais, la force motrice nécessaire à de petits ateliers.

Toutes les turbines que nous avons étudiées se prêtent à peu près également à cette application, et ce que M. Girard a fait en petit est même analogue à ce que M. Fourneyron et M. Fontaine ont fait en grand dans plus d'un cas; mais l'idée de répartir ainsi sur tout le parcours d'une distribution d'eau de ville, à grande pression, la force motrice par de petits moteurs indé-

pendants, ne nous en paraît pas moins une heureuse application due à M. Girard.

397. *Observation relative aux turbines en général.* — L'on remarquera que tous les genres de turbines que nous venons d'étudier, ont pour caractère commun que, par la forme donnée à leurs aubes et à leurs directrices, l'on parvient dans toutes à atténuer les pertes de forces vives éprouvées par l'eau à l'entrée et surtout à la sortie ; de sorte qu'elles approchent autant que possible, des conditions du maximum d'effet, quand elles sont chacune dans leur genre propre, bien proportionnées.

C'est ce qui explique comment le rendement de toutes ces turbines est à très peu près le même et s'élève également à 0.70 ou 0,75 du travail absolu du moteur.

Roues à réaction.

398. *Principe de ces roues.* — Il résulte du principe de l'égalité de pression dans les liquides que tous les éléments d'une même tranche horizontale d'un liquide, contenus dans un vase ouvert à sa partie supérieure, sont soumis à des pressions égales, et exercent aussi sur les parois qui les contiennent des pressions horizontales égales et qui se contrebalancent les unes les autres. Mais, quand on perce dans ces parois un orifice qui permet au liquide de s'échapper, la pression, qui était exercée en ce point de la paroi par le liquide, n'existant plus, puisque la paroi est supprimée, il en résulte que la pression, égale et de sens contraire, qu'éprouvait la partie directement opposée du vase n'est plus équilibrée, et qu'elle tend à faire reculer le vase en sens contraire de l'écoulement du fluide.

L'on a cherché depuis longtemps à utiliser cet effet, qu'on nomme la *réaction* du fluide, de bien des manières diverses, et en particulier pour la construction de certains récepteurs hydrauliques connus sous le nom générique de *roues à réaction*.

399. *Volant hydraulique de M. de Manoury-d'Ectot.* — L'appareil connu sous ce nom se compose de deux ou plusieurs bras, ou canaux creux, horizontaux, fixés à un arbre vertical, et percés vers leur extrémité d'un orifice qui permet à l'eau de s'échapper perpendiculairement à la longueur de ces bras.

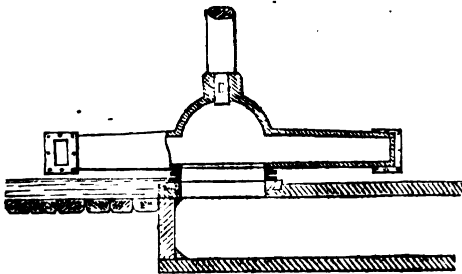
L'eau afflue par la partie inférieure de l'arbre au moyen d'un conduit souterrain et de là passe dans les bras creux.

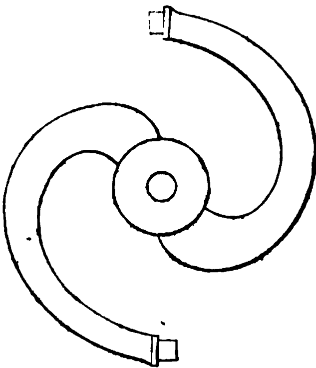
La réaction de l'eau produit le mouvement de rotation des bras et de l'arbre en sens contraire de l'écoulement.

Par des dispositions et des proportions convenables, l'on peut atténuer les pertes de force vive ou de travail qui se produisent au passage de l'eau du conduit souterrain dans les bras ; mais il n'est pas aussi facile de diminuer beaucoup la force vive que l'eau possède inutilement à sa sortie. Il en résulte que le rendement des moteurs de ce genre n'est jamais qu'une portion assez faible du travail absolu du moteur.

L'on possède fort peu de données sur les moteurs de ce genre, et le seul sur lequel je connaisse des expériences au frein dignes de quelque confiance est la roue à réaction construite par M. Duvoir, mécanicien à Liancourt.

400. *Turbine à réaction de M. Duvoir.* — Ce mécanicien a établi plusieurs turbines de ce genre, dont l'arbre vertical porte deux ou quatre bras creux, à section transversale carrée, décroissant de l'axe vers l'extrémité, et dont l'effet utile s'élève de deux à quatre chevaux.





Nous donnerons une description succincte de ce genre de turbine.

L'eau y arrive par un canal inférieur en bois ou en métal, placé au-dessous du niveau d'aval, et qui débouche par un orifice circulaire dans une cloche mobile et suspendue à l'arbre vertical de la turbine.

Cette cloche, dont le corps est cylindrique et la partie supérieure en forme de calotte sphérique, porte deux bras creux horizontaux, diamétralement opposés l'un à l'autre, de forme courbe, à section intérieure carrée, et qui, partant de la cloche normalement à sa surface, se recourbent de manière à être à peu près tangents à une circonférence concentrique à l'axe qui les limite.

Cette forme des bras adoptée par M. Duvoir se rapproche beaucoup de celle qui est indiquée pl. D. fig. 9 de l'Architecture hydraulique de Bélidor, édition de M. Navier, à laquelle elle est évidemment empruntée et qui était aussi celle d'un modèle qui avait été déposé au Conservatoire des arts et métiers.

L'on conçoit de suite que l'eau, qui afflue par la partie inférieure de la cloche, circule dans ces deux bras courbes et s'en échappe par leur extrémité ouverte, en développant des efforts de réaction qui font tourner la turbine et son arbre en sens contraire de la vitesse de sortie de l'eau.

A l'aide d'un mécanisme que l'on peut manœuvrer pendant la marche de la roue, il est facile de régler l'ouverture d'évacuation de l'extrémité des bras de manière à ne dépenser que la quantité d'eau voulue ou à ne pas dépasser une limite donnée de vitesse ; car cet appareil pourrait être mis en communication avec un régulateur.

D'après des expériences au frein, faites par les soins du Conservatoire des arts et métiers, le rendement de ces roues aurait été compris en 0.47 et 0.55 du travail absolu du moteur ; ce qui, vu l'extrême simplicité de ce récepteur, serait un résultat assez satisfaisant et qui permettrait de l'appliquer dans beaucoup de circonstances où l'on tient moins à un rendement considérable qu'à la facilité de l'installation et de l'entretien.

Ces rendements sont d'ailleurs bien supérieurs à ceux des anciennes roues à axe vertical appelées rouets volants et *roues* à cuve dont il a été parlé aux nos 319 et suivants, et qui sont encore en usage dans les pays de montagnes où les eaux sont assez abondantes pour qu'on ne s'attache pas à les économiser.

Il est à remarquer aussi que les résultats que nous venons de rapporter et qui ont été obtenus sur une roue à réaction sont bien plus favorables que ceux qu'ont fourni des roues analogues que l'on a voulu faire marcher par la vapeur. Toutes les tentatives de ce dernier genre, n'ont, en effet, jusqu'ici,

donné que des rendements excessivement faibles qui ont conduit à y renoncer.

La difficulté principale provient de la très-grande vitesse avec laquelle le fluide à l'état gazeux s'échappe de la machine en conservant ainsi une grande partie de la force vive qui lui a été communiquée.

401. *Observations comparatives sur les turbines et les roues de côté.* — La manufacture d'armes de Châtellerault a pour moteurs six roues de côté et trois turbines dont une construite par M. Fourneyron et les deux autres par M. Fontaine-Baron.

Les roues de côté sont assez médiocrement disposées, très-lourdes et leurs coursiers n'ont pas la forme convenable pour les dégager du remous des eaux d'aval.

Sous le rapport du rendement, de la vitesse de rotation et de l'espace occupé, les turbines sont supérieures aux roues de côté, mais sous ceux de la facilité et de l'économie de réparations et de la durée des chômages, il a été recueilli à Châtellerault, par les soins de M. le colonel de Mecquenem, des observations importantes dont je vais analyser les résultats qui sont résumés dans les tableaux suivants :

TABLEAU DES CHOMAGES DES USINES PAR SUITE DE RÉPARATIONS AUX MOTEURS, DU 1er JANVIER 1854 AU 1er JUILLET 1858.

DÉSIGNATION des moteurs.	NOMBRE de jours de chômage.	NATURE des réparations.
Turbine Fourneyron, usine C^1..	19.75	Réparation du pivot
Turbine Fontaine, usine C^4.....	14.00	Réparation à la turbine.
Turbine Fontaine, usine C^5.....	36.00	Id.
Roue du laminoir............	4.00	Remplacement de deux courbes dentées.
Roue de l'usine C^3............	0.20	Réparation aux coursiers.
Roue de la soufflerie..........	»	»
Roue du martinet des 3 raffineries	0.30	Remplacement d'aubes.
Roue du martinet de droite....	»	»
Roue du martinet de gauche...	2.00	Réparation à la roue.

A ces résultats d'observations, il faut ajouter : 1° que toutes les fois qu'on a dû visiter ou réparer les turbines, il a fallu vider le canal, ce qui a occasionné un chômage général des usines, tandis que les réparations aux roues n'ont pas cet inconvénient; 2° Qu'en général les réparations à faire aux roues de côté sont plus faciles et moins dispendieuses.

Quant aux chômages par suite des crues, l'observation a fourni les résultats suivants :

TABLEAU DU CHOMAGE DES USINES PAR SUITE DE CRUES OU DE GELÉE, DU 1er JANVIER 1854 AU 1er JUILLET 1858.

DÉSIGNATION DES USINES.	NOMBRE DE JOURS de chômage.	
	par les crues.	par la gelée.
Turbine Fourneyron, usine C^1	31.12	6.5
Turbine Fontaine, usine C^4	33.33	6.5
Turbine Fontaine, usine C^3	26.69	6.5
Usine C^2, roue hydraulique	35.93	6.5
Laminoir	37.93	6.5
Usine C^5. Machine soufflante	37.43	6.8
Usine C^5. Martinet de raffinerie	37.43	6.8
Usine C^5. Martinet de droite	37.43	6.8
Usine C^5. Martinet de gauche	37.43	6.8

Ce tableau montre que sous le rapport des chômages par les crues, l'avantage des turbines n'est pas aussi considérable qu'on serait tenté de le croire et qu'il est nul pour le chômage par les gelées.

Ces observations sont de nature à faire préférer dans bien des cas les roues de côté et les roues à aubes courbes aux turbines.

402. *Roue à hélices de M. Clapeyron.* — A une époque déjà assez éloignée, en avril 1849, lorsque la ville de Paris se proposait d'utiliser la chute créée par le barrage établi à l'aval du Pont-Neuf, feu notre regretté confrère, M. Clapeyron, avait remarqué avec raison que si les turbines ont l'avantage de fonctionner noyées indépendamment des variations des niveaux d'amont et d'aval, elles ont en temps de crues l'inconvénient de dépenser des volumes d'eau d'autant plus petits que les chutes

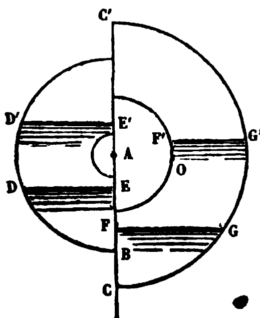
sont plus faibles, ce qui est l'inverse de la condition à remplir pour obtenir alors la même puissance motrice qu'en temps d'eaux moyennes.

Malgré l'introduction de dispositions plus ou moins ingénieuses pour atténuer ce défaut des turbines, il restait encore très-réel dans le cas des chutes moyennes, susceptibles d'éprouver de grandes réductions en temps de crues.

Ces considérations avaient engagé ce savant ingénieur à étudier la construction d'un récepteur qui eût, au contraire, la propriété de dépenser d'autant plus d'eau, que la chute motrice devenait moindre, de manière à compenser par cet accroissement la diminution de cette chute. Le moteur projeté par M. Clapeyron consistait en une vis d'Archimède à axe horizontal tournant comme les vis à la hollandaise dans un coursier fixe et dont les filets héliçoïdes étaient montés sur un noyau cylindrique concentrique à l'axe.

Le diamètre de cette vis et de son enveloppe, d'abord constant sur une certaine étendue du côté d'amont, allait ensuite en croissant vers l'aval, afin de faciliter l'épanouissement de la nappe fluide qui y était introduite et de lui permettre de quitter la roue sans chute et par conséquent presque sans perte à la sortie.

Afin d'assurer d'une manière régulière cet épanouissement, l'auteur donnait à l'hélice au moins trois spires; de sorte qu'au moment où l'eau devait commencer à se déverser dans le canal de fuite, elle se serait trouvée parvenue dans une partie de la roue où le diamètre agrandi devait rester constant. Si l'on conçoit que dans la figure ci-contre, la portion à gauche de la ligne CAC′ représente la projection de la partie d'amont du récepteur et que la portion à droite de la même ligne soit la projection de la partie d'aval, on verra facilement que la première condition sera remplie si, en nommant AB le rayon de la partie d'amont de la roue, et DE étant le niveau d'amont, tandis que FG est le niveau d'aval, le rayon AC de la partie d'aval est calculé de façon que le triangle mixtiligne BDE soit égal au triangle analogue CFG.



Cela étant fait pour le cas de l'étiage, où la chute EF est à son maximum, il s'agissait de satisfaire à la même condition pour le cas des crues en dépensant d'une manière aussi favorable de plus grands volumes d'eau en temps de crues, où la chute est diminuée par l'exhaussement des niveaux d'amont et d'aval.

L'élévation du niveau d'amont devait naturellement faciliter l'augmentation du volume d'eau débité, puisqu'il en résultait de ce côté une plus grande section de passage, mais il fallait obtenir pour la partie d'aval un accroissement correspondant de section. L'on y pouvait parvenir en proportionnant convenablement le noyau de la vis, qui alors devait se trouver noyé en partie tandis qu'il ne l'était pas en temps d'étiage.

L'on conçoit, en effet, que si le niveau d'amont s'élevait en D'E' et le niveau d'aval en F'G', il était possible de donner au noyau de l'hélice un rayon AO tel que le profil annulaire d'amont BDD'E' fût égal au profil analogue d'aval CGG'F'OF; nous nous contenterons de donner les indications précédentes sur ce projet de récepteur héliçoïde à axe horizontal et à diamètres variables, proposé à la commission municipale chargée d'examiner alors les divers projets présentés à cette époque pour l'utilisation de la chute de la Seine au Pont-Neuf, parce qu'il n'a pas été exécuté.

Mais il est, à notre connaissance, le premier type de ce genre de moteurs qui ait été imaginé, et il est assez probable que par suite des bonnes proportions indiquées par M. Clapeyron, son rendement se serait élevé à 0.65 du travail absolu du moteur, de même que celui de la vis d'archimède employée à l'inverse à l'élévation des eaux.

Depuis lors, d'autres moteurs analogues ont été proposés; les uns renfermés dans des coursiers avec ou sans évasement, d'autres sans coursier, simplement flottants à la surface du courant pour en utiliser une partie de la force vive sur des ailettes héliçoïdales.

403. *Canal d'arrivée ou réservoir.* — Nous avons indiqué, en traitant de l'hydraulique, les règles à suivre pour l'établissement des canaux en général. Elles s'appliquent à ceux de dérivation qui conduisent l'eau sur les récepteurs hydrauliques. La vitesse de fond et la vitesse moyenne seront déterminées, comme il a été dit, d'après la nature du sol; mais dans quelques cas on peut, dans le voisinage de l'usine, être gêné par les localités et obligé de restreindre les dimensions. Cependant on devra toujours chercher à donner à ce canal, près des vannes, des dimensions telles que l'aire de sa section transversale soit au moins égale à 10 ou 12 fois celle de l'orifice à sa plus grande ouverture. L'on atténuera ainsi la dénivellation ou perte de chute qui se produit pour engendrer la vitesse que l'eau est obligée de prendre dans cette partie du canal.

On se rappellera qu'à tous les embranchements de canaux il se produit une perte de force vive et par suite une dénivellation d'autant plus grande que la contraction est plus considérable; il convient donc que les bords du canal à l'endroit où il reçoit l'eau aient des contours convenablement arrondis ou raccordés avec les parois du réservoir au canal principal, et que le fond soit à même hauteur pour les deux parties.

404. *Étang ou réservoir.* — Lorsque les localités le permettent, il est souvent utile d'établir en amont de l'usine, soit et de préférence à l'extrémité inférieure du canal, soit à son origine, un étang ou réservoir dans lequel les eaux s'accumulent pendant les interruptions de travail. Cela donne la facilité de conserver des eaux qui se seraient écoulées en pure perte et présente surtout un avantage considérable dans la saison des basses eaux, où les usines dépensent plus d'eau que la source n'en fournit. A cette époque on est souvent obligé d'interrompre le travail, non-seulement pendant la nuit et les heures des repas des ouvriers, mais encore pendant la journée, afin de laisser accumuler les eaux et de les élever à une hauteur convenable.

L'emploi des étangs est surtout avantageux pour les usines qui, par la nature de l'ouvrage à faire, travaillent par intermit-

tences, telles que les marteaux de forge, les laminoirs, etc., etc. Alors en effet, pendant le travail, la dépense d'eau excède presque toujours le produit de la source, et le niveau baisse dans le réservoir; puis, dans les intermittences, l'usine ne dépensant rien, le réservoir se remplit de nouveau.

Dans les pays de montagnes, où l'on utilise beaucoup de petits cours d'eau avec de grandes chutes, on est dans l'usage de retenir aussi les eaux, soit pendant la nuit, soit pendant une partie du jour, pour les employer quand elles sont accumulées en quantité suffisante : cela s'appelle *travailler par éclusées*.

Mais il faut d'abord remarquer que les avantages que ce mode de travail peut présenter dans les cas que nous venons d'indiquer sont rachetés par quelques inconvénients. En effet, à mesure que le niveau du réservoir baisse, la chute totale diminue, et par conséquent pour obtenir la même force il faut dépenser plus d'eau, ce qui accélère encore l'abaissement de ce niveau. Cette influence est d'autant plus sensible et fâcheuse que la chute est plus faible, puisqu'une hauteur donnée d'abaissement du niveau est alors une fraction d'autant plus grande de la chute totale. De plus, c'est une sujétion pour la construction des moteurs hydrauliques que la condition de travailler à des niveaux variables. On sait en effet que la vitesse des roues correspondante au maximum d'effet est une certaine fraction de la vitesse de l'eau affluente; et comme il convient presque toujours pour la marche des machines que la roue soit animée d'une vitesse constante, il s'ensuit que, si celle de l'eau affluente varie, le rapport de ces vitesses cesse d'être celui qui correspond au maximum d'effet. C'est ce qui arrive particulièrement pour les roues qui reçoivent l'eau en dessous. Quelque chose d'analogue a lieu pour les roues à augets recevant l'eau à la partie supérieure; mais comme elles ont la propriété que le rapport des vitesses V et v peut varier notablement, sans que l'effet utile s'éloigne beaucoup du maximum d'effet, l'inconvénient est peu sensible entre certaines limites. Il en est de même des turbines.

Quant aux roues qui reçoivent l'eau par des vannes qui s'abaissent, comme les roues à aubes planes emboîtées dans des coursiers circulaires, et les roues à augets où elle arrive au-dessous du sommet, on peut régler facilement la marche

du vannage de façon que la vitesse d'affluence de l'eau varie assez peu.

On voit donc qu'il conviendra de limiter autant que possible l'amplitude des variations du niveau de l'eau dans le réservoir, et que, quand ce travail à niveau variable pourra être évité, il y aura plus d'avantage à travailler à niveau constant.

405. *Étendue à donner au réservoir et limites de variations des niveaux.* — Dans tous les cas, on devra proportionner l'étendue du réservoir ou de l'étang au volume d'eau à conserver pendant les interruptions de travail. Connaissant le volume d'eau Q nécessaire pour la marche de l'usine en 1″ à la chute moyenne, le volume Q′ fourni par la source dans le même temps, et nommant T la durée en secondes du travail ou de l'écoulement, l'excès du volume d'eau dépensé sur le volume fourni par la source sera, pendant ce temps $(Q - Q')T$ mètres cubes. Si l'on nomme A la superficie moyenne du bassin et h l'abaissement du niveau dans le même temps, on aura $(Q - Q')T = Ah$. Relation d'où l'on pourra déduire la superficie A du bassin quand on aura fixé la limite de l'abaissement du niveau.

D'une autre part, pendant les interruptions du travail, dont nous désignerons la durée par T′, le produit de la source étant Q′T′, on aura, en appelant h' l'exhaussement du niveau, $Q'T' = Ah'$.

Si, pour régler les variations des niveaux et en diminuer l'amplitude maximum, on s'impose la condition que pour les plus grandes durées ces variations soient égales, on aura $(Q - Q')T = Q'T'$: ce qui donne alors pour le volume d'eau à dépenser en 1″

$$Q = Q' \frac{(T' + T)}{T},$$

comme on l'a déjà vu. Dans tous les cas, il conviendra de limiter les variations h et h' le plus possible, et par conséquent d'augmenter la superficie du réservoir, sans toutefois tomber dans des exagérations de dépenses et de travaux.

Pour les roues dont les vannes s'abaissent, afin de laisser passer l'eau par-dessus, il conviendra que les abaissements du niveau soient limités à 0m,30, 0m,40. Il en sera de même pour

les roues à augets recevant l'eau au sommet par des vannes avec charge sur le côté supérieur.

Quant aux roues en dessous à aubes planes ou courbes, il faut faire en sorte que la vitesse V de l'eau qui afflue sur la roue ne varie pas de plus de $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{8}$ de sa valeur moyenne, et pour les turbines la variation dans la vitesse due à la charge peut s'étendre à $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de sa valeur moyenne.

406. *Observation relative au droit d'écluser les eaux.* — On remarquera que, quand une usine arrête les eaux pendant quelque temps pour ne commencer à les lâcher que quand son réservoir est plein, elle interrompt le travail des usines inférieures, et ne leur permet de le reprendre qu'à des intervalles d'autant plus éloignés que la distance des usines est plus grande et le courant moins rapide. Ainsi, quand une usine retient les eaux la nuit et ne commence son travail qu'à 5 heures du matin, si la vitesse moyenne du courant du canal de fuite est de $0^m,30$ en $1''$, l'eau ne parcourra que $3600 \times 0^m,3 = 1080^m$ en 1 heure, et une usine située à 5 kilomètres ne la recevra que $\frac{5000}{1080} = 4^h,63$ ou $4^h,38'$ plus tard. Il se pourrait même que sur des ruisseaux d'une grande longueur certaines usines ne reçussent l'eau qu'à la fin de la journée ou la nuit.

On voit donc que le travail par éclusées, avantageux aux usines supérieures, est très-gênant pour celles d'aval. Aussi, en règle générale, n'est-il pas permis. Ce n'est que quand il est acquis par l'usage, qu'il remonte à des époques pour lesquelles il y a prescription, ou auxquelles l'usine supérieure existait seule, que ce mode d'aménagement des eaux peut être toléré.

La règle générale c'est le travail à eau courante et par conséquent à niveau constant en temps d'étiage ou de basses eaux. Quant aux temps d'eaux moyennes ou de crues, il faut se réserver la latitude de régler la marche des usines selon la hauteur et l'abondance des eaux.

407. *Vannes de prise d'eau et de garde.* — A l'origine des canaux de prise d'eau, il faut établir des vannes destinées à régler

le volume d'eau admis dans le canal et à empêcher qu'en temps de crues il n'en entre trop. Il ne faut pas perdre de vue, en effet, que les canaux de dérivation destinés aux usines, devant être proportionnés, comme on l'a dit, de manière que l'eau n'y prenne que de faibles vitesses, ne peuvent servir à l'évacuation des crues, sans qu'on les expose à des dégradations considérables. Aussi, en règle générale, on ne devra pas compter sur le canal de prise d'eau pour l'évacuation des crues, quoique l'on puisse quelquefois au besoin accroître le volume qu'il débite dans une assez forte proportion.

Les vannes de prise d'eau doivent donc servir en même temps de vannes de garde, de manière à donner la facilité de régler ou d'empêcher tout à fait l'introduction de l'eau. A cet effet, les bajoyers ou murs de soutènement latéraux, ou les charpentes qui les remplacent, devront avoir leur face supérieure au-dessus du niveau des plus hautes eaux. Une fausse vanne ou tête d'eau solide devra réunir ces bajoyers et s'élever à la même hauteur ainsi que les digues latérales. L'appareil de manœuvre de ces vannes sera proportionné convenablement et disposé de manière à être toujours accessible.

Ces constructions doivent être d'autant plus solides que le cours d'eau est sujet à des crues plus violentes et plus rapides, à des débâcles de glace, etc.

Quand on pourra craindre que le courant n'entraîne des corps flottants, des arbres, des débris d'usines, de ponts, etc., qu'il ne roule des rochers, etc., ce qui arrive dans les pays de montagnes, il sera prudent d'établir en amont, et dans une direction oblique convenable pour rejeter ces corps vers le courant principal, une estacade solide formée de poteaux verticaux de $0^m.20$ à $0^m.25$ d'équarrissage.

En amont des vannes et dans des chaînes de pierres de taille disposées aux bajoyers, il sera toujours prudent de ménager des rainures verticales de $0^m.15$ à $0^m.20$, destinées à recevoir des poutrelles pouvant servir, en cas de réparations ou de travaux, à appuyer un batardeau.

408. *Déversoir et vanne de décharge.* — Vers l'extrémité d'aval du canal et aussi près de l'usine que les localités le permettent, on établira un déversoir de superficie et des vannes de

décharge versant les eaux dans le canal de fuite. Dans le cas, supposé jusqu'ici, où le canal de prise d'eau n'est établi que pour conduire à l'usine le volume d'eau dont elle a la jouissance, ce déversoir n'a pour objet que de régler le niveau des eaux de ce canal et de laisser évacuer le trop-plein accidentel, lors des diminutions de dépense ou des cessations de travail, sans obliger à manœuvrer les vannes de prise d'eau, souvent assez éloignées. Il est aussi nécessaire pour assurer le travail à eau courante, lorsque d'autres usines sont placées sur le canal de fuite ; on lui donne ordinairement une largeur égale à une fois ou une fois et demie la largeur de superficie du canal.

Les vannes de décharge ont alors pour objet de servir à vider le canal, ou à laisser, les jours de fête, couler les eaux avec une vitesse suffisante pour opérer l'entraînement des vases. Dans ce cas, connaissant la vitesse de fond nécessaire pour entraîner ces matières sans être exposé à dégrader le fond et l'aire de la section, on aura le plus grand volume à dépenser. Le seuil de ces vannes doit être placé au niveau du fond du canal et précédé d'un avant-radier en bonne maçonnerie ; il sera donc facile de déterminer leur largeur.

409. *Règlement des eaux.* — Que l'usine à établir ait, comme nous l'avons dit jusqu'ici, un canal de dérivation particulier ouvert sur une des rives du cours d'eau principal, ou qu'elle soit établie sur ce cours d'eau lui-même et en travers de sa direction, il faut toujours que l'écoulement et l'évacuation des crues, et le maintien du niveau des eaux entre certaines limites, soient assurés dans l'intérêt des propriétaires riverains, qui sans cela seraient exposés à être inondés. De là l'obligation imposée à toute usine, qui barre un cours d'eau, d'avoir d'abord un déversoir de superficie qui, en temps d'étiage et d'eaux moyennes, suffise pour empêcher le niveau d'amont de s'élever au delà de certaines limites. L'arête supérieure ou crête de ce déversoir est établie à une hauteur fixée par le règlement d'eau, indiquée et repérée sur une partie fixe des maconneries des bâtiments voisins, sur lesquels on marque au ciseau, ou par le scellement d'une pièce de fer, une ligne qui ne doit pas disparaître. L'usage est de donner à ces déversoirs, ordinairement construits le long d'une des rives, une largeur égale au moins à la largeur moyenne de la rivière.

Mais on conçoit que ce moyen d'écoulement, suffisant pour assurer le régime des eaux et surtout pour empêcher les propriétaires d'usines d'élever le niveau au delà de certaines limites fixées, ne l'est pas pour donner passage à des volumes d'eau considérables provenant de crues, de fontes de neiges ou d'orages. Il est nécessaire, en outre, d'avoir des pertuis de fond capables, quoique avec une largeur beaucoup moindre, de débiter, conjointement avec le déversoir, le produit des crues. Pour proportionner convenablement ces pertuis il faut faire des observations préalables sur le régime des eaux, sur les hauteurs auxquelles elles s'élèvent et sur leur volume en temps de crues. L'observation des autres usines établies sur le même cours d'eau et celle des circonstances de l'écoulement des eaux à ces époques, celle de la pente du profil du lit, permettront de déterminer approximativement le produit maximum de la rivière. L'examen des localités et un nivellement feront connaître à quelle hauteur maximum on peut alors laisser monter les eaux, et les orifices de décharge devront être proportionnés de manière à suffire à l'évacuation du volume maximum sous cette hauteur.

La disposition des vannes, leur construction, leur manœuvre, devront être étudiées de manière qu'en tous temps on puisse en assurer le service avec facilité.

410. *Précautions à prendre contre les dégradations produites par l'écoulement des eaux.* — L'évacuation de masses d'eau aussi considérables, animées de grandes vitesses, expose les rives du canal de fuite à des dégradations qu'il importe de prévenir. Le meilleur moyen est, quand on le peut, de placer le déversoir et les vannes de décharge perpendiculairement à l'axe du canal de fuite naturel ou à l'axe de la rivière. Lorsque cette disposition n'est pas praticable, il faut donner au canal de décharge, que l'on est obligé de creuser, un développement tel que, dirigé d'abord perpendiculairement au déversoir et aux vannes de décharge, il se raccorde par des courbes de grand rayon avec la direction qu'il doit prendre pour rejoindre le lit principal sous le plus petit angle possible.

Lorsque les localités s'opposeront à ce qu'on donne au canal de décharge le développement convenable, il faudra revêtir en maçonnerie, en perré, en charpente ou en fascinages,

les berges les plus menacées, planter les autres en saules ou en oseraies.

Dans quelques circonstances, pour diminuer l'angle formé par la direction des courants avec les berges opposées, il sera convenable de donner au déversoir ou aux vannes de décharge une direction oblique aux rives du bief d'amont.

Les vannes de décharge, quand elles seront à la suite du déversoir, seront plus convenablement placées à l'extrémité d'aval qu'à celle d'amont, d'abord parce que généralement il sera plus facile d'y arriver, et ensuite parce que l'eau évacuée par les vannes, rencontrant celle qui s'est écoulée par-dessus le déversoir, perdra en la choquant une partie notable de sa vitesse.

411. *Construction des déversoirs.* — La disposition la plus convenable, la plus économique et le plus généralement employée pour les déversoirs, est celle d'un mur à paroi verticale du côté d'aval, arrondi à son arête d'aval supérieure, qui doit être un peu en saillie sur la paroi d'aval et en contre-pente vers l'amont à sa face supérieure, sous l'inclinaison du huitième ou du dixième environ.

La face d'amont doit être inclinée comme on le verra dans le numéro suivant. Le pied du barrage repose sur un radier général en bonne maçonnerie de mortier hydraulique, établi sur le bon fond, sur pilotis ou sur béton, et dont la face supérieure doit être au-dessous du niveau de l'étiage d'une quantité assez grande pour qu'elle soit toujours couverte d'une épaisseur d'eau capable d'amortir le choc de la chute d'eau.

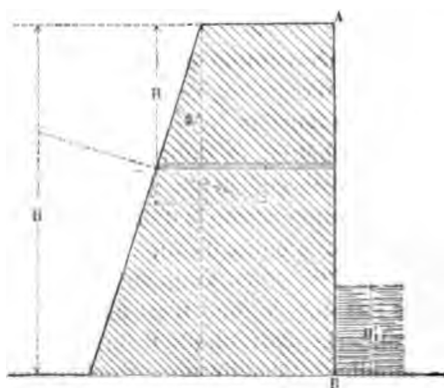
Le radier doit se prolonger de 2^m à 3^m en aval, selon la hauteur de la chute, toutes les fois que le fond n'est pas du roc. En aval de ce radier en maçonnerie hydraulique il sera convenable, dans les terrains mobiles, d'établir un enrochement, que l'on visitera avec soin une ou deux fois par an, après les crues, pour s'assurer qu'il n'y a pas eu d'affouillements.

La fondation en béton est celle qui convient dans la plupart des cas, et toutes les fois que le fond sera en gravier, en sable, en tuf solide, mais dans les terrains mobiles, vaseux ou tourbeux, où l'on aura été obligé de fonder sur pilotis, il conviendra d'ajouter au radier en béton un mur de parafouille, aussi en béton, de 1^m de profondeur, compris entre les derniers

rangs de pilotis, et de garnir la face d'aval de ceux-ci de palplanches. Enfin, pour surcroît de précautions dans ces cas difficiles, on pourra prolonger le radier en béton par un faux radier en charpente légère et en madriers, destiné à éloigner le lieu où se forment les remous de fond, et suivi d'un enrochement.

Toute la maçonnerie des déversoirs doit être faite en bon mortier hydraulique ; des chaînes verticales et horizontales en pierre de taille, espacées de 4 en 4^m environ, et solidement liées entre elles par des crampons en fer, sont ensuite réunies par une bonne maçonnerie de moellons durs exécutée avec le plus grand soin. Les arêtes supérieures d'amont et d'aval doivent être en pierres de taille sur toute leur longueur, et appareillées en plate-bande pour résister à l'action des eaux, en prenant appui sur les chaînes horizontales supérieures, composées de pierres formant boutisse et panneresse, et liées par des crampons.

412. *De la forme et de l'épaisseur qu'il convient de donner aux barrages en déversoirs.* — Considérons un barrage en maçonnerie construit du côté d'amont, avec un talus incliné d'un angle α avec la verticale.



Appelons :

H' la hauteur de ce déversoir au-dessus de sa base ;

H_1' la hauteur du niveau d'aval au-dessus de la même base ;

H la hauteur du niveau d'amont au-dessus d'une tranche élémentaire de largeur h et d'une longueur égale à $1^m,00$;

D = 1800 kilogrammes la densité du dépôt accumulé en amont du déversoir, et que, pour plus de sécurité, nous supposerons doué de la fluidité de l'eau ;

$D' = 2200$ kilogrammes la densité de la maçonnerie de moellons employée.

La pression normale à la paroi exercée sur l'élément considéré sera exprimée par

$$DHh.$$

Elle peut être décomposée en deux autres forces, dont l'une horizontale

$$DHh. \cos \alpha$$

agit pour renverser le barrage, et l'autre verticale

$$DHh \sin \alpha$$

tend à l'appuyer sur sa base, et se joint à son poids pour assurer sa stabilité.

Le moment de la composante horizontale par rapport à l'arête inférieure B du barrage, autour de laquelle peut se faire le renversement par rotation est

$$D \cos \alpha H (H' - H) h.$$

Celui de la composante verticale est, en nommant E l'épaisseur de la partie supérieure du barrage,

$$D \sin \alpha H (E + H \operatorname{tang} \alpha) h.$$

La somme de tous les moments des composants horizontales analogues à celle que nous venons de considérer, prise depuis $H = 0$ jusqu'à $H = H'$, est

$$D \cos \alpha \left\{ \frac{H'^2 H'}{2} - \frac{H'^3}{3} \right\} = \frac{D \cos \alpha}{6} H'^3.$$

Si au lieu d'être incliné, le parement était vertical, on aurait $\cos \alpha = 1$, et le moment total de ces poussées horizontales serait

$$\frac{1}{6} DH'^3.$$

Cette somme de moments se trouve donc réduite par l'effet de l'inclinaison de la paroi dans le rapport de $\cos \alpha$ à l'unité.

Le moment de la pression, par mètre courant exercée d'aval à l'amont, par l'eau qui baigne le pied du barrage en aval est égal à

$$\frac{1}{6}\,1000\,H_1'^2,$$

la densité de l'eau étant de 1000 kilogrammes.

La somme des moments des pressions horizontales qui tendent à faire tourner le barrage autour de son arête inférieure B est donc

$$\frac{1}{6}\{D\cos\alpha H'^2 - 1000 H_1'^2\}.$$

Si nous recherchons l'expression du moment de stabilité de la maçonnerie par rapport à la même arête B du barrage, nous voyons que le poids d'une tranche élémentaire de cette maçonnerie d'épaisseur h, située à la hauteur H en dessous de la crête, est pour 1 mètre de longueur

$$D'\{E + H\,\text{tang}\,\alpha\}h,$$

et que la distance de son centre de gravité à la verticale du point B étant

$$\frac{1}{2}\{E + H\,\text{tang}\,\alpha\},$$

le moment du poids de cette tranche par rapport à B est donc

$$\frac{1}{2}D'\{E + H\,\text{tang}\,\alpha\}^2 h = \frac{1}{2}D'\{E^2 + 2EH\,\text{tang}\,\alpha + H^2\,\text{tang}^2\alpha\}h.$$

La somme de tous les moments semblables, prise depuis $H = 0$ jusqu'à $H = H'$, est

$$\frac{1}{2}D'\left\{E^2H' + EH'^2\,\text{tang}\,\alpha + \frac{1}{3}H'^3\,\text{tang}^2\alpha\right\},$$

et pour un barrage vertical elle se réduit à

$$\frac{1}{2}D'E^2H',$$

puisqu'alors $\alpha = 0$ et $\text{tang}\,\alpha = 0$.

Quant aux composantes verticales de la pression de l'eau, la somme de leurs moments par rapport à l'arête B est

$$D \sin\alpha \left\{ \frac{EH'^2}{2} + \frac{1}{3} H'^3 \operatorname{tang}\alpha \right\},$$

en la prenant depuis $H = 0$ jusqu'à $H = H'$.

Cette somme doit s'ajouter au moment de stabilité de la maçonnerie.

Il faudrait encore tenir compte de la cohésion de la maçonnerie qui s'oppose à la séparation de ses parties, et dont le moment par rapport à l'arête B devrait être ajouté aux deux précédents. Mais outre que l'on ne connaît pas la surface de rupture qui se produirait alors, ce qui ne permettrait d'apprécier le moment de cette résistance que d'une manière peu certaine, il peut arriver que, par l'effet d'un tassement partiel, il se soit produit quelques solutions de continuité inconnues dans la masse de la maçonnerie, et il sera plus prudent de ne pas tenir compte de cette résistance dans la relation d'équilibre entre les forces qui tendent à renverser le barrage et celles qui contribuent à sa stabilité.

Pour la stabilité stricte, il suffirait donc d'égaler les sommes des moments de ces deux seuls genres de forces; mais il sera plus prudent de supposer que le moment des forces qui contribuent à la stabilité soit égal à deux fois celui des forces qui tendent à renverser le barrage.

On aura ainsi la relation

$$\frac{1}{2} D' \left\{ E^2H' + EH'^2 \operatorname{tang}\alpha + \frac{1}{3} H'^3 \operatorname{tang}^2\alpha \right\} + D \sin\alpha \left\{ \frac{EH'^2}{2} + \frac{1}{3} H'^3 \operatorname{tang}\alpha \right\} + \frac{1}{6} 1000 H_1'^3 = \frac{1}{3} D \cos\alpha H'^3.$$

L'inconnue du problème étant l'épaisseur E du barrage à son sommet, il faut ordonner cette relation par rapport à E; elle devient ainsi

$$E^2 + H' \left\{ \operatorname{tang}\alpha + \frac{D}{D'} \sin\alpha \right\} E + \frac{1}{3} H'^2 \left\{ \operatorname{tang}^2\alpha + \frac{2D}{D'} \sin\alpha \operatorname{tang}\alpha + \frac{1000}{D'} \frac{H_1'^3}{H'^3} - \frac{2D}{D'} \cos\alpha \right\} = 0,$$

ou en posant

$$H'\left\{\tang\alpha+\frac{D}{D'}\sin\alpha\right\}=2A$$

$$\frac{1}{3}H'^2\left\{\tang^2\alpha+\frac{2D}{D'}\sin\alpha\tang\alpha+\frac{1000}{D'}\frac{H_1'^2}{H'^2}-\frac{2D}{D'}\cos\alpha\right\}=B$$

$$E^2+2AE+B=0,$$

d'où l'on tire

$$E=-A\pm\sqrt{A^2-B}.$$

413. *Observation relative à la pression d'aval.* — On remarquera que le terme $\frac{1}{6}\,1000\,H_1'^2$, relatif à la pression exercée par l'eau qui baigne en aval le pied du barrage, sera toujours très-faible, et que, dans les temps de sécheresse ou de basses eaux, il sera souvent nul, de sorte que, par prudence, il convient d'en faire abstraction ou de supposer H_1' égal à zéro.

414. *Observation relative à l'application de la formule précédente.* — L'on conçoit bien, *à priori*, que la disposition indiquée ci-dessus pour les barrages donnera pour l'épaisseur E du sommet une dimension d'autant plus faible que l'inclinaison de la face d'amont ou l'angle α sera plus considérable, et même que pour certaine inclinaison l'épaisseur E pourrait être nulle. Mais comme il importe la plupart du temps non-seulement de contenir les eaux à une certaine hauteur, mais encore d'en diriger la totalité vers l'usine à construire, et par conséquent d'éviter les fuites, il faut conserver à la maçonnerie de la partie supérieure une épaisseur qui, en général, ne doit guère être moindre que 0^m,60 à 0^m,80.

C'est pourquoi il convient de limiter l'inclinaison du talus d'amont à un de base sur trois de hauteur pour les petites chutes de 1^m,50 à 2^m,50, ce qui revient à faire

$$\tang\alpha=0,33\quad \alpha=18°15'5''\quad \sin\alpha=0,3134\quad \cos\alpha=0,9694,$$

et à un de base sur deux de hauteur pour les chutes au-dessus de 2^m,50, ce qui revient à faire

$$\tang\alpha=0,50\quad \alpha=26°33'50''\quad \sin\alpha=0,447\quad \cos\alpha=0,894.$$

Si nous introduisons les données relatives à ces deux inclinaisons dans la formule du n° 412, on aura les résultats suivants :

1° Pour l'inclinaison du talus d'amont à un de base sur trois de hauteur, on trouve, à l'aide des données ci-dessus,

$$\text{tang}\,\alpha + \frac{D}{D'}\sin\alpha = 0.33 + \frac{18}{22}\times 0,3134 = 0,5864$$

et

$$2A = 0,5864H',$$

puis

$$\text{tang}^2\alpha + 2.\frac{D}{D'}\sin\alpha\,\text{tang}\,\alpha - \frac{2D}{D'}\cos\alpha = -0,2754$$

et

$$B = -0,4251.$$

La formule devient

$$E^2 + 0,5864H' - 0,4251H^2 = 0,$$

et donne

$$E = 0,4216H'.$$

D'après cela, le volume de maçonnerie à employer par mètre courant de la longueur du barrage serait

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}H'^2 + EH' = \{0,1666 + 0,4216\}\,H'^2 = 0,5882H'^2;$$

2° Pour l'inclinaison du talus d'amont de un de base sur deux de hauteur, l'on a

$$\text{tang}\,\alpha + \frac{D}{D'}\sin\alpha = 0.50 + \frac{18}{22}0,4470 = 0,8656$$

et

$$2A = 0,8656H';$$

puis

$$\text{tang}^2\alpha + \frac{2D}{D'}\sin\alpha\,\text{tang}\,\alpha - 2\frac{D}{D'}\cos\alpha = -0,8469$$

et

$$B = -0,2823$$

La formule devient

$$E^2 + 0{,}8656H'E - 0{,}2823H'^2 = 0,$$

et donne

$$E = 0{,}2535H';$$

et pour le volume de maçonnerie à employer par mètre courant de longueur du barrage

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} H'^2 + EH' = \{0{,}25 + 0{,}2747\} H'^2 = 0{,}5025H'^2.$$

413. *Comparaison des barrages à paroi d'amont inclinée avec les barrages à parois verticales.* — Pour apprécier l'avantage de la disposition que nous venons d'indiquer, si nous supposons que l'angle α soit nul, ce qui revient à admettre que les deux parois du barrage soient verticales, la formule du nº **412** se réduira alors à

$$E^2 = \frac{2}{3}\frac{D}{D'} H'^2,$$

d'où l'on tire

$$E = 0{,}7308H',$$

et le volume de maçonnerie à employer par mètre courant serait

$$EH' = 0{,}7308H'^2.$$

En récapitulant ces résultats, l'on voit que la discussion précédente conduit aux formules suivantes :

FORMULES A EMPLOYER POUR DÉTERMINER L'ÉPAISSEUR DES BARRAGES OU DÉVERSOIRS.

INCLINAISON de la face d'amont.	ÉPAISSEUR de la partie supérieure E.	VOLUME de maçonnerie par mètre courant.
1 de base sur 2 de hauteur.	$E = 0.2515H'$	$0.5025H'^2$
1 de base sur 3 de hauteur.	$E = 0.5216H'$	$0.5882H'^2$
Zéro ou verticale.........	$E = 0.7308H'$	$0.7308H'^2$

Ce tableau met en évidence l'économie de maçonnerie que produit la disposition indiquée.

Si nous appliquons la 2e formule à une hauteur de retenue $H' = 2^m,80$, elle nous donne

$$E = 0,2747 + 2^m,8 = 0^m,769$$

La 1re, pour une faible hauteur de $1^m,60$, donne

$$E = 0,4202 + 1,60 = 0^m,672.$$

L'on voit que, dans les deux cas, l'épaisseur E du sommet du barrage sera comprise dans les limites que nous avons indiquées au n° **416**.

416. *Déversoirs de retenue ou batardeaux.* — S'il n'y a pas d'atterrissement en amont du barrage, la densité D du fluide que presse la face d'amont, et D = 1000 kil., et la formule des batardeaux devient

$$E'^2 = \frac{2}{3}\frac{1000}{D}H'^2,$$

d'où l'on tire

$$E = 0,826\ H'.$$

417. *Pertuis de décharge.* — Les pertuis de décharge ont ordinairement des dimensions considérables, et doivent être partagés en plusieurs orifices, auxquels il ne convient guère généralement de donner plus de $1^m,50$ à $2^m,00$ de largeur, à moins que les charges d'eau ne soient faibles. Ces orifices sont alors séparés par des poteaux en bois, ou des piles en maçonnerie, qui servent d'appui aux vannes.

L'appareil destiné à soulever chaque vanne se composera de deux crémaillères en fer avec dents en fonte assemblées à articulation à $0^m,25$ environ des extrémités de chaque vanne. Deux pignons montés sur un même arbre, et deux galets de direction placés extérieurement et à peu près à hauteur des pignons, serviront à élever verticalement ces vannes. On disposera, soit à l'une des extrémités de l'arbre des pignons, soit au milieu, selon les cas, un système d'engrenages tel qu'un homme, à l'aide d'un effort moyen de 12 à 15 kilog., qu'il est capable d'exercer quelque temps, puisse exécuter la manœuvre. Le calcul de cet

appareil ne présente pas de difficultés d'après ce que l'on a dit, de la manière de tenir compte du frottement des vannes au moment de leur mise en mouvement.

418. *Exemple :* Supposons qu'il s'agisse d'établir la manœuvre d'une vanne en bois glissant dans des coulisses en bois de $2^m,00$ de largeur, de $1^m,00$ de hauteur, dont le seuil soit placé à $2^m,00$ au-dessous du niveau des plus hautes eaux, la pression totale sera au maximum

$$1000 \times 2^m,00 \times 1^m,000 \times 1^m,50 = 3000 \text{ kilog.}$$

Le frottement au moment de la mise en mouvement après un contact prolongé sera au maximum

$$0,75 \times 3000^k = 2250 \text{ kilogr.},$$

et pendant le mouvement

$$0,25 \times 3000^k = 750 \text{ kilog.}$$

Les dents de la crémaillère et du pignon devront avoir une épaisseur calculée seulement sur l'effort qui a lieu pendant le mouvement et égale à

$$0,105 \sqrt{750} = 2^{cent},87.$$

Le pas de l'engrenage, qui dans ce cas n'est pas taillé à la machine, sera $2,10 \times 2,87 = 6,03^{cent}$, soit $0^m,0628$. En donnant au pignon 10 dents, et au cercle primitif $0^m,10$ de rayon, chaque crémaillère supportant pendant le mouvement un effort de 375 kilog., l'effort moyen additionnel pour vaincre le frottement de l'engrenage du pignon de la crémaillère sera en appelant

f le rapport du frottement à la pression pour les dents et la crémaillère à l'état onctueux,

a le pas de l'engrenage,

r le rayon du cercle primitif du pignon,

Q la résistance à vaincre :

$$f.Q.\frac{a}{2r}=0,14\times 375\times\frac{0,0628}{0,20}=1^{kil},648\text{*},$$

et pour les deux, $3^{kil},296$.

Ainsi la résistance totale qui agit à la circonférence primitive du pignon est $753^{kil},296$, soit $753^{kil},3$.

Si la roue de manœuvre est placée à l'extrémité de l'arbre des pignons, cet arbre est soumis à un effort de torsion dont le moment est $753^{kil},3\times 0^{m},10=753,4$ pendant le mouvement; et, au moment de la mise en train, à un effort triple, attendu que la résistance est triple. En employant la formule des arbres renforcés (n° 450 de l'*Aide-Mémoire*), on pourra calculer l'arbre d'après la plus faible des deux résistances, et son diamètre sera alors donné par la formule

$$d^{3}=\frac{3\times 753^{kil},3\times 0,10}{131000}=0,001725,$$

d'où $d=0^{m},12.$

Cette dimension est un peu forte. En calculant par la formule des arbres allégés, attendu que celui-ci n'est que rarement et très-peu de temps soumis à des efforts aussi grands, on aura

$$d^{3}=\frac{3\times 753^{k},4\times 0^{m},10}{262000}=0,0008625,$$

d'où $d=0^{m},0952$, soit $d=0^{m},095$

Cela posé, l'effort à exercer horizontalement à la circonférence primitive de la roue d'engrenage montée sur l'extrémité de l'arbre, et dont le cercle primitif aura $0^{m},30$ de rayon, sera pendant le mouvement donné par la formule

$$Q\times 0^{m},30=753^{k},4\times 0^{m},10+0,96\times 0,07\times 753^{k},4\times 0,0475$$
$$+0,4\times 0,07\times 0,0475\times Q,$$

* Voir les NOTIONS FONDAMENTALES DE MÉCANIQUE.

d'où

$$Q = \frac{753^{k},4 \times 0^{m}10 + 0,96 \times 0,70 \times 753^{k}4 \times 0,0475}{0,30 - (0,4 \times 0,07 \times 0,0475)} = 260^{kil},2,$$

en négligeant ici le poids de l'arbre et des pignons, par rapport aux efforts considérables auxquels ils sont soumis.

Pour la mise en marche, l'effort serait à peu près triple et de $780^{kil},6$.

Cette roue sera conduite par une vis sans fin, dont le filet en fer aura une épaisseur déterminée par la formule

$$b = 0,105 \sqrt{260^{kil},2} = 1^{cent},692,$$

et le pas de la vis sera $2,1 \times 1,692 = 3^{cent},56$. Si on le calculait sur l'effort maximum, il devrait avoir

$$0,105\sqrt{780,6} = 4^{cent},06.$$

Comme cette dimension n'est pas excessive, on pourra adopter le nombre $0^{m},04$ pour le pas de la vis. Le rayon moyen des filets pourra être de $0^{m},05$. Celui de la manivelle étant de $0^{m},40$, la formule relative au frottement des vis (nº **360** de l'*Aide-Mémoire*) donnera pour l'effort P à exercer à la manivelle, en négligeant le frottement assez faible des pivots et épaulements,

$$P = \frac{0,05 \times 0^{m},04 + 6,28 \times 0,07 \times 0,05}{0,4 \times 6,28 \times 0,05 - 0,07 \times 0,04} Q = 0,0253 \times 260^{kil},2 = 6^{kil},58.$$

pendant le mouvement, et

$$P = 0,0253 \times 780^{kil},6 = 19^{kil},74$$

au moment de la mise en train. On voit donc que, pour l'un et l'autre cas, cette manœuvre de vanne sera convenablement proportionnée.

419. *Des vannes motrices.* — On a vu, nºs **135** et suivants, que la présence des coursiers qui conduisent l'eau de l'orifice des vannes motrices sur les roues occasionnait une perte de force vive, et par suite de travail moteur, d'autant plus grande que la contraction de la veine au passage par ses orifices était plus

considérable. Il conviendra donc de disposer les abords de l'orifice du côté du réservoir de manière à atténuer le plus possible la contraction. A cet effet, le seuil du côté inférieur sera mis dans le prolongement du fond du réservoir ou du radier d'amont. Les côtés verticaux seront de même dans le prolongement des faces du canal d'arrivée, ou au moins raccordés avec ces faces par des dispositions convenables. Ainsi, quand le canal d'arrivée ou le réversoir sera plus large que l'orifice, on devra disposer à l'intérieur des faces verticales d'une longueur égale à 3 ou 4 fois la plus grande hauteur de l'orifice, et terminées vers l'amont par des contours arrondis.

Quant au côté supérieur, on l'inclinera à un de base sur un de hauteur, ou à un de base sur deux de hauteur, si la disposition du moteur, les localités et le service de l'usine le permettent. Cette précaution, convenable pour les roues à augets, est d'ailleurs de rigueur pour les roues à aubes planes ou courbes, recevant l'eau en dessous.

Quant aux vannes en déversoir des roues à aubes planes emboîtées dans des coursiers circulaires, elles doivent être placées aussi près que possible de la circonférence extérieure de la roue, sans toutefois que l'introduction de l'eau entre les palettes puisse être gênée, ce que l'on reconnaîtra par le tracé de la courbe décrite par le filet moyen (n° **139**).

420. *Grilles de sûreté.* — Dans tous les cas, il est nécessaire d'établir en avant des vannages un grillage en fer ne laissant à l'eau que des passages de $0^m,01$, et destiné à arrêter les corps légers flottants pour les empêcher de pénétrer dans la roue et de dégrader les aubes. Un grillage semblable, mais laissant des passages un peu plus grands, serait aussi convenablement placé en tête du canal de prise d'eau.

421. *Pente du coursier.* — Lorsqu'il y aura un coursier placé entre l'orifice et la roue, sa pente ne devra être que de $\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{15}$ s'il est court, et s'il est long on la calculera par les règles données pour les canaux, de façon que l'eau s'y meuve uniformément.

422. *Construction des coursiers.* — Le meilleur mode de con-

struction des coursiers plans ou circulaires qui accompagnent les roues consiste en une bonne maçonnerie en moellons et mortier hydraulique, avec parement en pierres de taille dans toutes les parties voisines de la roue. On peut alors donner à ces coursiers les formes arrêtées dans les projets avec toute l'exactitude désirable, et elles sont peu sujettes à s'altérer quand la construction a été soignée.

Si la pierre de taille est chère, et la chaux hydraulique de bonne qualité, on peut faire le parement intérieur en béton avec une couche d'enduit en mortier hydraulique, auquel, à l'aide d'un gabaris, on donne exactement la forme voulue. Quand enfin la maçonnerie est très-chère, et que l'on veut construire économiquement, on fait quelquefois les coursiers des roues à aubes planes ou courbes en charpente recouverte de madriers; mais ce genre de construction n'est pas susceptible de la même précision, parce que les bois travaillent par l'action de l'humidité, et pour toutes les usines importantes, dans lesquelles on tiendra à tirer le meilleur parti possible de la force du cours d'eau, il conviendra de lui préférer la maçonnerie.

423. *Jeu de la roue dans son coursier.* — Pour toutes les roues qui doivent être emboîtées dans des coursiers, il importe de réduire le jeu au strict nécessaire, à quelques millimètres, afin d'éviter les pertes d'eau inutiles. L'emploi des arbres en fonte, qui fléchissent très-peu, et celui de la pierre de taille pour les coursiers, permettent d'arriver à une grande précision, même pour les roues en bois. Quant aux roues construites en fonte et en fer, auxquelles on peut donner des formes très-régulières et très-exactes, telles que les roues à aubes courbes, il convient aussi d'employer la fonte ajustée pour les portions de coursier qui en sont immédiatement voisines.

Les roues à augets n'étant pas ordinairement emboîtées dans des coursiers circulaires, et contenant l'eau dans des vases clos ou compris entre les couronnes, on leur donne plus de jeu dans leurs coursiers et entre les bajoyers, surtout dans les pays où l'on craint les glaces, qui quelquefois s'accumulent à leur contour. Toutefois, pour les roues de ce genre qui reçoivent l'eau au-dessous du sommet, comme il peut arriver, quelques précautions que l'on prenne, qu'une partie du li-

quide ne soit pas très-bien introduite dans les augets, il paraît convenable de les emboîter exactement par un coursier circulaire.

424. *Utilité des chambres de roues.* — L'hiver, dans les pays froids, les roues à aubes planes et à aubes courbes, emboîtées dans des coursiers avec peu de jeu, sont exposées à des dégradations produites par les glaces qui se forment à leur pourtour. On évite ces dégradations en renfermant les roues dans des chambres closes ou à peu près, que l'on chauffe pendant les gelées, soit avec des poêles, soit avec des tuyaux dans lesquels circule de la vapeur. Dans tous les cas, l'usage de ces chambres est favorable à la conservation des roues, qu'elles préservent aussi de l'action du soleil pendant l'été.

Établissement des roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires.

425. *Dispositions générales.* — L'expérience et la théorie étant d'accord pour montrer que ces roues fonctionnent plus avantageusement quand on prend l'eau à la superficie par une vanne en déversoir que quand il y a une charge sur le sommet de l'orifice, il conviendra d'adopter généralement les vannes en déversoir. Dans quelques usines, et en particulier dans celles où l'on a besoin d'obtenir un mouvement parfaitement régulier, les vannes en déversoir sont sujettes à un inconvénient, qu'il est bon de signaler pour indiquer le moyen de l'éviter. Il arrive quelquefois que, plusieurs usines placées sur le même canal venant à cesser leur travail, le niveau monte rapidement dans le réservoir; et, avant que le conducteur de l'usine n'ait eu le temps de s'en apercevoir, ou s'il est absent, l'exhaussement peut être de quelques centimètres, ce qui occasionne alors un accroissement considérable dans la dépense d'eau de la roue, et par suite une accélération fâcheuse. C'est pour rendre l'effet de ces variations moins sensible que quelquefois l'on se décide à employer des orifices avec charge sur le sommet, en réduisant d'ailleurs cette charge à $0^m,20$ ou $0^m,30$ au plus. Alors, si l'orifice a seulement $0^m,10$ de hauteur, la charge sur son centre est de $0^m,25$ à $0^m,35$, et une variation de $0^m,05$ dans le niveau n'en produit, dans la vitesse et dans la dépense, qu'une beaucoup plus faible que dans le premier cas.

Mais il y a un autre moyen de resserrer les variations de vitesse de la roue dans des limites suffisamment étroites, tout en conservant la vanne en déversoir, et qui, en même temps qu'il restreint convenablement les variations causées par celles du niveau des eaux, produit le même effet pour celles que peuvent occasionner les changements d'intensité de la résistance : c'est l'emploi d'un bon régulateur de vanne. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans des détails sur la construction et la disposition des régulateurs en usage. Nous nous contenterons de dire que les variations de vitesse des roues hydrauliques peuvent, à

l'aide d'un bon régulateur, être maintenues dans des limites suffisamment resserrées pour la plupart des cas de la pratique ; et que, dès lors, il est inutile de recourir à l'emploi des orifices avec charge sur le sommet, qui n'est qu'un palliatif de l'inconvénient que l'on veut éviter.

426. *Rayon de la roue.* — Pour que l'eau entre convenablement dans la roue et n'occasionne pas un choc nuisible contre le fond des augets, il convient que l'axe de la roue soit de 0m,25 à 0m,30 au moins au-dessus du niveau supérieur des eaux du réservoir. Si quelque circonstance locale l'exige, on peut le placer plus haut; mais cela présente l'inconvénient d'augmenter, sans avantage pour l'effet utile, le poids de la roue, et par suite le travail consommé par les frottements.

Lorsque l'on ne sera pas exposé à des arrière-eaux considérables et de longue durée, il y aura avantage à placer le point le plus bas de la partie circulaire correspondant à la verticale de l'axe à 0m,15 ou 0m,20 au-dessous du niveau des eaux d'aval, et alors la distance de ce point à l'axe de la roue, diminuée de 0m,01 au plus pour le jeu, donnera le rayon extérieur de la roue.

Le radier d'aval formant la suite du coursier circulaire sera un plan incliné à $\frac{1}{12}$ ou $\frac{1}{15}$ environ et limité à deux plans verticaux, qui seront dans le prolongement des joues du coursier circulaire. Il résultera de cette disposition, comme on l'a vu précédemment n° **244**, que l'eau, qui quittera la roue avec une vitesse égale à peu près à celle de la circonférence extérieure, refoulera les eaux d'aval, et dégagera les palettes inférieures de celles qui les noyait. Cette disposition sera surtout favorable dans les temps de crues modérées, et permettra de faire marcher ces roues même quand elles seront noyées.

427. *Abaissement de la vanne.* — Les expériences ont montré qu'il convient d'employer d'assez forts abaissements de vanne de 0m,20 à 0m,25 environ, afin de diminuer la largeur de la roue, et par suite son poids et la dépense de construction ainsi que les pertes d'eau par le coursier. Il sera bon de ne pas dépasser, si on le peut, ces limites, afin de se réserver le moyen d'employer des abaissements plus forts en temps de grandes eaux ou de

circonstances accidentelles. De plus, d'après les résultats des expériences de M. Marozeau citées au n° **242**, quand on sera exposé à voir diminuer considérablement, l'été, le volume d'eau dont on peut disposer, il sera convenable de fractionner la roue et son vannage en compartiments, que l'on emploiera ensemble ou séparément, de manière à ne se servir que d'abaissements de vannes considérables.

428. *Vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue.* — L'abaissement de la vanne au-dessous du niveau du réservoir étant donné, et sachant que, quand le déversoir a la même largeur que le canal, ce qui est le cas actuel, l'épaisseur de la lame d'eau qui passe sur l'arête intérieure du déversoir est 0,80 environ de l'abaissement de cette arête au-dessous du niveau du réservoir, il en résultera que le filet moyen sera à la hauteur 0,60H au-dessous du niveau, et animé, à l'origine de la courbe qu'il décrit, de la vitesse horizontale

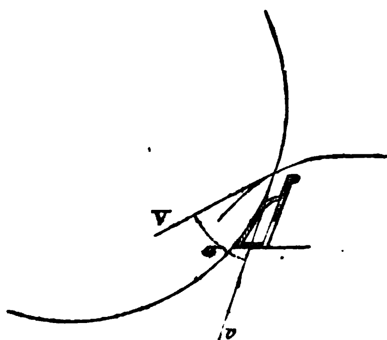
$$U' = \sqrt{19{,}62 \times 0{,}6H}.$$

La courbe décrite par ce filet moyen sera facile à tracer par points au moyen de la formule du n° **139**

$$y = \frac{9{,}81}{2}\,\frac{x^2}{U'^2}.$$

Il sera donc aussi facile, en prenant, comme on l'a expliqué, des valeurs de x égales à 0^m,05, 0^m,10, 0^m,20, 0^m,30, de déterminer les valeurs de y ou de l'ordonnée correspondantes et de tracer cette courbe.

A sa rencontre avec la circonférence extérieure, on lui mènera à la règle une tangente qui donnera l'angle a formé par sa direction avec celle de la tangente à cette circonférence ou de la vitesse v. La hauteur de ce point de rencontre au-dessous du réservoir est celle à laquelle est due la vitesse d'arrivée V. On connaît donc cette vitesse et sa direction ; et il est facile, à l'aide du parallélogramme



des vitesses, de déterminer la composante V cos a de la vitesse de l'eau dans le sens de la tangente à la roue.

Ainsi, pour l'usine à meules du Bouchet,

$$H = 0^m,25,\quad U' = \sqrt{19,62 \times 06.H} = 1^m,750,$$

$$y = \frac{9,81}{2 \times (1^m,750)^2} x^2 = 1,603 x^2,$$

x = 0.05 m	0.10 m	0.15 m	0.20 m	0.25 m	0.30 m	0.35 m	0.40 m
y = 0.004	0.016	0.036	0.064	0.100	0.1480	0.196	0.256

Le point de rencontre avec la circonférence extérieure est à $0^m,30$ au-dessous du niveau

$$V = \sqrt{19,62 \times 0^m,30} = 2^m,09.$$

Le tracé donne $V \cos a = 1^m,530$.

429. *Vitesse de la circonférence extérieure de la roue.* — L'expérience montrant que la vitesse v de la circonférence peut varier depuis $v = 0,30\,V$ jusqu'à $v = V$, sans que l'effet utile s'éloigne sensiblement de sa valeur maximum, on profitera de cette propriété pour donner à la roue une assez grande vitesse; mais, comme il convient de se donner de la latitude pour des variations accidentelles de vitesse, et que, pour la facilité de l'introduction de l'eau, il est bon que celle-ci ait une vitesse supérieure à celle v de la roue, on prendra ordinairement $v = 0,70\,V$.

430. *Hauteur parcourue par l'eau sur la roue.* — La hauteur du point d'introduction ou de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure au-dessus du niveau d'aval donnera la hauteur parcourue par l'eau sur la roue.

D'après cela, dans l'équation pratique des roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires du n° 239

$$Pv = 797\,Q\left[h + \frac{V\cos a - v}{9,81}\,v\right],$$

on connaît h, V, v et $\cos a$; il ne reste donc plus à déterminer que l'effet utile Pv, que l'on pourra obtenir d'un volume d'eau donné, ou le volume d'eau à dépenser pour obtenir un effet utile donné. Ce qui conduit aux deux problèmes suivants :

431. 1° *Établir une roue de côté d'une force donnée.* — Dans ce cas, l'effet utile à obtenir étant donné, on calculera le volume d'eau à dépenser par la formule

$$Q = \frac{Pv}{797\left[h + \frac{V\cos a - v}{9,81}v\right]}.$$

Ainsi, pour une usine dont la chute totale serait de $1^m,75$ et l'effet utile à obtenir de 7 chevaux ou de 525^{km}, on aurait

$$Q = \frac{525^{km}}{797\left[1^m,52 + \frac{1^m,530 - 1^m,462}{9,81} \times 1^m,462\right]} =$$

$$= \frac{525^{km}}{797 \times 1^m 53} = 0^{mc},431.$$

La formule des déversoirs

$$Q = 0,480 \times L \times 0^m,25\sqrt{19,62 \times 0^m,25}$$

nous donne alors

$$L = \frac{0^{mc},431}{0,480 \times 0^m,25\sqrt{19,62 \times 0^m,20}} = 1^m,620.$$

La largeur de l'orifice et du canal d'arrivée sera donc de $1^m,620$.

Celle de la roue sera de $1^m,70$, afin qu'elle dépasse un peu le vannage de part et d'autre.

Le coursier dans lequel elle sera emboîtée aura $1^m,72$ de largeur au plus, ou mieux $1^m,71$ seulement, selon le degré de soin de l'exécution.

Le vannage devant être de même largeur que la roue et analogue à celui sur lequel ont été faites les expériences du n° **70**,

on a dû prendre le coefficient $m = 0,480$, comme l'indique la formule ci-dessus.

432. *Observation sur la largeur de ces roues.* — Si, dans l'application des règles précédentes, on parvenait à une largeur de la roue qui atteignît 5 à 6 mètres, on devrait d'abord augmenter l'abaissement de la vanne et le porter à $0^m,30$, afin de diminuer cette largeur; puis on accroîtrait la vitesse de la roue pour que ses augets ne fussent pas trop remplis. On parviendrait ainsi à la largeur minimum qu'il serait possible de donner à cette roue; et si malgré ces dispositions la largeur obtenue devait dépasser 5 à 6 mètres et même atteindre cette limite, il conviendrait en général de renoncer à ce genre de roues. Le poids du moteur, la largeur et la dépense de construction du coursier deviennent alors excessifs et les turbines sont plus économiques.

433. *Dimensions des aubes.* — Les aubes ou palettes sont ordinairement espacées à la circonférence de $0^m,30$ à $0^m,40$ à la circonférence extérieure. Elles ont la même dimension dans le sens du rayon suivant lequel elles sont dirigées, ce qui est commode pour la facilité des assemblages. On a vu, en effet, par les résultats des expériences, que l'inclinaison qu'on leur donne quelquefois dans la vue de diminuer le choc n'a pas d'avantage, puisque la perte de force vive faite par l'eau est à très-peu près indépendante de cette forme, et ne dépend que de la force vive qu'elle avait en entrant et de celle qu'elle conserve quand tous les tourbillonnements ont cessé.

Lorsque l'on sera obligé d'employer de forts abaissements de vanne de $0^m,30$ et plus, on pourra être conduit à donner aux aubes un écartement ou une profondeur de $0^m,48$ à $0^m,50$.

Dans les cas ordinaires on divisera la circonférence extérieure de la roue par $0^m,35$, et l'on prendra pour le nombre des aubes le nombre entier divisible par celui des bras le plus voisin du quotient obtenu

Entre le fond d'un auget et l'aube supérieure on laisse un vide de $0^m,03$ à $0^m,04$ au plus pour l'échappement de l'air. Quelques constructeurs, au lieu de se contenter de donner aux augets une aube et un fond fixé et courbé sur les couronnes, ajoutent une planche inclinée dans l'angle de l'aube et du fond,

et remplacent cet angle droit par deux angles obtus. Cette disposition, par laquelle on se propose encore de diminuer la perte de force vive, n'a pas cet effet et restreint inutilement la capacité des augets.

434. *Capacité des augets.* — Le nombre et les dimensions des augets étant déterminés, on connaîtra leur capacité et on la comparera au volume d'eau que chacun d'eux doit recevoir, pour s'assurer qu'ils ne sont pas remplis au delà de la moitié ou des deux tiers de leur capacité. Lorsque l'on sera exposé à des crues pendant lesquelles les roues sont noyées, il faudra limiter le volume d'eau à la moitié de la capacité, afin d'avoir la facilité d'en introduire beaucoup plus en temps de grandes eaux.

Exemple : Les augets de la roue de l'usine à meules du Bouchet ont une largeur moyenne de

$$\frac{0^m,37 + 0^m,29}{2} = 0^m,33,$$

une profondeur de $0^m,40$; la roue a $2^m,10$ de largeur; la capacité totale d'un auget est de

$$0^m,33 \times 0^m,40 \times 2^m,10 = 0^{mc},2772;$$

l'écartement à la circonférence extérieure, l'épaisseur des aubes comprise, est de $0^m,3927$; la vitesse $v = 1^m,462$. Il passe donc $\frac{1^m,462}{0^m,3927} = 3,72$ augets en 1″ devant l'orifice. Le volume d'eau à dépenser est $0^{mc},429$. Chaque auget doit donc recevoir $\frac{0^{mc},429}{3,72} = 0^{mc},115$; par conséquent, il ne sera rempli qu'à $\frac{0,115}{0,277} = 0,415$ de sa capacité.

435. Second problème. *Quelle sera la force d'une roue à aubes planes établie d'après les règles précédentes et qui dépensera un volume d'eau donné.* — La solution de cette question revient à calculer, d'après la formule du n° 259

$$Pv = 797.Q\left[h + \frac{V\cos a - v}{9,81}v\right],$$

l'effet utile de la roue quand on connaît toutes les quantités contenues dans le second nombre de l'équation pratique ci-dessus.

436. *Cas où la chute est très-faible.* — Ainsi que nous l'avons dit au nº **249**, l'application de ces roues à des chutes très-faibles peut encore présenter des avantages, et l'on se règlera, pour leur construction, d'après les principes que nous venons d'appliquer, en ayant soin de limiter leur vitesse à la circonférence à $0^m,80$ environ, et de les construire de manière qu'elles soient toujours bien équilibrées pour que la lenteur de leur marche ne nuise pas trop à la régularité du mouvement, et en donnant aux aubes assez de largeur dans le sens du rayon pour que les eaux d'aval ne puissent pas pénétrer par la roue par les côtés.

Établissement des roues à aubes courbes, de M. Poncelet.

437. *Établissement des roues à aubes courbes.* — On a vu, aux nºˢ **256** et suivants, que le vannage de ces roues doit être incliné, s'il se peut, à 1 de base sur 1 de hauteur, ou au moins à un de base sur deux de hauteur. Cette disposition a pour but et pour effet de rapprocher le plus possible l'orifice de la roue.

On sait aussi que les parois intérieures du réservoir doivent être disposées de façon que la contraction soit annulée sur le fond et sur les côtés verticaux. L'on y parvient en plaçant le seuil de l'orifice à hauteur du fond du réservoir, ou en raccordant ce fond avec le seuil par des contours convenablement arrondis, et en opérant de même pour les côtés verticaux. Il résulte de ces dispositions, comme on l'a vu (nº **30**), que la contraction étant faible, la perte de force vive éprouvée par le liquide après son passage par l'orifice est aussi atténuée que possible, et qu'il arrive sur la roue avec une vitesse fort peu différente de celle qu'il possédait à la sortie.

438. *Détermination du diamètre extérieur.* — La hauteur de la chute disponible étant connue, la première dimension à déterminer, c'est le rayon de la roue.

Il dépend souvent des circonstances locales, de la hauteur à laquelle l'axe de rotation doit être placé, mais dans tous les cas

il doit au moins être tel que la condition posée au n° 281, 3e paragraphe, et relative à la capacité que la roue doit offrir à l'eau, soit satisfaite. D'après cela, l'on observera d'abord la marche suivante :

1° Pour le cas où la roue ne sera pas très-exposée à être noyée et où l'on peut se contenter de donner aux aubes une capacité égale à 1,50 fois le volume d'eau à dépenser

$$1,50 = \left(1 - \frac{E'}{2R}\right) E'L'v = 0,375\,RL'v$$

$$Q = 0,25R\,L'v.$$

En se rappelant que l'on a

$$Q = mLE\sqrt{2gH},$$

et que l'on doit faire

$$v = 0,50\sqrt{2gH},$$

ou à peu près, cette relation devient

$$mLE = 0,25RL' \times 0,50 = 0,125RL',$$

et comme la largeur intérieure L' de la roue excède peu celle de l'orifice, on peut la réduire à

$$mE = 0,125\,R, \quad \text{d'où} \quad R = 8.mE;$$

2° Dans le cas où la roue est exposée à de grandes eaux d'aval et où l'on veut que la roue ait une capacité égale à 2 fois le volume d'eau à dépenser, l'on fera

$$2Q = \left(1 - \frac{E'}{2R}\right) E'L'v = 0,375\,RL'v$$

ou

$$Q = 0,1875\,RL'v;$$

ce qui conduira à la relation

$$mLE = 0,1875\,RL' \times 0,50 = 0,09375\,RL',$$

et enfin à

$$mE = 0,09375\,R, \quad \text{d'où} \quad R = 10,67\,mE.$$

L'on voit que dans les conditions que l'on s'est imposées, le rayon minimum que l'on doive adopter pour la roue est proportionnel à la hauteur de l'orifice; de sorte que si ce rayon était à peu près déterminé par des circonstances locales, il faudrait déterminer la hauteur E de l'orifice d'après cette valeur et à l'aide de l'une des formules ci-dessus.

Il n'y a d'ailleurs pas d'inconvénient à prendre pour le rayon de la roue une valeur plus grande que celle qui est indiquée par ces formules; il en résultera une capacité un peu plus grande pour l'admission de l'eau et un poids un peu plus considérable pour la roue.

Si nous appliquons ces formules à diverses levées de vannes pour les deux cas examinés et en admettant le rapport

$$\frac{E'}{2R}=0,25 \quad \text{ou} \quad E'=0,50R,$$

pour lesquels $m=0,80$, nous pouvons former le tableau suivant des rayons et des largeurs des couronnes *minima* qu'il convient d'adopter pour les cas où les roues sont peu exposées à être noyées et pour celui où l'on doit au contraire craindre de grandes eaux d'aval avec des vannages inclinés à 1 de base sur 1 de hauteur.

PROPORTIONS DES RAYONS ET DES LARGEURS DE COURONNES POUR LES ROUES A AUBES COURBES.

HAUTEUR de l'orifice E.	VALEUR MINIMUM du rayon.		HAUTEUR MINIMUM de la couronne.	
	Eaux ordinaires R.	Grandes eaux R.	Eaux ordinaires E'.	Grandes eaux E'.
	m	m	m	m
0.30	1.92	2.56	0.96	1.28
0.25	1.60	2.13	0.80	1.06
0.20	1.28	1.71	0.64	0.85
0 15	0.96	1.28	0.48	0.64
0.10	0.64	0.85	0.32	0.42

Mais dans la pratique et toutes les fois que les conditions locales ou les rapports de vitesses à établir l'exigeront, l'on

pourra augmenter ces rayons et ces largeurs de couronne. Si cela conduit à un poids plus considérable, il en résulte aussi l'avantage d'une plus grande régularité dans la marche.

439. *Nombre des aubes de la roue.* — Le rayon de la roue étant déterminé d'après les considérations diverses qui viennent d'être indiquées, on choisira le nombre des aubes de telle façon qu'elles soient écartées à la circonférence de $0^m,25$ à $0^m,30$, et que, pour la facilité des assemblages, ce nombre soit divisible par celui des bras de la roue.

440. *Levée de la vanne.* — Il convient d'employer d'assez fortes levées de vanne avec les roues à aubes courbes. En général, on devra préférer celle de $0^m,15$ à $0^m,20$. Mais si la roue est exposée à des crues d'aval, ou si, dans certaine circonstance, elle doit accidentellement fournir un travail plus considérable que sa force moyenne, ou marcher plus lentement en exerçant de grands efforts, il convient de se ménager la latitude, d'augmenter la levée de vanne, et alors on prendra pour la hauteur normale de l'orifice $0^m,15$ environ.

S'il s'agit d'utiliser un cours d'eau très-abondant, et qu'une hauteur d'orifice de $0^m,15$ à $0^m,20$ conduise à une largeur de roue trop considérable soit pour la localité, soit à cause de la dépense qu'elle exigerait ou du poids auquel elle conduirait, il faudra employer des orifices de $0^m,25$, $0^m,30$ et même $0^m,40$ de hauteur, en se résignant à voir diminuer un peu le rendement de la roue.

Mais on sera rarement forcé de recourir à ces grandes hauteurs d'orifice, qui ont l'inconvénient d'offrir des difficultés à l'entrée de l'eau sans choc sur les aubes, parce que le vannage des roues à aubes courbes prenant l'eau en dessous, il offre précisément l'avantage de débiter beaucoup d'eau sous de faibles largeurs.

441. *Largeur de l'orifice.* — Cette dimension résulte de la dépense d'eau à faire, laquelle est donnée soit par le jaugeage du cours d'eau qui en fait connaître le produit Q en $1''$, soit par la force motrice que le moteur doit utiliser.

Dans ce dernier cas, si l'effet utile à obtenir, et qui est exprimé

par Pv^{km}, est donné, en supposant par prudence un rendement de 0,60 seulement à la roue, l'on aura

$$Pv = 0{,}60 \times 1000 Q_1 H$$

ou

$$Q = \frac{Pv}{600 H},$$

H étant toujours la chute totale disponible.

Connaissant donc, dans un cas comme dans l'autre, le volume d'eau Q à dépenser en 1'' et nommant h la charge sur le sommet de l'orifice telle qu'elle résultera du tracé du coursier, l'on aura pour la formule de l'écoulement

$$Q = m\text{LE}\sqrt{2gh},$$

E étant la hauteur de l'orifice mesurée normalement au fond du coursier à partir du bord inférieur de la vanne.

Le coefficient m de la dépense devra, jusqu'à ce que de nouvelles expériences aient modifié les résultats de celles de M. Poncelet, conserver les valeurs

$m = 0{,}80$ pour les vannages inclinés à 1 de base sur 1 de hauteur;

$m = 0{,}74$ pour les vannages inclinés à 1 de base sur 2 de hauteur;

sans contraction sur le fond ni sur les côtés verticaux.

D'après cela, l'on aura pour la largeur de l'orifice

$$L = \frac{Q}{m\text{E}\sqrt{2gh}}.$$

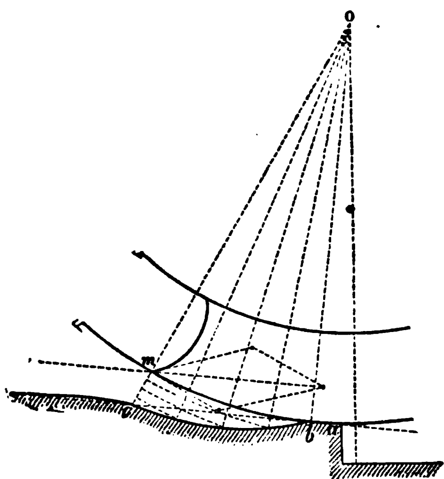
442. *Largeur de la roue.* — Pour faciliter l'introduction de l'eau dans la roue, on donnera à celle-ci une largeur intérieure supérieure d'environ $0^m,10$ à celle de l'orifice.

443. *Du ressaut et de la largeur du coursier.* — Le ressaut du coursier au-dessous de la roue doit avoir son arête supérieure a à hauteur du niveau ordinaire du canal de fuite et à $0^m,10$ ou $0^m,15$ en amont de la verticale qui passe par l'axe de la roue,

sa hauteur sera d'environ $0^m,30$ au-dessus du fond du canal de fuite.

A partir de ce sommet *a*, le coursier aura la forme d'un arc de cercle *ab* concentrique à la roue de $0^m,20$ à $0^m,25$ de longueur, en laissant $0^m,005$ de jeu pour les roues en fonte avec coursier en pierre et $0^m,01$ pour les roues en bois avec coursier en bois.

Par l'extrémité supérieure *b* de cet arc, l'on mènera une ligne *b* inclinée à $\frac{1}{10}$ à l'horizon, et c'est à partir de cette ligne que se fera le tracé de la partie courbe du coursier.



M. Poncelet recommande de donner au canal au delà de la roue une largeur égale à cinq ou six fois celle du coursier sous la roue. Mais il me semble que les résultats favorables obtenus sur la roue de la poudrerie d'Angoulême quand elle était noyée de $0^m,11$ à $0^m,13$ et dont le canal de fuite avait la même largeur que le coursier, ainsi que les considérations développées au n° **267** sur la vitesse *w* avec laquelle l'eau abandonne les aubes, doivent porter à admettre que dans les roues à aubes courbes, dont les aubes ont été tracées de manière à éviter le choc de l'eau à l'entrée et font un angle assez ouvert avec la circonférence extérieure de la roue, l'eau s'échappe avec une vitesse assez grande dirigée vers l'aval. Par suite de cette circonstance, l'eau du canal de fuite est refoulée vers l'aval, et cet effet sera d'autant plus sensible que le canal de fuite aura une largeur plus voisine de celle de la roue.

Je suis donc porté, en attendant des expériences spéciales, à penser qu'il convient de conserver au coursier, et jusqu'à une certaine distance du côté d'aval, la largeur qu'il a sous la roue. C'est d'ailleurs ce que l'on est naturellement conduit à faire dans

beaucoup de cas où l'on remplace une ancienne roue à aubes par une roue à aubes courbes.

444. *Tracé du fond du coursier.* — La description du nouveau tracé du fond du coursier en développant le cercle indiqué par M. Poncelet, et la comparaison que nous en avons faite avec le tracé en spirale, ont montré que pour des épaisseurs de lame d'eau égales ou inférieures à $0^m,15$, les deux profils se confondent sensiblement, et offrent par conséquent à très-peu près à un même degré l'avantage de faciliter beaucoup l'entrée de l'eau sur les aubes.

Mais l'on a vu aussi que pour des épaisseurs de lame d'eau ou des levées de vanne supérieures à $0^m,15$, le profil en développante se relève beaucoup et oblige à placer le seuil de l'orifice très-haut, ce qui diminue la vitesse d'affluence de l'eau sur la roue et par suite celle que la roue doit prendre, en même temps que cela conduit à adopter une plus grande largeur pour l'orifice et pour la roue.

Le profil en spirale, toujours limité par l'inclinaison d'une ligne inclinée à $\frac{1}{10}$ à l'horizon, en dessous de laquelle il se trouve nécessairement, n'offre pas le même inconvénient et se prête plus facilement à l'emploi des fortes levées de vanne. Il est d'une exécution un peu plus simple, et comme dans la plupart des cas, et pour les levées de vanne de $0^m,15$ et au-dessous, les deux courbes se confondent à très-peu près, il me semble convenable d'adopter de préférence le profil en spirale.

L'on opérera donc pour le tracé du coursier comme il a été dit au n° **278**.

Par conséquent, ayant déterminé la levée de vanne à adopter, on mènera parallèlement à la ligne bc une droite qui en soit distante d'une quantité égale à cette levée. Cette droite rencontrera la circonférence extérieure de la roue en un point m par lequel on mènera un point Om, dont le prolongement viendra couper en c la ligne bc.

Pour tracer la spirale qui doit passer par les points a et c, l'on suivra exactement ce qui a été indiqué au n° **278**, puis on raccordera cette partie du coursier avec la partie du canal d'arrivée en amont au moyen d'un arc de cercle de grand rayon, ainsi qu'il a été dit au même numéro.

445. *Coursiers construits en bois.* — La forme courbe donnée au coursier doit être exécutée avec soin, ce qui exige que cette partie importante de la construction soit faite en pierres de taille ou en fonte. Quand, par des motifs d'économie ou autres, on sera conduit à exécuter le coursier en bois, il deviendra plus difficile de bien assurer au profil la forme curviligne adoptée, et dès lors on pourra se contenter du premier tracé proposé par M. Poncelet, avec lequel ces roues, bien proportionnées du reste, ont fourni un rendement très-peu inférieur à celui des roues à coursier curviligne, dont le principal avantage est de pouvoir marcher à des vitesses assez différentes de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que le rendement de la roue diminue beaucoup.

446. *Application.* — Appliquons ces règles à l'établissement d'une roue destinée à transmettre un effet utile de 7 chevaux avec une chute totale de $1^m,10$, ce qui est à peu près le cas d'un moulin à pilons ou à meules de fonte de la poudrerie du Ripault, on aura

$$Pv = 7 \times 75^{km} = 525^{km}.$$

La rivière de l'Indre étant exposée à de fortes crues, on placera le ressaut à $0^m,10$ au-dessus du niveau moyen des eaux d'aval.

D'après cela on aura

$$Q = \frac{525^{km}}{600 \times 1^m} = 0^{mc},875.$$

On verra, par le tracé, que la charge H' sur le sommet de l'orifice sera à peu près égale à la chute totale mesurée au-dessus du ressaut, diminuée de la hauteur de l'orifice supposé égal à $0^m,20$, et de $0^m,08$ à $0^m,10$ pour la pente générale du coursier, ce qui la réduira à $0^m,65$ environ.

Par conséquent nous prendrons pour première approximation la hauteur $H' = 0^m,65$.

On peut adopter cette première estimation pour les calculs des proportions, sauf à la rectifier plus tard, comme on le verra. On aura donc

$$V = \sqrt{19,62 \times 0^m,65} = 3^m,57,$$

puis

$$v = 0,55 \times 3^m,57 = 1^m,96.$$

Si le vannage est incliné à 1 de base sur 1 de hauteur, on aura, pour la largeur de l'orifice,

$$L = \frac{0^{mc},875}{0,80 \times 0^{m},25 \times 3^{m},57} = 1^{m},225.$$

La largeur intérieure de la roue entre les couronnes sera $L' = 1^{m},30$. Puis on trouvera

$$E' = \frac{0^{m},875}{0,206 \times 1^{m},30 \times 3,57} = 0^{m},915;$$

et enfin $2R = 4 \times 0^{m},915 = 3^{m},660 = 3^{m},548.$

447. *Latitude pour augmenter ces dimensions.* — Ces dimensions seront plus que suffisantes pour l'état normal ; mais si l'on craint de grandes eaux continues, qui obligent à faire marcher la roue noyée avec des dépenses d'eau beaucoup plus fortes, il n'y a pas d'inconvénient à augmenter un peu la largeur des couronnes. D'une autre part, si les localités, la hauteur du sol, ou d'autres motifs, engagent à adopter un diamètre plus grand que celui qui est fourni par la règle ci-dessus, on peut le faire sans risque, parce qu'il n'en résultera qu'un poids un peu plus considérable pour la roue et une capacité un peu plus grande de ses augets.

Le rayon et la largeur des couronnes étant définitivement fixés, on exécutera le tracé du coursier et celui des aubes, comme il a été expliqué au n° 278.

Ensuite on déterminera exactement la hauteur du sommet de l'orifice au-dessous du niveau ; mais on reconnaîtra que la différence avec la valeur admise dans le calcul préparatoire n'est pas assez grande pour exiger qu'on change rien aux proportions.

Il ne sera pas même nécessaire de tenir compte de cette différence dans la charge sur le sommet pour la vitesse v de la circonférence extérieure de la roue correspondante au maximum d'effet. Ainsi, dans l'exemple qui nous a occupé, la charge H', au lieu d'être égale à $0^{m},65$, serait de $0^{m},64$, ce qui ne peut exercer qu'une influence négligeable sur les résultats.

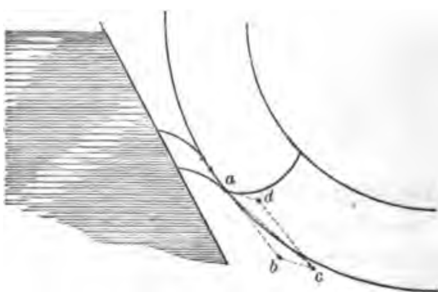
448. *Forme à donner à la partie extérieure des couronnes.* — Les roues à aubes courbes ayant la propriété de pouvoir mar-

cher noyées, il importe que les parties extérieures de leurs couronnes n'offrent aucune saillie qui puisse éprouver de la part du liquide une résistance notable. On aura donc soin de disposer l'assemblage des bras à l'intérieur de ces couronnes, en évitant autant que possible toute partie en relief à l'extérieur.

449. *Cas où la roue sera exposée à de grandes crues.* — Pour les cas où l'on aura à craindre de grandes crues, on pourra augmenter encore la proportion des couronnes, et disposer au vannage un coursier additionnel destiné à verser dans les aubes de l'eau prise à la superficie, ce qui fera participer la roue au mode d'action des roues de côté. Cette addition très-simple ne présente pas de difficultés et permet, à ces époques où les eaux sont surabondantes, de maintenir la roue en activité, quoique l'écoulement par l'orifice inférieur soit gêné.

450. *Exemple.* — S'il s'agit, par exemple, de disposer un semblable vannage pour la roue dont nous venons de déterminer les proportions, on supposera que le bord d'une aube soit parvenu en a à une hauteur au-dessous du niveau, correspondant à une vitesse notablement supérieure à la vitesse v de la circonférence de la roue ; on remarquera que dans le cas supposé de grande crue, le niveau d'amont est lui-même au-dessus du niveau moyen de 0^m,25 à 0^m,30 par exemple.

Par le point a, on mènera une tangente ab à la circonférence de la roue, sur laquelle on prendra $ab = v$, ou la vitesse que cette circonférence doit conserver, et une tangente ad à la courbe de l'aube. Par le point b, on mènera une parallèle bc à ad, et du point a,



comme centre avec un rayon égal à la vitesse due à la hauteur de ce point a au-dessous du niveau, l'on décrira un arc de cercle qui coupera ac en un point c. La diagonale ac du parallélogramme $abcd$ ainsi formée sera la direction selon laquelle

il convient de faire arriver l'eau sur l'aube, pour qu'elle y entre sans choc.

On prolongera la ligne *ac* au-dessus du point *a*, et l'on aura ainsi une tangente de la courbe directrice qui doit amener l'eau du vannage en déversoir sur la roue. Comme il convient d'ailleurs que cette directrice se recourbe un peu dans le sens que suivent les filets de la veine fluide, on la tracera en conséquence jusqu'à l'endroit où elle rencontrera le vannage.

En supposant ensuite le bord *a* de l'aube parvenu à $0^m,08$ ou à $0^m,10$ plus bas, l'on tracera une autre directrice, puis une troisième à $0^m,16$ ou $0^m,20$, ce qui suffira pour la plupart des cas.

Il résultera de cette disposition que quand on abaissera la vanne supérieure, l'eau qui s'écoulera par-dessus en déversoir sera dirigée sur la roue par les canaux ainsi formés et y entrera d'une manière convenable.

La roue participera ainsi des avantages des roues de côté, et la forme de ses aubes atténuant d'ailleurs la résistance qu'elles éprouveront de la part des eaux d'aval, elle pourra fonctionner quoique noyée sur une assez grande partie de la chute.

451. *Roues et vannages partagés en compartiments.* — Lorsque le cours d'eau sera exposé, aux époques de sécheresse, à une grande diminution de produit, il sera bon, comme l'ont montré (nº **276**) les expériences de M. Marozeau, insérées au 86ᵉ bulletin de la Société industrielle de Mulhouse, de partager la roue et son vannage en deux ou trois compartiments, dont chacun pourrait fonctionner à part, de sorte que, dans tous les cas, l'on n'emploierait que des hauteurs d'orifice de $0^m,20$ à $0^m,25$, qui, d'après l'expérience, sont les plus convenables.

Roues à augets.

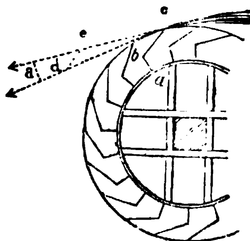
452. *Établissement des roues à augets.* — Il y a deux manières de faire arriver l'eau sur les roues à augets : la première, et la plus généralement employée, consiste à la conduire au sommet de la roue par un coursier placé entre ce sommet et le vannage ; la seconde, à faire arriver l'eau en un point placé au-dessous du sommet. Toutes les fois que la chute totale sera de plus de $3^m,00$ et que la hauteur du niveau du réservoir n'éprouvera

que de faibles variations comprises entre 0m,20 et 0m,30 à 0m,40 au plus, il conviendra d'adopter la première disposition, qui est plus simple que la seconde et conduit à des constructions moins dispendieuses et moins lourdes.

Lorsque, au contraire, la chute sera au-dessous de 3m,00 et surtout quand, par les circonstances locales ou par la nature du travail, le niveau du réservoir éprouvera des variations considérables, il pourra être plus avantageux d'employer la seconde disposition. Nous indiquerons la marche à suivre dans les deux cas.

453. *Roues à augets qui reçoivent l'eau à leur sommet.* — Le canal d'arrivée devant se terminer aussi près que possible de la roue, afin de n'exiger qu'un coursier très-court, il est souvent nécessaire d'établir un petit canal particulier de prise d'eau pour chaque roue. Ce canal, ordinairement en bois bien goudronné et calfaté, doit avoir une section d'eau égale à 10 ou 12 fois l'aire de l'orifice. Il serait convenable que le vannage placé à son extrémité fût incliné ; mais la plupart du temps la facilité de la manœuvre engage à le placer verticalement. Le coursier qui conduit l'eau de l'orifice à la roue doit être incliné à $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{12}$, et se terminer à 0m,10 environ en amont de la verticale passant par l'axe de la roue. Entre la circonférence extérieure de celle-ci et le dessous du coursier, il doit y avoir au moins 0m,01 de jeu. On placera toujours le seuil de l'orifice aussi près de la roue que le permettra la dimension des pièces de charpente qui soutiennent le canal de prise d'eau.

454. *Entrée de l'eau dans les augets. Tracé des augets.* — On sait que le tracé des augets se fait ordinairement de la manière suivante. Leur écartement à la surface extérieure devant être habituellement compris entre 0m,30 et 0m,40, on divise cette circonférence par 0m,35, et l'on adopte pour nombre des augets le nombre entier le plus voisin, divisible par le nombre de bras que la roue devra avoir. On donne



aux couronnes une largeur intérieure égale à l'écartement des

augets à la circonférence extérieure, et l'on trace une circonférence intermédiaire partageant cet intervalle en deux parties égales. On mène les rayons qui passent par les points de division de la circonférence ; la partie *ab*, comprise entre les circonférences intérieure et intermédiaire, donne la direction du fond, et la ligne *bc* celle de la face de l'auget. Tel est le tracé ordinaire qu'il convient d'abord d'essayer.

Supposons le filet moyen de la veine fluide tracé, et sa rencontre avec la circonférence extérieure déterminée; par ce point traçons le profil d'un auget. Il faut que l'eau entre dans cet auget dans la direction de sa face *bc*. A cet effet, on mène en *c* une tangente au filet moyen et une autre à la circonférence extérieure de la roue. Sur la première, on prend une longueur *cd* représentant, à une échelle convenue, la vitesse de l'eau affluente ; par le point *d*, on mène une parallèle *ed* à la face de l'auget. Cette ligne rencontre la tangente à la circonférence de la roue en *e*, et si l'on règle la marche de la roue de façon que *ec* soit la vitesse de sa circonférence, il est évident (nº **208**) que l'eau entrera dans le sens de la face *bc* sans la choquer et avec une vitesse relative mesurée par le côté *de* du parallélogramme.

Ainsi, connaissant la vitesse d'affluence $V = cd$ de la veine fluide et le tracé de l'auget, on en déduira, par construction, la vitesse de la circonférence de la roue convenable pour que l'eau entre bien dans l'auget. Mais, d'une autre part, la vitesse v de la circonférence doit être d'environ 1m,50 en 1″ pour la régularité du mouvement, et l'on conçoit qu'il convient alors de donner à V des valeurs telles qu'il puisse en résulter pour v une valeur voisine de 1m,50.

La vitesse V d'affluence de l'eau dépendant principalement de la charge sur le seuil de l'orifice, on est ainsi conduit, en exécutant des tracés analogues à celui que nous venons d'indiquer, à donner dans le canal de prise d'eau une charge sur le seuil variable avec la chute totale, ainsi qu'il suit :

Chutes totales.....	2m.60 à 3m	3m à 4m	4m à 6m	6m à 7m	7m à 8m
Charge sur le seuil.	0m.50	0m.60	0m.70	0m.80	0m.90

D'un autre côté, les dimensions absolues de l'auget étant ren-

fermées, comme on l'a dit, entre des limites à peu près déterminées, il en résulte que plus les diamètres sont grands, plus l'angle *bce* de la face de l'auget avec la circonférence est petit, et plus la ligne *de* est petite par rapport à *dc* ou V. Et comme, au contraire, il est possible et il convient de faire marcher la circonférence des grandes roues à une vitesse *v* plus considérable que pour les petites, on est conduit, pour éviter cette difficulté, à changer un peu le tracé de l'auget et à prendre la largeur de son fond égale à $\frac{1}{3}$ au lieu de $\frac{1}{2}$ de celle des couronnes, ce qui augmente l'angle *bce*.

D'après cela, connaissant la chute totale, on en déduira la charge moyenne qu'il convient de laisser sur le seuil, pour la fixation de laquelle on se réglera aussi sur les variations que le niveau peut éprouver dans le réservoir. On y ajoutera environ $0^m,10$ pour la pente totale et le jeu du coursier; et, retranchant la somme de la chute totale, on aura le diamètre de la roue. On déterminera le profil e le nombre des augets, et l'on fera le tracé indiqué plus haut pour obtenir la vitesse de la roue. Si cette vitesse est voisine de $1^m,50$, on l'adoptera ; si elle est plus petite, surtout s'il s'agit d'une grande roue, il faudra modifier le tracé de l'auget et ne donner à son fond que le tiers de la largeur des couronnes. Après avoir déterminé finalement la vitesse de la circonférence extérieure, il faudra remarquer que ce sera la plus grande que la roue puisse prendre sans que la face *bc* des augets choque la veine fluide par son côté extérieur. Si donc la vitesse doit varier, on aura soin qu'elle ne dépasse pas la limite donnée par le tracé. Si c'est la vitesse de l'eau qui varie par suite des changements de hauteur du niveau, il faudra faire le tracé d'après la plus faible vitesse d'affluence.

En suivant cette marche, on sera certain que l'eau dépensée sera convenablement introduite dans les augets et non projetée au dehors, comme on le voit souvent.

455. *Levée de la vanne.* — Il résulte des dimensions ordinaires des augets que la plus courte distance de la face intérieure de l'un à la face extérieure de l'autre est d'environ $0^m,10$ à $0^m,12$. Pour la facilité de l'entrée de l'eau et pour que les vitesses réelles ne diffèrent pas trop de celles que donne le tracé précédent, il convient, quand on le peut, de limiter la levée de la vanne à

$0^m,08$ ou $0^m,10$ pour les roues de force moyenne, et $0^m,12$ à $0^m,15$ au plus pour les grandes forces.

456. *Volume d'eau à dépenser.* — On connaîtra donc, d'après ce qui précède, la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, celle v de la circonférence de cette roue, l'angle a de ces vitesses, la hauteur h du point d'introduction de l'eau au-dessus du bas de la roue et quand l'effet utile Pv à obtenir sera donné, on calculera le volume d'eau à dépenser par la formule pratique de l'effet utile des roues à augets (n° 303).

$$Pv = 780.Qh + 1000Q\frac{(V\cos a - v)v}{9,81},$$

qui donne $$Q = \frac{Pv}{780h + 102(V\cos a - v)v}.$$

457. *Largeur de l'orifice et de la roue.* — La levée E de la vanne étant donnée et choisie d'avance entre les limites indiquées plus haut, on calculera la largeur de l'orifice par la formule

$$Q = m.LE\sqrt{2g.H},$$

dans laquelle on prendra $m = 0,70$, attendu que l'orifice sera disposé de manière qu'il n'y ait de contraction ni sur le fond ni sur les côtés.

H sera la charge sur le centre de l'orifice, déduite de la charge sur le seuil et de la levée de la vanne.

L'on tirera de cette formule

$$L = \frac{O}{mE\sqrt{19,62\,H}}.$$

La largeur intérieure de la roue sera de $0^m,10$ plus grande que celle de l'orifice.

Si cette largeur n'excède pas les limites convenables qu'indiquent les localités et la facilité de la construction, on l'adoptera. Si au contraire elle est trop grande, on pourra augmenter la levée de la vanne et la capacité des augets.

458. *Capacité des augets.* — Il importe de s'assurer que dans aucun cas les augets ne pourront être remplis au delà de la

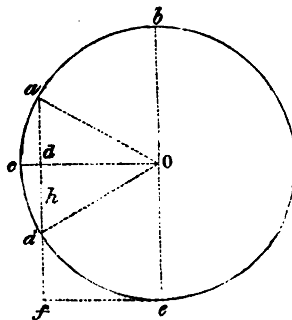
moitié de leur capacité, afin que le versement de l'eau ne commence pas trop tôt.

A cet effet, on calculera l'aire du profil intérieur de l'auget, on la multipliera par la largeur de la roue, et l'on aura la capacité q de chaque auget. On la comparera au volume d'eau que chaque auget doit recevoir et qui est égal au volume d'eau dépensé en 1″, divisé par le nombre d'augets qui passent en 1″ devant l'extrémité du coursier et qui est $\frac{v}{e}$, en nommant e l'écartement des augets à la circonférence extérieure de la roue.

Dans les proportions que nous avons indiquées pour les levées de vannes, les vitesses de l'eau et celles de la roue, la condition ci-dessus sera toujours satisfaite. Si, pour des levées plus fortes, il arrivait que les augets fussent trop petits, on augmenterait la largeur des couronnes qui portent les augets, et l'on parviendrait facilement à des proportions convenables.

459. *Roues à augets qui reçoivent l'eau au-dessous de leur sommet.* — Lorsque le niveau des eaux varie dans le réservoir de plus de 0m,30 à 0m,40, ou quand des motifs particuliers aux localités engagent à faire marcher la roue dans le même sens que les eaux du canal de fuite, il convient de disposer le vannage ainsi qu'il suit ;

On opérera d'abord sur le niveau normal en se donnant pour condition que le filet moyen atteigne la circonférence extérieure de la roue avec une vitesse de 3m,00 environ, ce qui exige que le point de rencontre soit à une hauteur de $\frac{\overline{3,0}^2}{19,62} = 0^m,46$ au-dessous du niveau. De plus, pour la facilité de la disposition du vannage, il convient que ce point de rencontre soit a 60° environ du sommet de la roue.



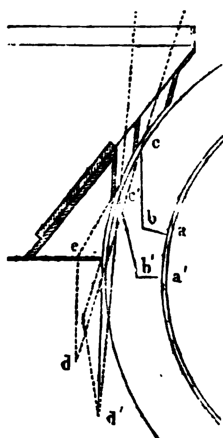
D'après cela, il est facile de voir qu'en retranchant 0m,46 de la chute totale, on aura la hauteur h parcourue par l'eau sur la roue, et qu'en nommant $Oa = R$ le rayon de la roue, puisque l'angle $bOa = 60°$, $aOc = 30° = cOa'$, de sorte que

$aa' = ao = R$, comme côté d'un hexagone régulier. Donc $ad = \frac{R}{2}$, donc

$$h = af = ad + df = \frac{1}{2}R + R = 1{,}50\,R\,;$$

ainsi $R = \frac{h}{1{,}50}$, ce qui donne le rayon de la roue.

On déterminera, par les règles données précédemment, le tracé et le nombre des augets, et il ne s'agira plus que d'assurer au filet moyen une direction telle qu'il entre d'une manière convenable dans la roue. A cet effet, soit *cb* la face de l'auget, sur la tangente en *c* à la circonférence extérieure de la roue, prenez *ce* égal à la vitesse *v* ou $2^m{,}00$ environ s'il s'agit d'une grande roue. Du point *e* comme centre, avec un rayon égal à $V = 3^m$, vitesse de l'eau affluente, décrivez un arc de cercle qui coupe en *d* la ligne *de* parallèle à la face *bc* de l'auget. La ligne *dc* sera la direction que devra suivre le filet moyen pour que l'eau entre dans la roue dans le sens de la face *cb* de l'auget. En effet, d'après ce tracé, il est facile de voir que la composante de la vitesse $v = ce$ et celle de la vitesse $V = dc$ perpendiculairement à la face *bc* de l'auget seront égales et dirigées dans le même sens, et que par conséquent, il n'y aura pas de choc sur cette face.



Cela fait, pour assurer la direction du filet moyen suivant la ligne *cd* prolongée au-dessus de *c*, on mènera à $0^m{,}04$ ou $0^m{,}05$ au plus de distance de part et d'autre des parallèles à cette ligne; ce qui donnera l'inclinaison des directrices du vannage à interposer entre l'orifice et la roue.

Mais comme, par hypothèse, dans le cas actuel le niveau varie et qu'il faut être certain qu'à toute hauteur l'introduction de l'eau dans la roue se fera de même, il ne suffit pas de faire une fois cette construction : il faudra la répéter pour des niveaux distants de $0^m{,}10$ en $0^m{,}10$ au-dessus et au-dessous du niveau moyen. On aura ainsi pour chaque hauteur supposée du niveau

une ligne indiquant la direction du filet moyen et c'est entre toutes ces lignes que l'on devra, en partant du niveau le plus élevé jusqu'au plus bas auquel la roue devra marcher, tracer les directrices, en ayant soin que la plus courte distance de l'une à l'autre n'excède pas ordinairement $0^m,06$ à $0^m,08$ ou, au plus, $0^m,10$.

Ces directrices, que l'on exécute habituellement en fonte, et auxquelles on donne une épaisseur de $0^m,010$ à $0^m,015$, devront d'ailleurs se terminer inférieurement à une circonférence de cercle concentrique à la roue et distante de 0^m01 seulement. Les perpendiculaires abaissées du point inférieur de chacune d'elles sur celle qui la suit immédiatement en dessous mesurent l'ouverture réelle de l'orifice, qui doit être ordinairement limitée, comme on vient de le dire, à $0^m,06$ ou $0^m,08$.

Afin que l'eau puisse prendre la direction voulue, il faudra que, au-dessus du pied de ces perpendiculaires, chaque directrice ait au moins $0^m,04$ à $0^m,05$ de longueur.

L'inclinaison de la vanne qui, en s'abaissant, démasque les orifices et les directrices, se déterminera par la condition précédente.

Pour les roues de faible force, il conviendra, en général, de ne prendre l'eau que par l'orifice supérieur, afin de donner à la hauteur h, que le liquide parcourt sur la roue, la plus grande valeur possible. Mais, pour les roues puissantes, la faible ouverture qu'il est bon de donner aux orifices conduirait à des largeurs d'orifices et de roues trop considérables, et alors il peut être nécessaire de démasquer à la fois deux et même trois orifices. C'est ce que l'on reconnaîtra facilement, dans chaque cas, d'après la largeur à laquelle on sera conduit pour la roue.

Si l'on suppose, par exemple, un seul orifice ouvert, on connaîtra V, v, l'angle a, h et l'effet utile à produire ; ou en déduira donc le volume d'eau à dépenser comme précédemment. Puis la formule de la dépense de ces orifices (n° 34)

$$Q = 0,75\,LE\sqrt{19,62H},$$

dans laquelle E sera la plus courte distance des directrices déterminées par le tracé, et H sera la hauteur du milieu de cette plus courte distance au-dessous du niveau, donnera la largeur de l'orifice

$$L = \frac{Q}{0,75\,E\sqrt{19,62\,H}}.$$

Si cette largeur est convenable pour la localité et la facilité de la construction, on l'adoptera. Si elle est trop grande, on admettra que le second orifice est aussi démasqué par la vanne; et en appelant E' et H' les quantités analogues à E et H, on calculera la valeur du volume d'eau Q à dépenser et enfin la largeur de l'orifice par la formule

$$L = \frac{Q}{0,75\left[E\sqrt{19,62H} + E'\sqrt{19,62H'}\right]}.$$

460. *Largeur intérieure de la roue.* — La roue aura entre ses couronnes une largeur égale à celle de l'orifice, augmentée de $0^m,05$ à $0^m,010$ de chaque côté.

Enfin on devra encore s'assurer que les augets ne seront remplis qu'à moitié de leur capacité; et s'ils devaient l'être davantage, il faudrait accroître leurs proportions et, s'il se pouvait, la vitesse de la roue.

461. *Orifices pour l'échappement de l'air contenu dans les augets.* — Il sera bon de faciliter l'échappement de l'air que l'eau vient remplacer dans les augets, en ménageant dans le tambour intérieur de la roue et au-dessous du fond de chaque auget une ouverture de $0^m,03$ à $0^m,04$ de hauteur dans toute la longueur de ce fond.

462. *Application. — Projet de roue hydraulique à augets pour un moulin à poudre à deux batteries de* 12 *pilons chacune, pour la poudrerie de Saint-Chamas.* L'effet utile de la roue doit être, d'après les résultats d'observations connus, de 24^{km} pour chaque pilon de 40^{kil} battant 56 coups à la minute, avec une levée de $0^m,40$; et par conséquent pour 24 pilons il sera de

$$24 \times 24^{km} = 576^{km} = 7^{ch},68.$$

La chute totale est de $7^m,00$; la roue recevra l'eau à son sommet; et d'après ce qui a été dit, il convient de laisser sur le seuil une charge d'eau de $0^m,80$. Le coursier aura un jeu de $0^m,015$; son fond sera en planches de $0^m,025$, et sa pente totale de $0^m,06$ sur une longueur totale de $0^m,90$. Par conséquent de la chute totale il faut retrancher $0^m,80 + 0^m,10 = 0^m,90$. Le diamètre de la roue sera donc $7^m,00 - 0^m,90 = 6^m,10$.

La levée de la vanne sera de $0^m,10$, et, par conséquent, la charge sur le centre de $0^m,75$.

En traçant la courbe du filet moyen de la veine fluide à partir de l'extrémité du coursier, on trouve que, l'angle de ce coursier avec l'horizontale étant de 3° 25,

$$\cos a = 0,99804, \quad \text{tang}\, a = 0,062622.$$

En admettant que la pente du coursier compense la résistance et la perte de force vive après l'orifice, ce qui donne pour la vitesse à l'extrémité de ce coursier

$$U' = \sqrt{19,62 \times 0^m,75} = 3^m,835.$$

l'équation de la courbe du filet moyen (138) devient

$$y = \frac{g}{2U'^2 \cos^2 a} x^2 + x \,\text{tang}\, a = 0,841 x^2 + 0,063 x.$$

Ce qui donnera pour cette courbe les ordonnées suivantes :

$x = 0^m.05$..........	$0^m.10$	$0^m.20$	$0^m.30$	$0^m.40$
$y = 0^m.00525$........	$0^m.01471$	$0^m.04624$	$0^m.09459$	$0^m.1597$

En effectuant le tracé de la courbe on trouve qu'elle rencontre la circonférence extérieure à $0^m,11$ au-dessous de l'origine de cette courbe. La vitesse d'arrivée V est donc à très-peu près

$$V = \sqrt{19,62(0^m,75 + 0^m,11)} = 4^m,105.$$

Le diamètre de la roue étant de $6^m,10$, sa circonférence de $19^m,13$, si le nombre des augets est de 56, leur écartement à l'extérieur sera de $0^m,342$. En donnant à la couronne $0^m,35$ intérieurement et $0^m,13$ au fond dans le sens du rayon, et exécutant le tracé d'un auget et la décomposition des vitesses indiquées plus haut (nº 454), on trouve que la vitesse de la circonférence de la roue devra être de $1^m,20$ seulement, ce qui est un peu faible, mais cependant suffisant. Si l'on trouvait cette vitesse trop petite, il faudrait alors augmenter la charge sur le seuil de l'orifice, la porter à $0^m,90$ et réduire le diamètre de la roue à $6^m,00$.

On a, d'après le tracé qui vient d'être indiqué,

$$V\cos a = 3^{m},65, \quad v = 1^{m},20, \quad h = 6^{m},08;$$

et la formule donne

$$Q = \frac{576^{km}}{780 \times 6^{m},08 + 102(3^{m},65 - 1^{m},20)1^{m},20} = \frac{576^{km}}{5042,28} = 0^{mc},1142.$$

La levée de la vanne étant de $0^{m},10$ et le multiplicateur de la dépense de 0,70, la largeur de l'orifice sera

$$L = \frac{0^{m},1142}{0,70 \times 0^{m}10 \times \sqrt{19,62 \times 0^{m},75}} = 0^{m},426.$$

463. *Observation relative aux roues qui reçoivent l'eau au-dessous du sommet.* — L'eau, qui descend à peu près verticalement dans les augets de ces roues, entraîne avec elle de l'air qui éprouve quelquefois de la difficulté à s'échapper. Il sera, comme on l'a dit plus haut, bon, je pense, dans ce dispositif de roue, de faire l'auget à deux faces, c'est-à-dire d'ouvrir le fond du tambour intérieur de la roue, de manière à donner d'un côté issue à l'air introduit de l'autre. Il serait alors nécessaire d'incliner cette face intérieure un peu en dedans, et de la prolonger au-dessus du fond de l'auget précédent, afin que l'eau ne pût pas s'élever au-dessus de son bord et jaillir dans la roue.

Établissement des turbines du système de M. Fourneyron.

464. *Marche à suivre pour établir une turbine du système de M. Fourneyron.* — L'on a vu par l'exposition des formules théoriques que nous avons rapportées aux nos 353 et suivants, quelles sont les relations qui lient les éléments, les proportions et la vitesse de ces roues à l'effet utile qu'elles produisent, et l'on conçoit facilement que, parmi ces proportions, il en est un grand nombre qu'il importe d'emprunter à l'expérience et à l'observation, et qui peuvent être adoptées pour tous les récepteurs du même genre; ce qui peut permettre d'arriver à des règles à peu près générales pour les proportionner convenablement dans tous les cas.

D'après la comparaison de plusieurs moteurs de ce genre, sur lesquels l'on a des expériences authentiques, nous adopterons les proportions suivantes :

$$\alpha = 30^\circ, \quad \varphi = 25^\circ, \quad \frac{R''}{R'} = 0,75$$

pour les chutes voisines de $2^m,00$; ou

$$\frac{R'}{R''} = 1,33, \quad \frac{n}{n'} = 0,75, \quad \frac{n'}{n} = 1,33,$$

d'où résulte aussi à peu près

$$\frac{a'}{a} = 0,833 \quad \text{et} \quad \frac{a}{a'} = 1,20.$$

Nous supposerons :

$k = 0,80$, ce qui convient aux levées et aux vitesses normales de la turbine,

$$k' = 0,90.$$

L'on en déduit, à cause de $e = e'$,

$$\frac{O'}{O} = \frac{n'k'a'e'}{nkae} = 1,33 \times \frac{0,90}{0,80} \times 0,75 = 1,125.$$

La vitesse dans le cylindre du vannage ne devrait pas excéder un mètre par seconde, ce qui correspond à une dénivellation de $0^m,051$ environ. Cependant, en général, cette vitesse atteint et dépasse souvent $1^m,50$ dans les meilleures turbines de ce genre, ce qui correspond à une dénivellation de $0^m,115$ environ. Mais comme la force vive correspondante à cette vitesse est en partie utilisée et conservée pour engendrer la vitesse de sortie par les orifices de vannage, et qu'il importe de ne pas donner de trop grandes dimensions à la roue, nous admettrons que la vitesse moyenne dans le cylindre du vannage pourra s'élever à $V = 1^m,50$.

L'expérience montrant que l'on peut compter sur un rendement de 0,65, on aura, pour déterminer le volume d'eau Q à

dépenser en 1″ avec la chute H pour obtenir un effet utile comme Pv, la relation

$$Pv = 0{,}65 \times 1000\,QH,$$

d'où

$$Q = \frac{Pv}{650\,H},$$

et, par suite, le rayon intérieur R du cylindre du vannage sera donné par la relation

$$3{,}14\,R^2 \times 1{,}50 = Q,$$

d'où

$$R = \sqrt{\frac{Q}{1{,}50 \times 3{,}14}} = \sqrt{\frac{Q}{4{,}712}}.$$

En ajoutant au rayon intérieur R du cylindre l'épaisseur du métal et le jeu indispensable qui, ensemble, ne s'élèvent pas à plus de $0^m{,}03$, l'on aura le rayon intérieur R'' de la turbine et, par suite, son rayon extérieur $R' = 1{,}33\,R''$.

On connaîtra dônc les deux circonférences $2\pi R$ et $2\pi R'$ auxquelles se limitent les directrices et les aubes de la roue.

Pour que l'eau soit convenablement dirigée sur les aubes, il faut que la lame d'eau ne soit pas trop épaisse, et cette épaisseur a ne doit pas habituellement excéder $0^m{,}06$ pour les grandes dépenses d'eau s'élevant à 1000 ou 1500 litres en 1″; il convient qu'elle soit moindre pour les dépenses plus faibles.

D'après cette base, a se trouvera à peu près déterminé, et la relation

$$l \sin \alpha = a,$$

dans laquelle l'angle α sera pris, égal à $30°$, d'où

$$\sin \alpha = 0{,}50, \quad \cos \alpha = 0{,}866, \quad \text{donnera} \quad l = 2\,a:$$

mais on devra tenir compte de l'épaisseur de la tôle des directrices qui est, pour les turbines de force moyenne, d'environ $0^m{,}005$ que l'on ajoutera à la valeur choisie pour a. Cela fait, on divisera la circonférence $2\pi R$ intérieure du vannage par l, et l'on choisira pour le nombre n des directrices un nombre entier voisin du quotient, en prenant si l'on veut un nombre

facile à diviser en plusieurs facteurs pour la commodité du tracé, pourvu qu'il ne conduise pas à des valeurs de a trop différentes de celle que l'on aura fixée.

Le nombre n' des aubes de la roue sera, par suite, connu par la relation

$$n' = 1{,}33\,n.$$

L'aire $A = 3{,}14\,R^2$ de la section intérieure du vannage étant connue ainsi que le nombre n des directrices, leur plus courte distance a et le coefficient $k = 0{,}80$ de la dépense par ces orifices et le rapport de l'aire totale des orifices de distribution du vannage $O = nkae$ à l'aire A devant être, d'après l'observation, égal à 0,20 environ, l'on aura la relation

$$\frac{O}{A} = \frac{nkae}{A} = 0{,}20,$$

d'où l'on tirera

$$e = \frac{0{,}20\,A}{nka} = 0{,}25\,\frac{A}{na},$$

ce qui donnera la hauteur de la turbine. A la marche normale la levée de la vanne ou la hauteur e des orifices distributeurs doit être égale à celle de la turbine; l'on a donc $e = e'$.

Si, toutefois, l'on pouvait prévoir que la roue serait exposée à dépenser des quantités d'eau très-variables, en plus ou en moins, fort différentes de sa dépense à la marche normale, on devrait calculer les hauteurs d'orifices correspondantes aux limites supérieure et inférieure données pour le volume d'eau à débiter ainsi que pour les eaux moyennes, et l'on partagerait la hauteur totale de la roue par des diaphragmes horizontaux placés à des hauteurs correspondantes.

465. *Vitesse normale de la roue.* — Si pour déterminer la vitesse normale qu'il convient d'adopter pour la roue, nous appliquons les formules de la théorie donnée au n° **555**, nous avons pour les calculs les données suivantes :

D'abord, la formule qui fournit la valeur du rapport du carré de la vitesse $\omega R'$ à la circonférence intérieure de la roue à celui de la vitesse $\sqrt{2gH}$ due à la chute totale H, est

$$\frac{\omega^2 R'^2}{2gH} = -\frac{1}{2E} + \frac{1}{2E}\sqrt{\frac{C^2}{C^2 - 4D^2E}},$$

dans laquelle

$$E = 1 - \frac{R''^2}{R'^2} = 0,4375,$$

$$C = 2 - \frac{K}{1+i}\frac{O'^2}{O^2}\left(1 - \frac{R''^2}{R'^2}\right) = 2 - \frac{0,0025}{1,956} \times 1,266 \times 0,4375 = 1,9994,$$

attendu que

$$K = \frac{O^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu} - 1\right\}^2 = 0,04\left\{\frac{1}{0,80} - 1\right\}^2 = 0,0025,$$

$$i = (1+K)\frac{O'^2}{O^2} + b^2 - 2bc = 0,956,$$

$$b = K'\frac{R'}{R''}\sin\varphi = 0,90 \times 0,133 \times 0,4226 = 0,562,$$

$$c = \frac{O'}{O}\sin\alpha = 1,125 \times 0,50 = 0,562,$$

$$D = \frac{\cos\varphi + \frac{O'}{O}\frac{R''}{R'}\cos\alpha}{\sqrt{1+i}} = \frac{0,9063 + 1,125 \times 0,75 \times 0,866}{\sqrt{1,956}} = 1,170.$$

L'on en déduit donc

$$\left(\frac{\omega R'}{\sqrt{2gH}}\right)^2 = -\frac{1}{0,875} + \frac{1}{0,875}\sqrt{\frac{(1,9993)}{(1,9993)^2 - 4 \times \overline{1,17}^2 \times 0,4375}}$$

$$= 0,660$$

d'où $\frac{\omega R'}{\sqrt{2gH}} = 0,812$ ou $v' = 0,812\sqrt{2gH}$;

et pour la vitesse de la circonférence intérieure de la roue correspondante au maximum d'effet,

$$v'' = \omega R'' = 0,75 \times 0,812\sqrt{2gH} = 0,609\sqrt{2gH},$$

ce qui s'écarte peu des résultats fournis par l'expérience, quoiqu'elle indique une valeur plus faible

$$v'' = \omega R'' = 0,55\sqrt{2gH}$$

que nous adopterons.

466. *Observations sur les proportions précédentes.* — Pour les chutes supérieures à 2^m où l'eau arrive sur la roue avec de grandes vitesses, il paraît convenable d'augmenter la largeur des couronnes et de diminuer le rapport $\frac{R''}{R'}$, en adoptant la valeur $\frac{R''}{R'} = 0,70$ pour celles de 2 à 5 ou 6^m, et $\frac{R''}{R'} = 0,65$ pour les chutes supérieures.

Application. — Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de construire une turbine de la force de 40 chevaux pour une chute de $1^m,80$.

En admettant un rendement de 0,65, l'on aura

$$Pv = 40 \times 75^{km} = 3000^{km} = 0,65 \times 1000\, Q^{kil} \times 1^m,80,$$

d'où

$$Q = \frac{3000^{km}}{650 \times 1,80} = 2^{mc},564.$$

La vitesse dans le cylindre du vannage devant être au plus $V = 1^m,50$, on aura, pour déterminer le rayon intérieur de ce cylindre,

$$R = \sqrt{\frac{2,564}{4,712}} = 0^m,737.$$

En y ajoutant $0^m,033$ pour l'épaisseur du vannage et le jeu de la roue, on aura

$$R'' = 0^m,77,$$

et, par suite,

$$R' = 1,33 \times 0,77 = 1^m,024.$$

Pour calculer le nombre des directrices, si nous supposons d'abord $a = 0^m,060$ et $\alpha = 30^0$, nous avons alors

$$l \sin 30^0 = a,$$

d'où

$$l = 2a = 0^m,12,$$

puisque

$$\sin 30^0 = \frac{1}{2};$$

et, par suite,

$$n = \frac{2\pi R''}{l} = \frac{6,28 \times 0,77}{0,12} = 40,29,$$

nous prendrons en nombre rond

$n = 42$ pour le nombre des directrices,

ce qui donnera

$n' = 56$ pour le nombre des aubes de la roue.

L'épaisseur de la tôle employée étant, pour une si forte turbine, de $0^m,005$ au moins le nombre $n = 42$ des directrices donnera, pour l'arc occupé sur la circonférence intérieure par chaque orifice et son aube, la longueur

$$\frac{6,28 \times 0,77}{42} = 0^m,115;$$

et pour la valeur de a, épaisseur de métal comprise

$$0,115 \times \sin \alpha = 0^m,057;$$

et, enfin,

$$a = 0^m,052$$

pour la plus courte distance des directrices.

En procédant de même pour les aubes de la roue, l'on aura pour l'arc occupé par chacune d'elles à la circonférence extérieure

$$\frac{6,28 \times 1,024}{56} = 0^m,114,$$

et pour la valeur de a', épaisseur de tôle comprise,

$$a' = 0^{m},057;$$

et, enfin, en déduisant $0^{m},005$ pour la tôle,

$$a' = 0^{m},052.$$

D'après cela l'on aura, par suite de la relation,

$$\frac{O}{A} = \frac{nkae}{A} = 0,20;$$

et de
$$A = \frac{(2 \times 0,737)^2}{1,273} = 1^{mq},711,$$

$$e = 0,25 \times \frac{1,711}{42 \times 0,052} = 0^{m},196,$$

nous prendrons $= 0^{m},200$.

La vitesse due à la chute totale $H = 1^{m},80$ étant

$$\sqrt{2gH} = 5^{m},942,$$

la vitesse de la circonférence extérieure de la roue sera

$$v' = \omega R' = 0,55 \times 5^{m},942 = 3^{m},268,$$

le nombre de tours de la turbine correspondant à cette vitesse sera

$$N = \frac{3^{m},250 \times 60}{6,28 \times 0,77} = 40,5$$

en $1''$.

467. *Tracé de la turbine.* — Le nombre n' des aubes de la turbine étant déterminé comme il a été dit ci-dessus, ainsi que leur plus courte distance a' vers la circonférence extérieure, l'on partagera (pl. VIII, fig. 3) cette circonférence en un nombre n' de parties égales à 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4, etc.... En chacun des points 1, 2, 3, on mènera des tangentes telles que 2A à cette circonférence, et des lignes 2B inclinées d'un angle $\varphi = 25^{\circ}$ sur ces tangentes. Ces lignes indiqueront la direction avec laquelle les filets fluides doivent quitter la roue. Des points 1, 2, 3,... comme centres, avec des rayons égaux 11', 22', 33', à la plus courte dis-

tance intérieure a' des aubes, on décrira des arcs de cercle; puis, en augmentant ces rayons de l'épaisseur de la tôle ou de la fonte qui formera les aubes, on tracera d'autres cercles des rayons 11″ 22″, 33″, auxquels la courbe intérieure des aubes devra être tangente, de même que leur courbe extérieure devra l'être aux arcs des rayons 11′, 22′, 33′.... D'après cela, la courbe du profil extérieure des aubes pourra être déterminée par un arc de cercle passant par exemple par le point 2, et tangent à la ligne 2B ainsi qu'au cercle de rayon 22″, dont il sera facile de trouver le centre, qui devra se trouver sur la ligne 22″ prolongée. En effet, en portant sur 22″ prolongée en dehors de la circonférence une longueur 22_1 égale à 22′, les deux points 1 et 2_1 devront se trouver sur un cercle dont le centre serait le même que celui du cercle cherché. Par conséquent, ce centre doit se trouver sur la perpendiculaire élevée au milieu de la ligne 12_1, et à sa rencontre O′ avec la ligne 22″ prolongée.

On pourra donc tracer la partie de la courbe du profil de l'aube comprise entre les points tels que 2 de la circonférence extérieure de la roue, et leurs points de tangence avec les cercles 22″; par suite, l'on tracera aussi les arcs de cercles concentriques qui déterminent la partie correspondante de la surface extérieure de l'aube.

A sa rencontre D avec la circonférence intérieure de la roue, l'aube doit former avec cette circonférence un angle droit, par conséquent sa tangente doit être un rayon OD de cette même circonférence. D'une autre part, pour que la courbure de l'aube soit continue et n'offre pas de jarret, il faut que sa seconde partie soit tangente à la première au point 2″, et par conséquent, si l'on veut former cette seconde partie par un arc de cercle, son centre devra se trouver sur la ligne 2″O′.

D'après ces conditions, si C est le centre cherché de cet arc, et D la rencontre de l'aube avec la circonférence intérieure de la roue, en menant les lignes OC, OD et CD, l'on formera un triangle rectangle en D, et l'on devra avoir CD = C2″ comme rayons d'un même cercle.

De là résulte la construction suivante : Par le centre O menez des lignes telles que OC, rencontrant la ligne 2″O′ en dehors de la circonférence intérieure de la roue. Sur chacune de ces lignes, comme diamètre, décrivez une demi-circonférence qui coupera la circonférence de la roue en un point D; vérifiez si la

distance CD est égale à C2″. Si elle lui est inférieure, prenez un nouveau point C plus près de 2″; si elle lui est supérieure, choisissez un autre point C plus loin de 2″, après deux ou trois tâtonnements vous déterminerez facilement, avec toute l'exactitude nécessaire, la véritable position du centre C de l'arc de cercle de rayon CD = C2″, qui formera le profil intérieur de la surface de l'aube, et qui lui donnera une forme continue satisfaisant à la condition de rencontrer les circonférences extérieure et intérieure de la roue sous des angles donnés.

Jusqu'ici l'on a donné aux aubes de ces turbines une épaisseur uniforme sur toute leur étendue, et il en résultait que les canaux d'évacuation de la turbine étant du côté de la circonférence intérieure beaucoup plus larges qu'il n'était nécessaire, il pouvait s'y former des tourbillonnements qui occasionnaient des pertes de force vive, et troublaient la continuité du mouvement de l'eau dans les canaux, ce qui, en définitive, devait diminuer le rendement de la roue.

M. Poncelet a proposé de remédier à cet inconvénient en donnant aux aubes une surépaisseur à leur partie extérieure, de manière à rétrécir les canaux d'évacuation, en formant des contours continus. La forme de la courbe $2'ab$ qu'il convient d'adopter, ne peut guère, sans des calculs plus pénibles qu'utiles, être déterminée d'une manière précise, mais il suffira qu'elle se raccorde tangentiellement avec la première partie en 2′, et qu'elle ait une forme continue analogue à celle qui est indiquée dans la figure, de façon que les plus courtes distances des courbes intérieure d'une aube et extérieure de l'autre, aillent, à partir du plus grand renflement de celle-ci, en diminuant graduellement.

Les expériences de M. Buisson, de Tullins, rapportées au n° 350, montrent que cette disposition des aubes est en effet favorable au rendement.

Le tracé des directrices n'offre aucune difficulté. Après avoir partagé la circonférence intérieure de la roue en un nombre n de parties égales, on mènera en l'un des points de division D, par exemple, une tangente DC à cette circonférence, puis on tracera une ligne DE qui fasse avec cette tangente un angle $\alpha = 30°$, ce qui donnera la direction que doivent avoir les filets fluides à leur sortie du réservoir. Au point D l'on élèvera sur DE une perpendiculaire DO″ sur laquelle devra se trouver le centre de la

courbe des directrices. Cette courbe peut être formée d'un seul arc de cercle passant par le centre O de la roue, et alors son centre O″ se trouvera aussi sur la perpendiculaire élevée au milieu du rayon DO.

Un arc concentrique au premier, et distant de celui-ci d'une quantité égale à l'épaisseur de la tôle, détermine l'espace occupé par la directrice. Le nombre de ces directrices étant toujours assez grand par rapport à l'espace qui leur est réservé, on ne les prolonge pas toutes jusqu'au noyau du plateau, et on les limite de deux en deux à peu près à la circonférence qui passe par leur centre de courbure.

Établissement des turbines du genre de celles d'Euler, turbines Fontaine et autres analogues.

468. *Établissement des turbines du genre de celles d'Euler, turbines Fontaine et autres analogues.* — Pour assurer la circulation de l'eau sur les aubes de la roue sans qu'il se produise de tourbillonnements, il convient que la lame d'eau soit mince, et comme, d'autre part, il ne faut pas trop multiplier les courbes directrices, surtout quand elles doivent être munies d'un vannage, l'on est conduit à adopter un nombre d'aubes beaucoup plus grand que celui des courbes directrices. Nous supposerons généralement le rapport des deux nombres n et n' égal à $\frac{1}{2}$, de sorte que l'on aura

$$n = \frac{1}{2}n' \quad \text{ou} \quad n' = 2n.$$

Le nombre n des directrices dépend des dimensions des orifices et du volume d'eau Q que la turbine doit dépenser.

L'épaisseur de la lame d'eau à débiter par chaque orifice doit toujours être assez faible pour que l'introduction de l'eau se fasse à peu près comme la théorie l'exige. Pour les grandes dépenses d'eau de 2^{mc},000 et plus sur des chutes moyennes ou faibles, on pourra donner à l'épaisseur a de la veine fluide 0^{m},06 à 0^{m},08, mais en général il conviendra de se borner à une dimension inférieure.

Le nombre des aubes étant double de celui des directrices, la

hauteur des orifices d'évacuation ou la distance des extrémités de deux aubes consécutives sera $a = 2a'$.

La largeur horizontale e des orifices de distribution pourra être égale à 3, 4 ou 5 fois l'ouverture a de ces orifices, et pour les fortes dépenses d'eau, l'on pourra même aller plus loin, afin de ne pas être conduit à de trop grands diamètres de roues.

La largeur horizontale de la couronne qui porte les aubes sera à la partie supérieure la même que celle des canaux de distribution, mais à la partie inférieure il convient, comme M. Fontaine le fait depuis longtemps, d'augmenter cette largeur afin de faciliter la sortie de l'eau, et d'assurer son libre écoulement. En conséquence, on fera

$$e' = 1{,}10e.$$

Le coefficient k de la dépense par les orifices de distribution peut être évalué à 0,85 quand les orifices sont complétement ouverts, et le coefficient k' des orifices de sortie par les aubes qui forment une sorte d'ajutage conique, doit être estimé à $k' = 0{,}90$.

Par conséquent l'on aura

$$O = nkae = 85nae,$$

$$O' = n'k'a'e' = 0{,}90 \times 2n \times \frac{a}{2} \times 1{,}1e = 0{,}99nae;$$

d'où l'on déduira $\quad \frac{O'}{O} = \frac{0{,}99}{0{,}85} = 1{,}165.$

La somme A des aires des passages à l'entrée des couloirs sera toujours à peu près égale à trois fois la somme O des aires des orifices de distribution, et le coefficient μ de la dépense à l'entrée de ces couloirs peut, par des dispositions convenables, atteindre la valeur $\mu = 0{,}85$, on aura donc

$$\frac{O}{A} = \frac{1}{3} = 0{,}333, \quad \mu = 0{,}85.$$

L'angle α que le filet moyen de la veine fluide devra faire avec l'horizontale sera fixé à $\alpha = 25^0$, et l'angle φ que le filet moyen des veines fluides sortant de la roue fera avec l'horizontale sera fixé à $\varphi = 30^0$.

D'après ces proportions,

$$\frac{O^2}{A^2}\left\{\frac{1}{\mu}-1\right\}^2=K=0,00333, \quad 1+K=1,00333,$$

$$(1+K)\frac{O'^2}{O^2}=1,00333\times\overline{1,165}^2=1,362,$$

$$\sin\alpha=\sin 25^0=0,42264, \quad \cos\alpha=\cos 25^0=0,9063,$$

$$\cos\varphi=\cos 30^0=0,8660, \quad \sin\varphi=\sin 30^0=0,5000.$$

$e'=e$ attendu que nous donnons aux canaux des aubes la même largeur dans le haut qu'aux canaux directeurs des orifices de distribution.

Il s'ensuit que

$$K'\frac{e'}{e_1}\sin\varphi=b=0,90\times 1,10\times 0,500=0,495. \quad b^2=0,245.$$

$$c=\frac{O'}{O}\sin\alpha=1,165\times 0,4226=0,492,$$

$$2bc=0,487,$$

et par conséquent,

$$i=\left\{\begin{array}{lr} (1+K)\frac{O'^2}{O^2} & =1,362 \\ +b^2 & =\underline{0,245} \\ & 1,607 \\ -2bc & \underline{0,487} \\ & 1,120 \end{array}\right\}=1,120,$$

$$1+i=2,120,$$

$$\frac{O'}{O}\times\frac{1}{\sqrt{1+i}}=0,800;$$

d'où l'on déduit, par l'expression de la vitesse U avec laquelle l'eau sortira par les orifices distributeurs,

$$U=\frac{O'}{O}\frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{1+i}}=0,800\sqrt{2gH},$$

et pour le volume d'eau débité en 1″,

$$Q = OU = 0{,}800O\sqrt{2gH};$$

et comme on a $O = 0{,}85nae,$

il en résulte la relation

$$Q = 0{,}800 \times 0{,}85nae\sqrt{2gH} = 0{,}680nae\sqrt{2gH}.$$

Lorsque l'effet utile Pv que la turbine doit produire est donné, et que l'on compte sur un rendement d'environ 0,65, la chute H étant connue, on a la relation

$$Pv = 0{,}65 \times 1000QH,$$

d'où l'on tire $Q = \frac{Pv}{650H}.$

L'on connaît donc le volume d'eau à dépenser par seconde; dans ce cas, comme dans celui où ce volume d'eau est donné *a priori*, l'on pourra, par la relation ci-dessus, déterminer le diamètre de la turbine, supposée d'abord à une seule couronne.

En effet, s'il s'agit d'une dépense d'eau de 1000 à 1500 litres par seconde, par exemple, et que l'on fasse

$$a = 0^m{,}06 \quad \text{et} \quad e = 4a = 0^m{,}24,$$

l'on aura $Q = 0{,}680n \times 0{,}06 \times 0{,}24\sqrt{2gH},$

d'où l'on tirera $n = \frac{Q}{0{,}00979\sqrt{2gH}}.$

En admettant que l'épaisseur de la directrice soit de $0^m{,}010$, l'espace l occupé par l'un des canaux distributeurs de la turbine sur sa circonférence moyenne, sera donné par la relation

$$l \times \sin 25° = a + 0^m{,}010 = 0^m{,}070,$$

d'où l'on tirera $l = \frac{0{,}070}{\sin 25°} = 0^m{,}167,$

et le rayon de la circonférence moyenne de la couronne de distribution et de la roue sera fourni par la relation

$$nl = 6{,}28\,\mathrm{R}, \quad \text{d'où} \quad \mathrm{R} = \frac{nl}{6{,}28}.$$

Les relations établies ci-dessus entre les nombres n et n', les écartements des directrices et des aubes a et a', et les largeurs e et e' des canaux d'admission et d'évacuation, permettent de déterminer les autres dimensions de la roue.

Sa hauteur seule reste à peu près indéterminée, mais afin que l'eau puisse prendre la direction convenable pour l'évacuation, il est nécessaire de donner à cette dimension, que nous appellerons h', environ trois à quatre fois au moins l'ouverture a des orifices de distribution.

La vitesse de la circonférence moyenne de la roue correspondante au maximum d'effet nous sera donnée par la formule

$$v = \frac{\frac{\mathrm{O}'}{\mathrm{O}}\cos\alpha + \cos\varphi}{2\sqrt{1+i}}\sqrt{2g\mathrm{H}},$$

qui, d'après les proportions admises, revient à

$$v = \frac{1{,}165\cos 25^\circ + \cos 30^\circ}{2\sqrt{2{,}120}}\sqrt{2g\mathrm{H}} = 0{,}66\sqrt{2g\mathrm{H}}.$$

Mais l'expérience montrant que la vitesse qui correspond au maximum d'effet doit être un peu moindre que celle qu'indique la théorie. Nous adopterons pour règle pratique

$$v = 0{,}60\sqrt{2gh}.$$

469. *Tracé des aubes.* — Toutes les proportions de la roue se trouvant ainsi déterminées, il ne nous reste plus qu'à indiquer le tracé convenable pour les aubes, pour calculer la vitesse de la circonférence moyenne de la couronne des aubes.

A cet effet, nous rappellerons que, pour que l'eau entre sans choc sur les aubes, il faut (nº **235**) que la tangente mc au premier élément de l'aube soit l'un des côtés d'un parallélogramme $mabc$, dont la diagonale mb serait la vitesse U avec laquelle les filets fluides franchissent les orifices, et dont l'autre côté ma

serait la vitesse v de la circonférence à laquelle appartient le point m. Or on a d'une part, d'après les proportions que nous avons admises,

$$U = 0{,}800\sqrt{2gH} \quad \text{et} \quad v = 0{,}600\sqrt{2gH}.$$

Nous porterons donc à partir du point m, sur la direction de la vitesse U, qui doit faire un angle de 25° avec l'horizontale, une longueur proportionnelle à 800, et sur l'horizontale passant par le point m, une longueur proportionnelle à 600 ; et en construisant le parallélogramme *mabc*, nous aurons la direction *mc* que doit avoir la tangente au premier élément de l'aube pour que l'eau pénètre sans choc sur cette aube.

Cela posé, on se rappelle que la courbe de l'aube est en outre assujettie à la condition que la tangente, à son dernier élément, fasse un angle de 30° avec l'horizon.

Or, l'on peut satisfaire aux deux conditions ci-dessus au moyen d'un arc de parabole assujetti à avoir pour tangente en m une ligne faisant avec l'horizontale aa' l'angle donné $c'mc'$, et à sa rencontre m' avec le plan horizontal inférieur de la roue, une tangente formant un angle de 30° avec cette ligne.

Remarquons, en effet, qu'en supposant cet arc de parabole

tracé, et se rappelant que dans la parabole la sous-normale est constante, il s'ensuit que si ON représente l'axe de la parabole, et que des points m et m' on abaisse $mP = x$ et $m'P' = y$ perpendiculaire sur ON, qu'on mène les normales mS et $m'S'$ à la courbe, les sous-normales PS et P'S' seront égales, et comme les triangles mPS et $m'P'S'$ donnent

$$PS = mP.\mathrm{tang}\,PmS \quad \text{et} \quad P'S' = m'P'\,\mathrm{tang}\,30^\circ$$

ou

$$x\,\mathrm{tang}\,c'ma' = y\,\mathrm{tang}\,30^\circ,$$

et comme, de plus, on a

$$x + y = h',$$

pour la hauteur de la turbine, l'on en déduit

$$x = \frac{h'\,\mathrm{tang}\,30^\circ}{\mathrm{tang}\,30^\circ + \mathrm{tang}\,c'ma'} \quad \text{et} \quad y = \frac{h'\,\mathrm{tang}\,c'ma'}{\mathrm{tang}\,30^\circ + \mathrm{tang}\,c'ma'}.$$

L'angle $c'ma'$ étant connu par le tracé, l'on aura les valeurs de x et de y, et l'on pourra déterminer la position de l'axe ON de la parabole, son origine, son foyer, et faire son tracé complet.

Le profil que l'on vient de déterminer pour les aubes de la turbine est celui qui correspond à la circonférence moyenne de la couronne, et quand la largeur de cette couronne sera faible on pourra adopter ce profil pour toute l'étendue de l'aube ; mais quand cette couronne sera large, ainsi qu'il arrive pour les couronnes intérieures des turbines doubles, il conviendra de faire un tracé analogue pour les profils des aubes correspondants aux circonférences intérieure et extérieure de la couronne, ce qui, du reste, ne présente aucune difficulté.

470. *Application.* — Comme exemple à l'appui des règles que nous venons d'indiquer, supposons qu'il s'agisse d'établir une turbine double pour un cours d'eau qui débite en temps d'eaux moyennes $1^{mc},600$ avec une chute de $3^{m},00$, et $2^{mc},400$ en temps de grandes eaux, la chute étant alors réduite à $2^{m},00$.

D'après ces données, la force absolue du cours d'eau serait :

En temps d'eaux moyennes... $1600^{kil} \times 3^{m} = 4800^{km}$.

En temps de grandes eaux... $2400^{kil} \times 2^{m} = 4800^{km}$.

De sorte que la turbine donnant à peu près le même rendement dans les deux cas, l'usine pourrait conserver la même activité. Ce cas peut souvent se réaliser, et il suffit pour cela de proportionner la couronne intérieure, de manière qu'avec la chute réduite en temps de grandes eaux, elle puisse débiter le volume nécessaire, que l'on a d'ailleurs toujours à sa disposition dans cette saison.

Il faut d'abord déterminer les proportions de la couronne extérieure, qui doit fonctionner en temps d'eaux moyennes ou basses, et qu'il importe par conséquent d'établir dans les meilleures conditions possibles.

Le volume d'eau à dépenser par seconde étant $Q = 1^{mc},600$ et la chute $H = 3^{m},00$, l'on a (n° 468)

$$1^{mc},600 = 0,68 \times nae\sqrt{19,62 \times 3^{m}},$$

d'où

$$nae = \frac{1^{mc},600}{0,68\sqrt{19,62 \times 3}} = 0^{mq},307.$$

Si nous supposons

$$a = 0^{m},06, \quad e = 3a = 0^{m},18,$$

l'on en déduit

$$n = \frac{0,307}{0^{m},06 \times 0^{m},18} = 28,4,$$

n devant être entier, on le fera égal à 28.

L'arc de la circonférence moyenne occupé par chaque directrice sera, comme il a été dit,

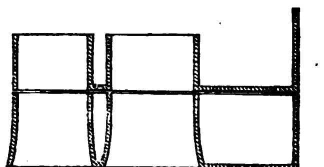
$$l = \frac{a + 0^{m},010}{\sin 25^{0}} = 0^{m},167,$$

et l'on aura par suite, pour le rayon de cette circonférence moyenne,

$$R = \frac{28 \times 0,167}{6,28} = 0^{m},745.$$

La largeur de la couronne de la roue sera la même à la partie supérieure que celle des orifices distributeurs du vannage.

Le nombre des aubes de la roue sera de 56, leur écartement minimum, à la partie inférieure des canaux qu'elles forment, sera $a' = 0^m,03$, et l'épaisseur du métal sera, vers leur extrémité, égale à $0^m,005$; la largeur de ces canaux, dans le sens du rayon, sera



$$e' = 1,1e = 0^m,198.$$

L'accroissement de largeur de la couronne de la roue à sa partie inférieure, sera également réparti de part et d'autre de la circonférence moyenne.

Le rayon extérieur du vannage et celui de la couronne seront égaux à

$$0 = 745 + \frac{0,18}{2} = 0^m,835.$$

La vitesse de la circonférence moyenne de la couronne extérieure devant être égale à

$$v = 0,600\sqrt{2gH} = 4^m,603.$$

Le nombre de tours que la turbine devra faire sera

$$N = \frac{60v}{6,28 \times R} = 58,8 \text{ en } 1'.$$

La vitesse v étant connue, l'on fera le tracé de la courbure des aubes comme il a été dit plus haut.

Passons maintenant à la couronne intérieure, et remarquons d'abord que la chute en temps de grandes eaux étant réduite à $2^m,00$, la couronne extérieure ne pourra plus dépenser qu'un volume d'eau exprimé par la formule

$$Q = 0,68nae\sqrt{19,62 \times 2},$$

ou $$Q = 0,62 \times 28 \times 0,06 \times 0,18\sqrt{19,62 \times 2} = 1^{mc},288,$$

au lieu de $1^{mc},600$.

Le volume d'eau total à débiter en temps de grandes eaux

étant de $2^{mc},400$, la couronne intérieure devra être proportionnée pour débiter

$$2^{mc},400 - 1^{m},288 = 1^{mc},112.$$

L'on aura donc pour cette couronne

$$nae = \frac{1,112}{0,68\sqrt{19,62 \times 2}} = 0^{mq},261,$$

en supposant d'abord $a = 0^{m},06$ et $e = 0^{m},24$, on trouve $n = 18,1$, soit $n = 18$, et par suite $n' = 36$ et $e' = 1,1e = 0^{m},264$.

L'on aura encore, pour l'arc de la circonférence moyenne de cette couronne,

$$l = \frac{a + 0,010}{\sin 25^{0}} = 0^{m},167,$$

et pour le rayon de cette circonférence,

$$R = \frac{18 \times 0,167}{6,78} = 0^{m},478.$$

471. *Tracé des aubes.* — En appliquant au cas actuel le tracé indiqué au n° **469**; l'on obtient pour le profil de l'aube correspondant à la circonférence moyenne de la couronne extérieure,

$$\text{angle } c'ma' = 69^{0},$$

et par suite $$x = \frac{0,20 \times \text{tang } 30^{0}}{\text{tang } 30^{0} + \text{tang } 69^{0}} = 0^{m}0,36.$$

Quant au tracé des profils des aubes de la couronne intérieure, pour laquelle on fera d'abord le tracé relatif à sa circonférence extérieure, le rayon est $0^{m},598$, ce qui donne pour la vitesse à cette circonférence,

$$v = \frac{58,8}{60} \times 6,28 \times 0^{m},598 = 3^{m},68,$$

et l'on répétera le même tracé pour la circonférence de cette

couronne, dont le rayon est $0^m,658$, ce qui donne pour la vitesse à cette circonférence,

$$v = \frac{58,8}{60} \times 6,28 \times 0^m,358 = 2^m,203.$$

Il résultera de ces données des profils très-différents que l'on adoptera et que l'on enveloppera sur les cylindres qui limitent cette couronne intérieure aux points correspondants à un même plan passant par l'axe de la roue, et la surface des aubes sera engendrée par une droite horizontale qui s'appuiera sans cesse sur les deux courbes résultant de cet enroulement.

Les autres détails de la construction ne présentent aucune difficulté, et nous ne nous y arrêterons pas.

472. *Établissement des turbines du système Jonval, construites par MM. A. Kœchlin et Cie.* — Les règles à suivre pour l'établissement des turbines de ce genre sont basées sur les mêmes principes que pour la turbine d'Euler, dont elles ne sont qu'une modification.

La position que la roue occupe par rapport à la hauteur de chute n'a pas d'influence notable sur l'effet utile, et n'offre que l'avantage de rendre la visite de la roue et de ses directrices plus facile.

Quand il s'agit de grandes dépenses d'eau, les constructeurs de ces turbines, dans le but de diminuer le diamètre de la roue. donnent en général aux canaux directeurs et aux aubes une assez grande largeur égale à 6 ou 8 fois la distance a qui sépare les extrémités des directrices. Il s'ensuit qu'il sera toujours nécessaire de tracer les deux profils des directrices et des aubes qui correspondent aux circonférences extérieure et intérieure, pour servir à déterminer la forme des surfaces réglées de ces directrices et de ces aubes. Les règles données pour la turbine Fontaine serviront encore dans ce cas.

L'on se rappelle que ce genre de turbines n'a pas de vannes partielles, et que l'on ne peut y faire varier la dépense d'eau entre des limites étendues que par l'addition de coins obturateurs que l'on place entre les directrices du côté de la circonférence intérieure. Ces obturateurs devront être disposés de ma-

nière à atténuer autant que possible les effets de la contraction au passage d'entrée des canaux directeurs.

Quant aux petites variations de la dépense, les moyens employés jusqu'ici ne paraissent pas très-satisfaisants et n'opèrent l'effet voulu qu'en occasionnant des pertes de force vive, et par conséquent de travail moteur.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

ÉCOULEMENT DE L'EAU PAR LES ORIFICES.

Notions théoriques sur le mouvement des fluides.

Résultats d'observation.

Des pertuis des usines.

Des déversoirs.

JAUGEAGE DES EAUX COURANTES.

Modes divers à employer.

Des moyens employés pour mesurer la vitesse de l'eau

Établissement des canaux.

Dépense d'eau sous des charges variables.

Partage des eaux.

Canaux et rigoles d'irrigation.

Mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite.

DES MOTEURS HYDRAULIQUES.

Notions sur la force des cours d'eau et théorie générale des moteurs hydrauliques.

Roues à aubes planes.

Du frein dynamométrique.

Roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires.

Roues à aubes courbes de M. Poncelet.

ROUES A AUGETS ET ROUES PENDANTES.

Roues à augets.

Roues pendantes.

ROUES A AXE VERTICAL OU TURBINES.

Roues à axe vertical.

Turbines tangentielles.

Turbine de M. Fourneyron.

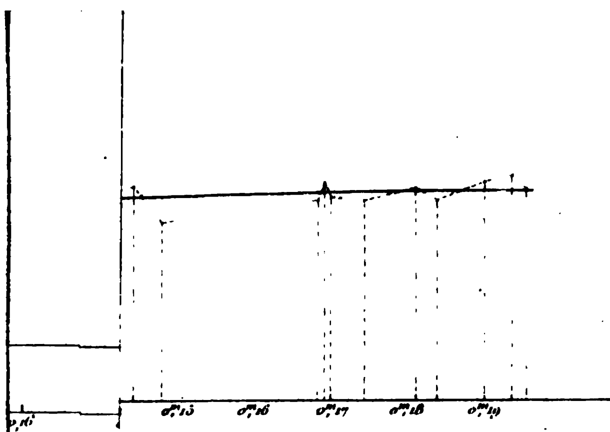
ÉTABLISSEMENT DES MOTEURS HYDRAULIQUES.

Établissement des roues à palettes planes emboîtées dans des coursiers circulaires.

Établissement des roues à aubes courbes, de M. Poncelet.

Roues à augets.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.



…e longuet

0m,45
0m,50
0m,55
0m,60
0m,65

Cylindre j.

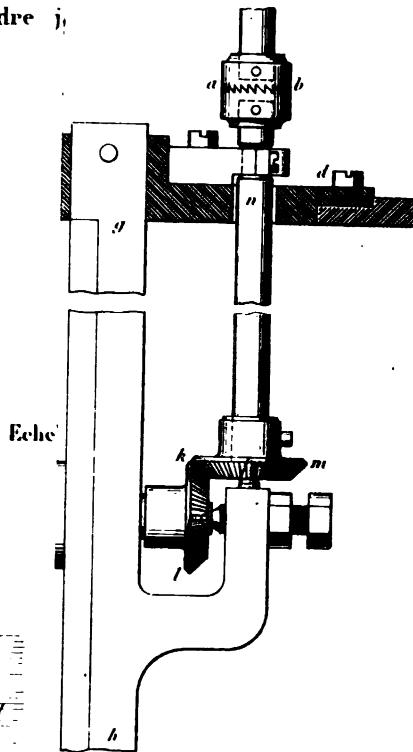
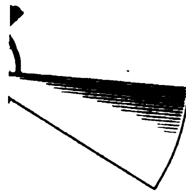
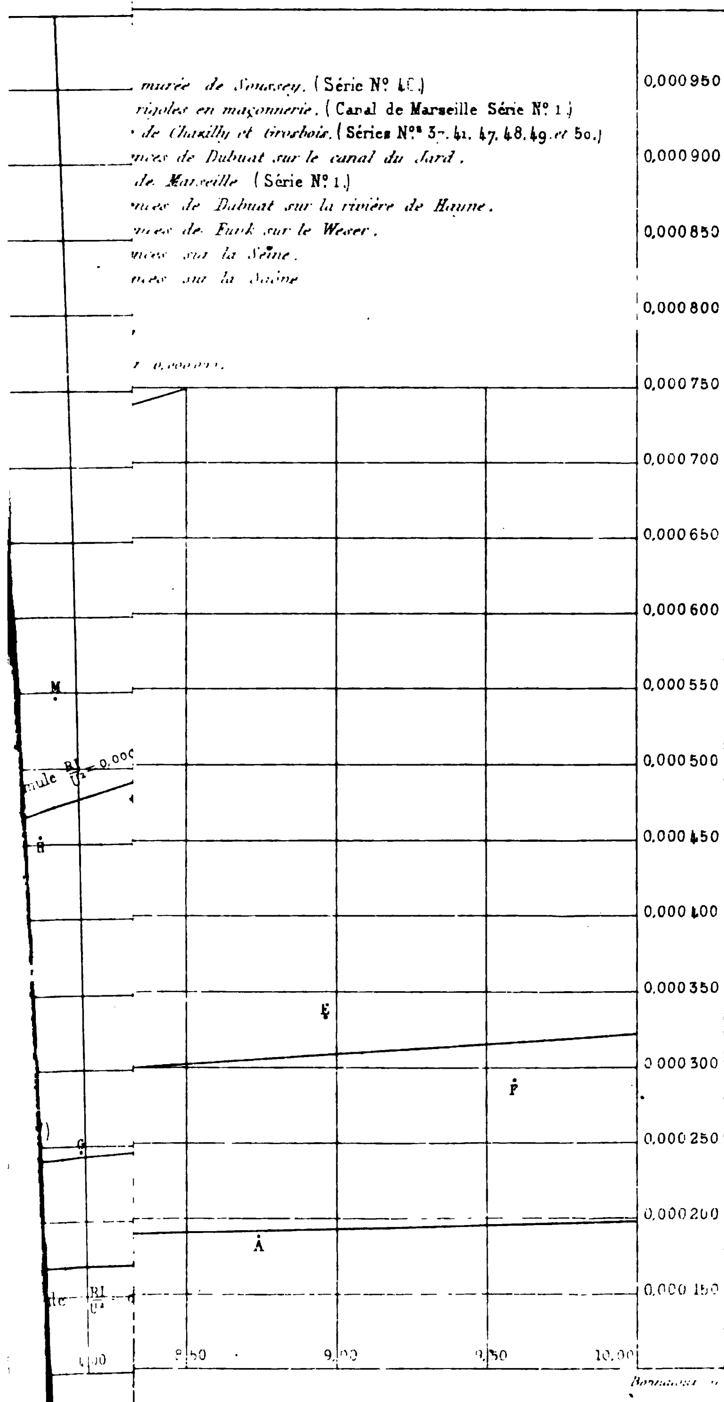


Fig. 3

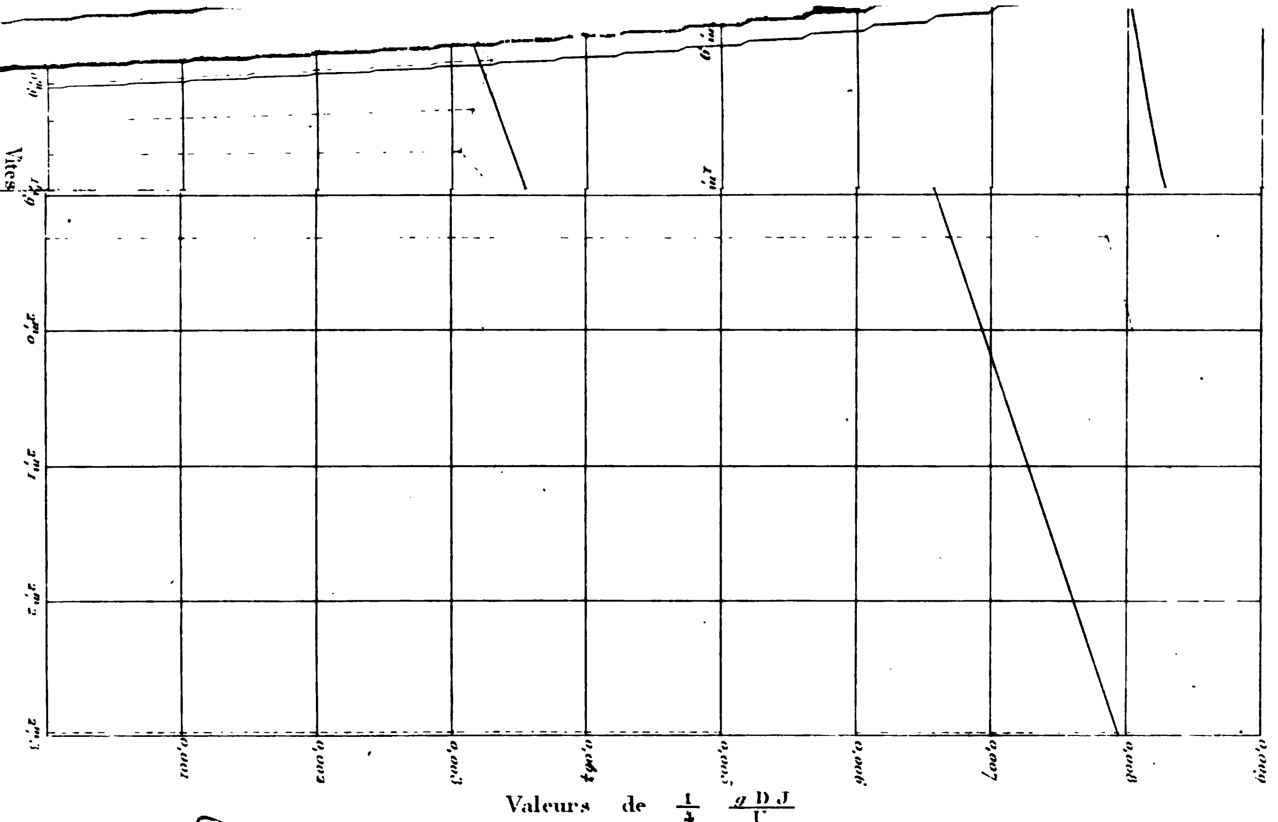
Mouliuet
Grandeur naturelle.

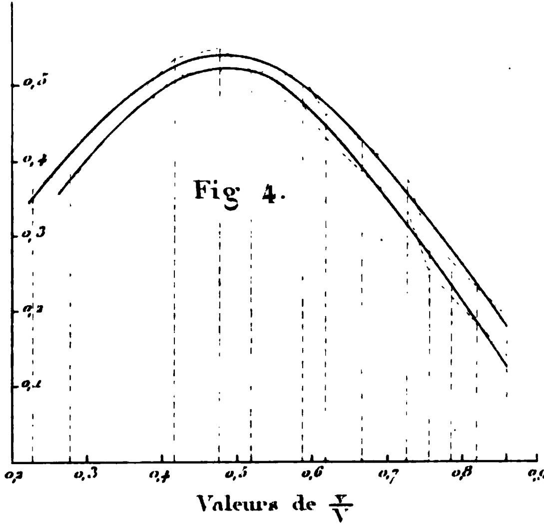


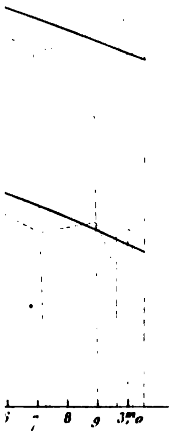
ORMUI

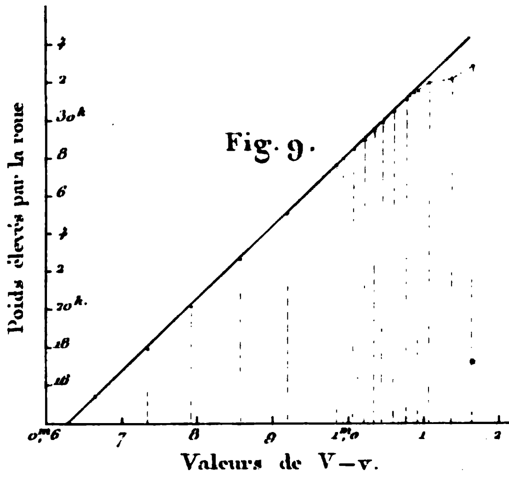

marée de Sonssey. (Série N° 40.)
rigoles en maçonnerie. (Canal de Marseille Série N° 1.)
de Chazilly et Grosbois. (Séries N°s 37. 41. 47. 48. 49. et 50.)
nces de Dubuat sur le canal du Jard.
de Marseille (Série N° 1.)
nces de Dubuat sur la rivière de Haune.
nces de Funk sur le Weser.
nces sur la Seine.
nces sur la Saône
0,000 950
0,000 900
0,000 850
0,000 800
0,000 750
0,000 700
0,000 650
0,000 600
0,000 550
0,000 500
0,000 450
0,000 400
0,000 350
0,000 300
0,000 250
0,000 200
0,000 150
M
H
E
F
G
A
8,50
9,00
9,50
10,00

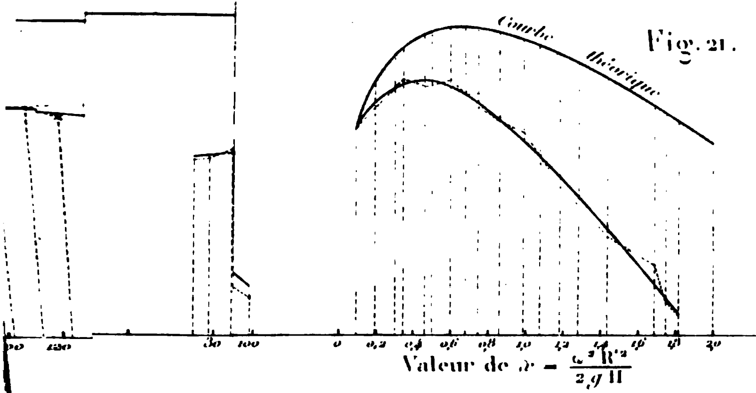
Pl. IV.

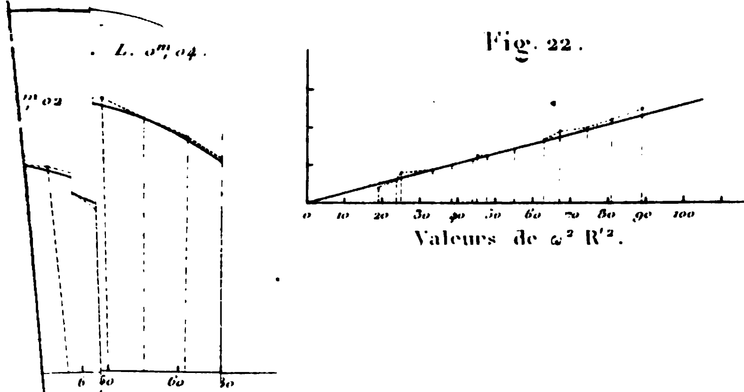

Valeurs de $\frac{1}{4}\frac{g\,D\,J}{U}$
0,001
0,002
0,003
0,004
0,005
0,006
0,007
0,008
0,009
Vites
1m,9
2m,0
2m,1
2m,2
2m,3

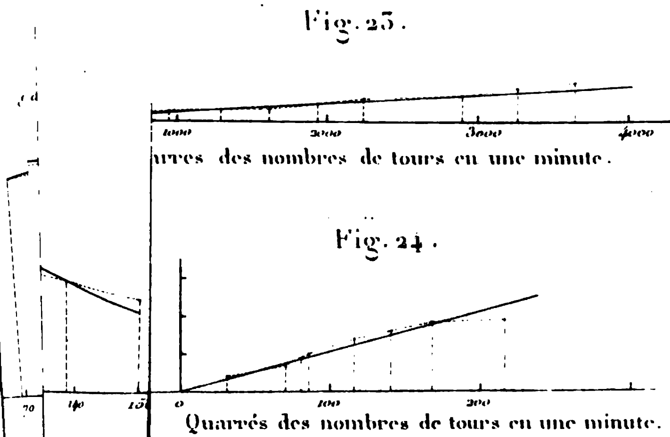

Fig. 4.
Rapports de l'effet utile et du travail disponible au travail absolu du moteur.
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
Valeurs de $\frac{v}{V}$


8
9
3,m0


Fig. 9.
Poids élevés par la roue
4
2
30k
8
6
4
2
20k.
18
16
0,m6
7
8
9
1,m0
1
2
Valeurs de V−v.


Courbe théorique
Fig. 21.
Valeur de $x = \frac{\omega^2 R'^2}{2gH}$


Fig. 22.
Valeurs de $\omega^2 R'^2$.


Fig. 23.
arrés des nombres de tours en une minute.
Fig. 24.
Quarrés des nombres de tours en une minute.



SUR

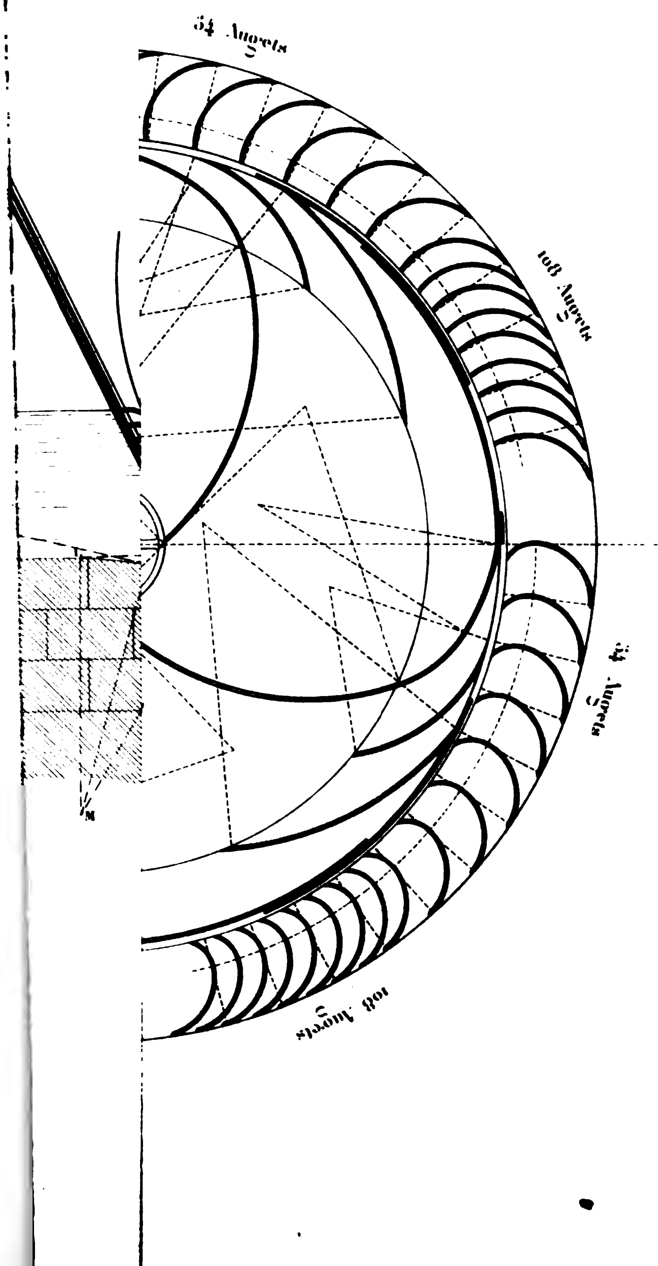
C

noyée .

Pl. VII.

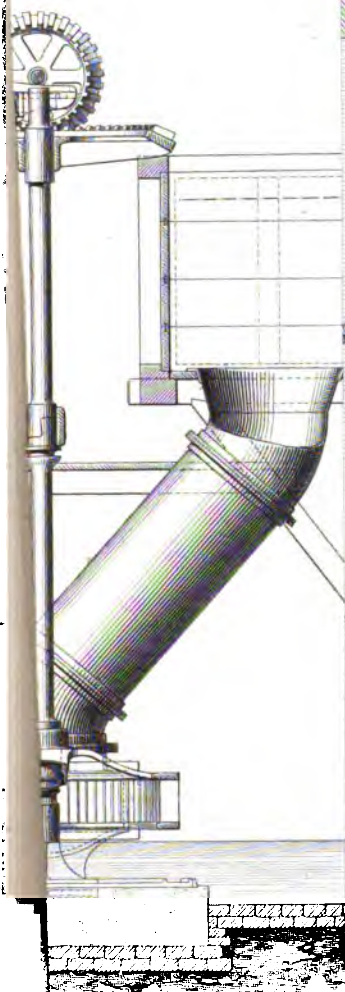
0m 07

Tracé d'Isson (de Tullins).

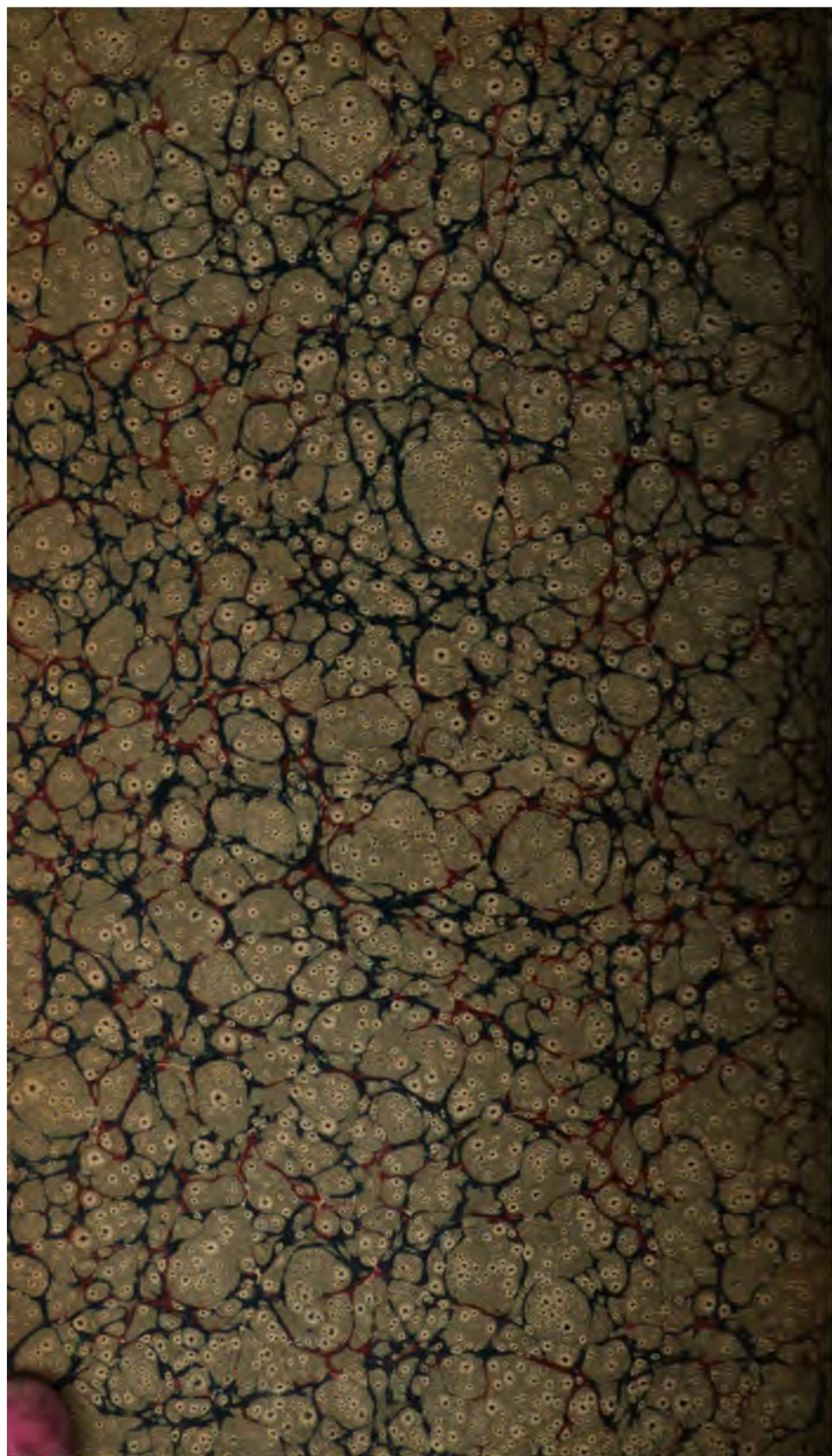


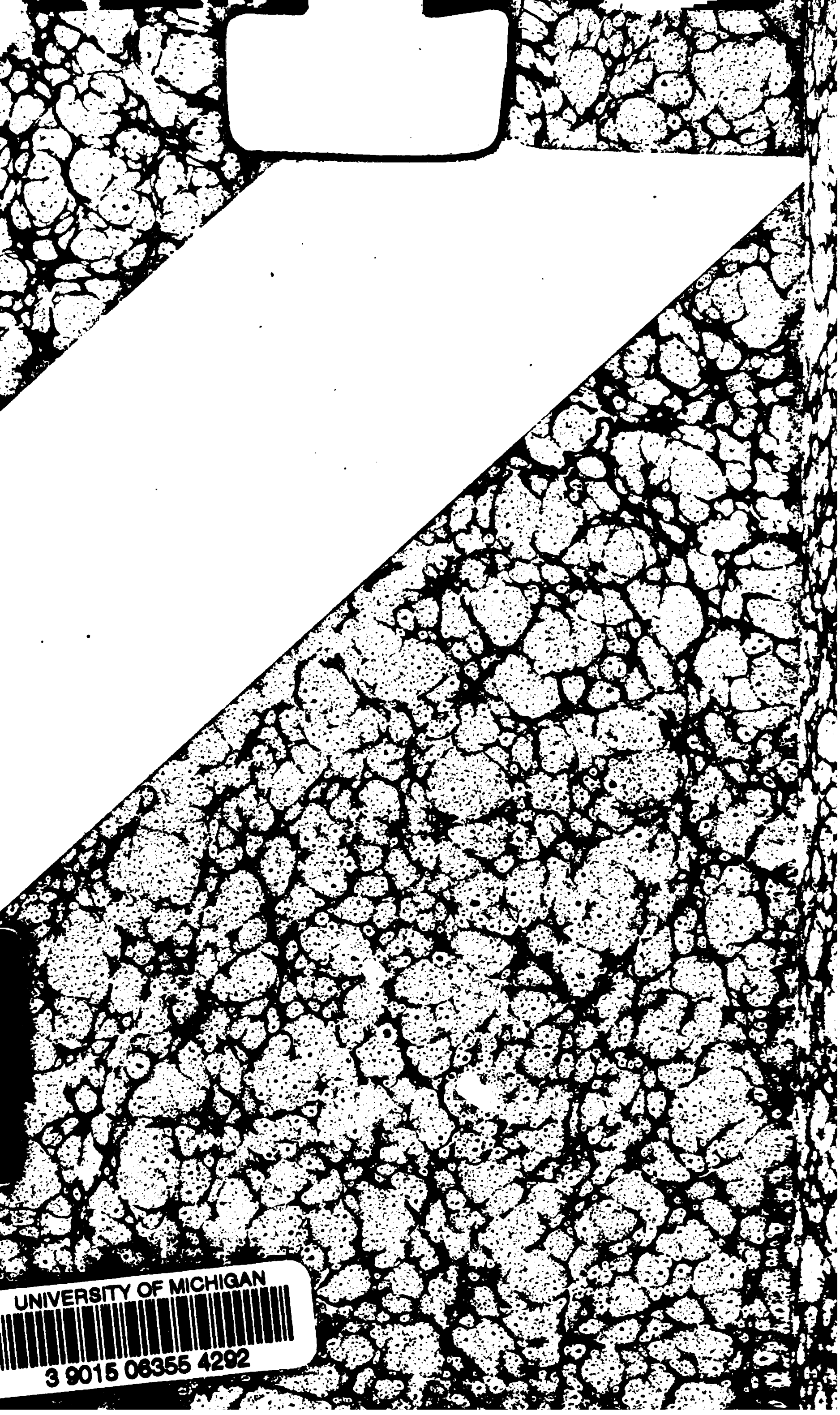
ONSTRUITE A ETTLINGE

Fig. 2.



Bonnafoux del.




UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 08355 4292